BHS II K 142-2

Bayerische Berg-, Hütten- und Salzwerke Aktiengesellschaft
Bibliothek:
Gruppe: II K
B Nr. 142

TECHNISCHE THERMODYNAMIK.

TECHNISCHE

THERMODYNAMIK

VON

DR. GUSTAV ZEUNER,

KÖNIGL. SÄCHSISCHER GEHEIMER RATH,
PROFESSOR AN DER KÖNIGL. TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU DRESDEN.

DRITTE, VOLLSTÄNDIG NEU BEARBEITETE AUFLAGE
DER
„GRUNDZÜGE DER MECHANISCHEN WÄRMETHEORIE“.

ZWEITER BAND.
DIE LEHRE VON DEN DÄMPFEN.

MIT 48 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

BIBLIOTHEK
DER K. B. GENERAL
BERGW. U. SALINEN
ADMINISTR.

LEIPZIG
VERLAG VON ARTHUR FELIX
1890.

Verfasser und Verleger behalten sich das Recht der Uebersetzung dieses Werkes in andere Sprachen vor.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Inhaltsverzeichniss des zweiten Bandes.

Dritter Abschnitt.

Die Lehre von den Dämpfen.

Seite

§ 1. Vorbemerkungen . 3

A. Das Verhalten der gesättigten Dämpfe.

§ 2. Vom Druck der gesättigten Dämpfe 9
§ 3. Von der Flüssigkeitswärme, sowie der gesammten und latenten Wärme . 19
§ 4. Von der Dampfwärme, sowie der inneren und äusseren latenten Wärme . 25
§ 5. Specifisches Gewicht der gesättigten Dämpfe 32
§ 6. Weitere Betrachtung der Clapeyron'schen Gleichung 37
§ 7. Die Wärmegleichungen der Dampf- und Flüssigkeitsmischungen. (Nasse Dämpfe) . 46
§ 8. Das Wärmegewicht nasser Dämpfe und die Abbildung ihrer Druckcurven . 54
§ 9. Die isothermische und isodynamische Curve nasser Dämpfe . . 63
§ 10. Die adiabatische Curve nasser Dämpfe 67

Anwendungen.

I. Zustandsänderungen der nassen Dämpfe auf umkehrbarem Wege.

§ 11. Erwärmung oder Abkühlung nasser Dämpfe bei constantem Volumen . 79
§ 12. Die Curve constanter Dampfmenge und die Nullcurve nasser Dämpfe . 88
§ 13. Untersuchung verschiedener Hypothesen über die Expansion des Dampfes im Cylinder der Dampfmaschinen 94
Erste Hypothese. Polytropische Curve 96
Zweite Hypothese. Pambour 100
Dritte Hypothese. Poncelet 102
§ 14. Fortsetzung der Untersuchung verschiedener Expansionscurven 103
Vierte Hypothese. Adiabatische Curve 103

Seite

Fünfte Hypothese. Expansion unter Wärmemittheilung, welche der Temperaturänderung proportional ist 105

II. Zustandsänderungen der nassen Dämpfe auf nicht umkehrbarem Wege.

§ 15. Expansion nasser Dämpfe unter verschiedenen Umständen . . . 107
Erster Specialfall. Isothermische nicht umkehrbare Expansion 109
Zweiter Specialfall. Isodynamische nicht umkehrbare Expansion . 110
Dritter Specialfall. Adiabatische nicht umkehrbare Expansion 111
§ 16. Mischung nasser Dämpfe gleicher Art 115
§ 17. Theorie des Oberflächen-Condensators 120
§ 18. Theorie des Einspritz-Condensators 124
§ 19. Calorimetrische Untersuchung der Giffard'schen Dampfstrahlpumpe (Injector) . 127

III. Ueber die strömende Bewegung und über den Ausfluss nasser Dämpfe.

§ 20. Grundformeln für die strömende Bewegung nasser Dämpfe. . . 137
§ 21. Ausfluss hoch erhitzter Flüssigkeit aus einfachen Mündungen bei constantem Druck . 144
§ 22. Ausfluss trockener gesättigter Dämpfe aus einfachen Mündungen bei constantem Druck . 150
§ 23. Näherungsformeln für den Ausfluss gesättigter Dämpfe 158
§ 24. Versuche über den Ausfluss des Wasserdampfes 171
§ 25. Ausflussversuche mit Hülfe der Dampfstrahlpumpe 180

B. Das Verhalten der überhitzten oder ungesättigten Dämpfe.

§ 26. Erweiterung der Sätze über die Grenzcurve und über die kritische Temperatur . 186
§ 27. Ueber die Zustandsgleichung der Dämpfe und das Verhalten der Kohlensäure im Besonderen 197
Gleichung von van der Waals 200
Gleichung von Clausius 204
Gleichung von Sarrau 205
§ 28. Aeltere Näherungsformeln der Zustandsgleichung der Dämpfe . 214
§ 29. Von den überhitzten Wasserdämpfen 230
§ 30. Die Wärmegleichungen der überhitzten Wasserdämpfe 245
§ 31. Gesättigte und überhitzte Dämpfe von Ammoniak 253
§ 32. Gesättigte und überhitzte Dämpfe von schwefliger Säure . . . 262
§ 33. Gesättigte und überhitzte Dämpfe der Kohlensäure 270

Anwendungen.

Zustandsänderungen der überhitzten Dämpfe auf umkehrbarem und nicht umkehrbarem Wege.

§ 34. Die isothermische und isodynamische Curve überhitzter Dämpfe 275
§ 35. Adiabatische Curve überhitzter Dämpfe 278

Seite

§ 36. Erzeugung überhitzter Wasserdämpfe bei constantem Druck . . 283
§ 37. Das Ueberströmen des Dampfes aus einem Gefässe in ein anderes und das Drosseln des Dampfes 295

C. Ueber das Verhalten von Mischungen.

a. Mischungen von atmosphärischer Luft und Wasserdampf.

§ 38. Verhalten der Mischung von Luft und nassem Dampf im Allgemeinen . 305
§ 39. Isothermische Zustandsänderung der Mischung von Luft und nassem Dampf . 308
§ 40. Isothermische Zustandsänderung von Luft, Dampf, Wasser und Eis 313
§ 41. Adiabatische Zustandsänderung der Mischung von Luft und nassem Dampf . 317
§ 42. Verhalten der Mischung von Luft und ungesättigtem Dampf . . 321
§ 43. Verhalten der Mischung von Luft, Dampf und Eis 332
§ 44. Ergänzung der Theorie der offenen Kaltluftmaschine 335

b. Mischungen von Dämpfen verschiedener Art.

§ 45. Allgemeine Bemerkungen über Mischungen verschiedener Flüssigkeiten und ihrer Dämpfe 343
§ 46. Mischung zweier Flüssigkeiten mit einseitiger Verdampfung. Abdampfen bei constanter Temperatur 346

Anwendungen.

Technischer Theil.

Theorie der Dampfmaschinen.

§ 47. Vorbemerkungen . 361

A. Dampfmaschinen (Heissdampfmaschinen).

§ 48. Process der theoretisch vollkommenen Dampfmaschine 364
§ 49. Untersuchung der vollkommenen Dampfmaschine und Berechnung ihrer Dimensionen . 374
§ 50. Ueber die disponible Arbeit der Dampfmaschine 382
§ 51. Process der wirklich ausgeführten Dampfmaschine und Arbeitsverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes 388
§ 52. Arbeitsverlust in Folge unvollständiger Expansion. 398
§ 53. Arbeitsverlust in Folge des schädlichen Raumes. Wirkung der Compression . 402
§ 54. Arbeitsverlust in Folge der Einwirkung der Cylinderwandungen. Calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen 411
§ 55. Discussion der Gleichungen für den Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinderwandung. 420
§ 56. Zur Theorie feuerloser Dampfmaschinen 432

B. Kaltdampfmaschinen.

Seite

§ 57. Kälteerzeugungsmaschinen im Allgemeinen 442
§ 58. Process der theoretisch vollkommenen Kaltdampfmaschine . . . 448
§ 59. Process der wirklich ausgeführten Kaltdampfmaschine und Arbeitsverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes . . . 458
§ 60. Ueber den Einfluss des schädlichen Raumes und der Cylinderwandungen des Compressors 466
§ 61. Ueber den Einfluss der Ueberhitzung des Dampfes bei der Compression . 469
§ 62. Ueber die Berechnung neuer Maschinen 472
Schlussbemerkung . 474

Anhang.

Tabellen.

		Seite
Gesättigte Dämpfe von	Wasser. Tab. I^a	II u. III
» » »	Wasser. Tab. I^b	IV u. V
» » »	Aether. Tab. 2^a und 2^b .	VI u. VII
» » »	Alkohol. Tab. 3^a und 3^b	VIII u. IX
» » »	Aceton. Tab. 4^a und 4^b .	X u. XI
» » »	Chloroform. Tab. 5^a und 5^b	XII u. XIII
» » »	Chlorkohlenstoff. Tab. 6^a und 6^b	XIV u. XV
» » »	Schwefelkohlenstoff. Tab. 7^a und 7^b	XVI u. XVII
» » »	Kohlensäure. Tab. 8^a u. 8^b	XVIII u. XIX
» » »	Ammoniak. Tab. 9 . . .	XX u. XXI
» » »	schwefliger Säure. Tab. 10	XXII u. XXIII
Erste Haupttabelle für	Wasserdämpfe. Tab. 11 .	XXIV, XXV, XXVI
Zweite » »	» Tab. 12 .	XXVII, XXVIII, XXIX

Verzeichniss der Druckfehler in Band I.

Seite 233 in der zweiten Formel von oben setze p_1 statt p_4

» 268 in Gl. (14) lies: $\frac{T_1 - T_2}{T_2}$ statt: $\frac{T_1 - T_2}{T_1}$

» 269 in Gl. (16) desgleichen

» 371 in der Mitte, lies: $V_1 p_1 = 9944 \frac{N}{u}$ statt: $994{,}4 \frac{N}{u}$

» 371 unten, lies: $V_1 = 0{,}2845$ statt: $0{,}02845$

» 372 oben, lies: $V_2 = 0{,}2348$ statt: $0{,}02348$

» 409 Zeile 7 von oben, lies: $p_1 v_1 = B_2 T$ statt $p_1 v_1 = BT$.

DRITTER ABSCHNITT.

Die Lehre von den Dämpfen.

§ 1. Vorbemerkungen.

Als »Dämpfe« bezeichnet man nach altem Gebrauch luftförmige Körper, welche durch Abkühlung, mit welcher man gewöhnlich zugleich Volumenverminderung verbindet, in den flüssigen, unter Umständen selbst in den festen Zustand übergeführt werden und umgekehrt aus flüssigen, bez. festen Körpern durch Wärmezuführung erzeugt werden können.

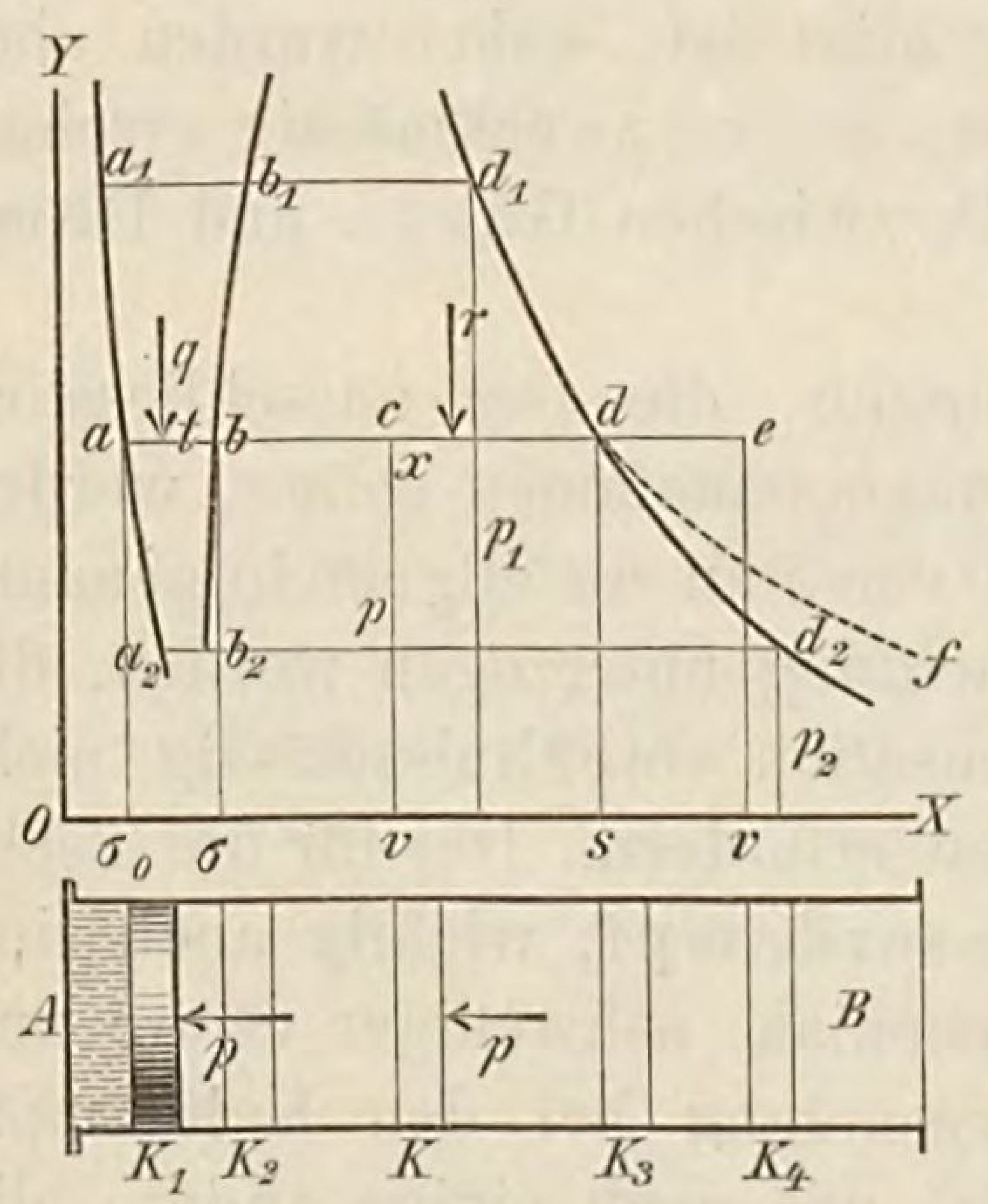
Schon in den einleitenden Bemerkungen zu den Untersuchungen über die Gase (B. I S. 83 u. f.) ist hervorgehoben worden, dass man in dem angegebenen Sinne ohne Ausnahme alle Luftarten als Dämpfe anzusehen berechtigt ist; dabei wurden aber auch (S. 87) die Gründe bezeichnet, die es zweckmässig erscheinen lassen, in der Thermodynamik zwischen Gasen und Dämpfen zu unterscheiden.

In den folgenden Untersuchungen, die fast ausschliesslich den Anforderungen der Technik entgegenkommen sollen, werden nur solche Luftarten, oder wie sie von nun an allgemein genannt werden sollen, Dämpfe der Betrachtung unterzogen werden, die zu ihrer Verflüssigung oder Condensation verhältnissmässig nicht zu grosse Temperaturerniedrigungen erfordern. Der für die Technik wichtigste Dampf ist der Wasserdampf, wichtig auch sind die Dämpfe von Kohlensäure, Ammoniak, schwefliger Säure und Aether, letztere wegen ihrer Verwendung bei den Kaltdampfmaschinen; die genannten Dämpfe, wie noch einige andere, die physikalisch von Interesse sind, weil für deren gründlichere Untersuchung gewisse Beobachtungen zur Verfügung stehen, erfüllen die gemachte Voraussetzung.

Bei der nähern Betrachtung der Dämpfe hat man zwei wesentlich von einander verschiedene Zustände zu unterscheiden; befindet sich nämlich in einem abgeschlossenen Raume eine gewisse Dampfart abgesperrt, so ist das Verhalten dieses Dampfes sehr verschieden, je nachdem sich in dem gleichen Raume noch Flüssigkeit befindet, aus welcher der Dampf hervorgegangen ist, oder der Dampf allein, ohne Flüssigkeit, vorhanden ist.

Im ersteren Falle nennt man den Dampf »gesättigt oder saturirt«, im anderen Falle »ungesättigt oder überhitzt«, und diese Unterscheidung wird bei allen folgenden Untersuchungen festgehalten werden müssen; bei der im ersteren Falle vorausgesetzten Mischung von Flüssigkeit und Dampf kann im Gefässe die erstere vom Dampfe vollständig getrennt erscheinen, der Raum also in einen Flüssigkeits- und einen Dampfraum unterschieden werden, wie das bei den gewöhnlichen Dampfkesseln in der That der Fall ist; es kann aber auch ein Theil der Flüssigkeit, unter Umständen die ganze Flüssigkeitsmasse, wenn solche dem Gewichte nach gegenüber der Dampfmasse gering ist, in Form von Wasserbläschen im Dampfe schweben; in diesem Falle ist der Dampf, der sonst wie gewöhnliche Luft unsichtbar ist, für das Auge als Nebel wahrnehmbar; solchen Dampf bezeichnet man in der Technik als »nass«; der Kürze des Ausdruckes wegen wird aber in der Folge die Benennung »nasser Dampf« meist für eine Mischung von Flüssigkeit und Dampf auch dann benutzt werden, wenn im gleichen Raume die Flüssigkeit vom Dampfe getrennt erscheint.

Fig. 1.



Befindet sich im Cylinder AB, dessen Querschnitt ein Quadratmeter sei (Fig. 1), zwischen dem Cylinderboden A und dem Kolben K bei dessen Stellung K_1 gerade ein Kilogr. Flüssigkeit abgesperrt und ist deren Temperatur 0° C., deren Volumen σ_0 und steht dieselbe unter dem äussern Drucke p, so wird der Punkt a den augen-

blicklichen Zustand dieser Flüssigkeitsmasse darstellen, indem das Volumen σ_0 durch die Abscisse und der Druck p durch die Ordinate wiedergegeben wird. Wird nun während der sogleich näher zu besprechenden Operationen der Druck p, welcher von aussen her auf dem Kolben lastet, constant erhalten und der Flüssigkeit Wärme von aussen mitgetheilt, so erhöht sich deren Temperatur von 0^0 an, bis bei einem gewissen Werthe t derselben die Verdampfung beginnt; bis dahin möge das Volumen von σ_0 auf σ zugenommen haben; jetzt entspricht der Punkt b dem augenblicklichen Zustande der Flüssigkeit.

Es tritt nun hier die bemerkenswerthe Erscheinung auf, dass die Temperatur t, bei welcher die Verdampfung beginnt, nur von dem Drucke p abhängig ist und zwar in dem Sinne, dass bei grösserem oder kleinerem Werthe des Druckes p auch die Temperatur t in entsprechendem Maasse eine höhere oder niedrigere ist.

Wird vom Zustande b an die Wärmemittheilung weiter fortgesetzt gedacht, so geht nun die Flüssigkeit allmählich in Dampf über, der Kolben im Cylinder weicht, Raum machend, zurück, und dabei bleibt unter der Voraussetzung, dass der bei der Verdampfung zu überwindende äussere Druck p constant erhalten wird, auch die zugehörige Temperatur t so lange unverändert, bis im Punkte d das letzte Flüssigkeitselement in Dampf übergegangen ist; das Volumen des Dampfes in diesem Momente möge jetzt und in der Folge mit s bezeichnet werden.

Auf dem ganzen Wege bcd (Fig. 1) steht der Dampf mit Flüssigkeit in Berührung, wird also als »gesättigt« bezeichnet, und das Merkwürdige dieses Zustandes besteht darin, dass die Temperatur des Dampfes hierbei mit dem Drucke p steigt und sinkt, so dass einem bestimmten Werthe desselben auch eine bestimmte Temperatur entspricht: es ist »die Temperatur t des gesättigten Dampfes *nur* eine Function des Druckes p«, nicht etwa gleichzeitig abhängig von dem Volumen der Mischung aus Flüssigkeit und Dampf, auch nicht davon abhängig, welches Mischungsverhältniss augenblicklich vorliegt, wie viel also Kilogramm Flüssigkeit und wie viel Kilogramm Dampf in der Gewichtseinheit Mischung vorhanden ist.

Im beliebigen Punkte c des Ueberganges bcd (Fig. 1) wird ein gewisses Mischungsverhältniss vorliegen, welches durch die

Gewichtsmenge x Kilogr. des augenblicklich vorhandenen Dampfes vollständig bestimmt ist; da eine Gewichtseinheit Mischung vorausgesetzt worden ist, so beträgt das Gewicht der vorhandenen Flüssigkeitsmenge $(1 - x)$ Kilogr.; die Grösse x wird bei den weiteren Untersuchungen als die »specifische Dampfmenge« bezeichnet, während $(1 - x)$ die »specifische Flüssigkeitsmenge« oder die »Dampfnässe« genannt werden könnte. Im Punkte b (Fig. 1) ist nur Flüssigkeit vorhanden, also die specifische Dampfmenge $x = 0$; im andern Grenzpunkte d ist $x = 1$ und hierbei eben das letzte Flüssigkeitselement in Dampf übergegangen; man bezeichnet den Dampf in diesem Zustande als »*trocken* gesättigt«; das specifische Volumen dieses Dampfes, welches schon vorhin mit s bezeichnet wurde, ist, wie das auch mit dem specifischen Volumen σ der Flüssigkeit der Fall ist, nur als Function des Druckes p oder auch der Temperatur t anzusehen.

Im beliebigen Zwischenpunkte c ist das Volumen des vorhandenen Dampfes nach der angegebenen Bezeichnung xs und das Volumen der vorhandenen Flüssigkeit $(1 - x)\sigma$; daher folgt das specifische Volumen v der (Gewichtseinheit) Mischung von Flüssigkeit und Dampf:

$$v = xs + (1 - x)\sigma$$

oder wenn man der Einfachheit wegen setzt

$$u = s - \sigma, \tag{1}$$

$$v = xu + \sigma, \tag{2}$$

und diese Gleichung könnte man als Zustandsgleichung des nassen Dampfes bezeichnen. Die Grösse u ist ebenso wie s und σ eine Function des Druckes p oder eine Function der Temperatur t allein, wird in Fig. 1 durch die Strecke bd dargestellt und giebt die Volumenvergrösserung, welche vorliegt, wenn ein Kilogr. Flüssigkeit vom Druck p und der zugehörigen Temperatur t bei constantem Druck p in trockenen, gesättigten Dampf übergeführt wird.

Wird jetzt vom Punkt d ab der Dampf weiter unter constantem Druck p erwärmt, so findet eine weitere Volumenvergrösserung von d bis zum Zustand e (Fig. 1) statt, wobei aber nun, weil keine Flüssigkeit mehr vorhanden ist, die zugeleitete Wärme

zur Temperaturerhöhung verwendet wird; mit der Volumenvergrösserung bei constantem Druck ist demnach Temperaturzunahme verbunden; auf dem Wege von d nach e und darüber hinaus ist der Dampf »überhitzt«, es folgt daher der Satz: Der überhitzte Dampf hat allezeit eine höhere Temperatur, als der gesättigte Dampf *von gleichem Druck.*

Bezeichnet v das specifische Volumen des überhitzten Dampfes im Zustande e (Fig. 1), so ist dieses auch jederzeit grösser, als das Volumen s des trockenen Dampfes von gleichem Druck, und da endlich nach früheren Sätzen das specifische Gewicht γ eines Körpers einfach der reciproke Werth des specifischen Volumens ist, so lässt sich, wenn man überhitzten Dampf mit trockenem, gesättigten Dampf bei gleichem Druck vergleicht, aussprechen, dass im trockenen, gesättigten Zustande das specifische Gewicht des Dampfes ein Maximum, sein specifisches Volumen und seine Temperatur dagegen ein Minimum ist.

Hätte man dagegen vom Punkte d und der Kolbenstellung K_3 ab die Expansion unter entsprechender Wärmezuführung bei constanter Temperatur t stattfinden lassen, so würde damit eine Druckabnahme, etwa wie es der Verlauf der punktirten Curve df (Fig. 1) andeutet, hervorgetreten sein; umgekehrt wird überhitzter Dampf unter Compression bei constanter Temperatur bis zum Eintritt der Sättigung ein Anwachsen des Druckes zeigen; beim trockenen gesättigten Dampf liegt daher, wenn man ihn mit überhitztem Dampf von gleicher Temperatur vergleicht, das Maximum des Druckes vor; eine weitere Druckerhöhung durch Compression bei constanter Temperatur ist nicht möglich, weil die isothermische Curve fd im Punkte d in die Horizontale dcb übergeht.

Bei den vorstehenden Betrachtungen wurde in Fig. 1 ein bestimmter äusserer Druck p gegen den Kolben vorausgesetzt, und der Punkt a entsprach nach seinen Coordinaten σ_0 und p einem Kilogramm Flüssigkeit von der Temperatur 0° C.; wäre nun in einem zweiten und dritten Fall der Druck p einmal grösser, nämlich p_1 und ein anderes Mal kleiner, nämlich p_2, so werden jetzt die beiden Punkte a_1 und a_2 den Zustand dieser Flüssigkeit bei der Temperatur 0° C. durch ihre Coordinaten hervortreten lassen; oder noch allgemeiner: die durch diese Punkte gehende Curve

$a_1 a a_2$ giebt für irgend welchen Druck bei der Temperatur 0° C. das specifische Volumen der Flüssigkeit durch die dem Druck entsprechende Abscisse.

Wird nun der Flüssigkeit einmal vom Punkte a_1 ab bei constantem Druck p_1 Wärme mitgetheilt, so wird im Punkte b_1 bei Erreichung der Temperatur t_1 die Verdampfung beginnen und im Punkte d_1 beendigt sein, und ebenso wird bei der Erwärmung unter constantem Druck p_2 vom Punkte a_2 ab der Anfang der Verdampfung nach b_2 und das Ende derselben nach d_2 fallen. Hiernach treten in den Curven $b_1 b b_2$ und $d_1 d d_2$ zwei neue Curven hervor, von denen die erstere, links liegende, als die untere, die andere, rechts liegende, als die obere Grenzcurve bezeichnet werden mag; beide Curven spielen in der Theorie der Dämpfe eine hervorragende Rolle. Hier mag zunächst nur Folgendes hervorgehoben werden.

Denkt man sich, für eine bestimmte Dampfart seien die beiden Grenzcurven durch ihre Gleichungen

$$p = \psi(\sigma) \quad \text{und} \quad p = \varphi(s) \tag{3^a}$$

bekannt, wobei ψ und φ Functionszeichen darstellen und es seien hiernach beide Curven bildlich dargestellt, so ist damit sofort die Beschaffenheit der Dampf- und Flüssigkeitsmischung gegeben, sobald man den Druck p und das Volumen v der Gewichtseinheit kennt.

Trägt man das Volumen v im Bilde Fig. 1 als Abscisse und den Druck p als Ordinate auf und fällt der entsprechende Punkt c zwischen die Grenzcurven, so ist der Dampf nass, also mit Flüssigkeit gemischt, gesättigt; fällt der Punkt in den Raum rechts der obern Grenzcurve, so ist dieser Dampf überhitzt, fällt derselbe in den Flächenraum links der untern Grenzcurve, so ist Flüssigkeit allein, also kein Dampf vorhanden. Fällt der Punkt auf die untere Grenzcurve $b_1 b_2$, so ist Flüssigkeit allein, aber von solcher Beschaffenheit vorhanden, dass durch die geringste Wärmezuführung die Verdampfung eingeleitet würde. Fällt endlich der Punkt auf die obere Grenzcurve $d_1 d_2$, so ist der vorhandene Dampf trocken gesättigt.

Es wurde vorhin bemerkt, dass Gl. (2) als Zustandsgleichung des nassen Dampfes angesehen werden könne; da die in derselben vorkommenden Werthe σ und u als Functionen des Druckes

p zu betrachten sind, so umschliesst die Gleichung die drei Variabeln Druck p, Volumen v und specifische Dampfmenge x. Ist dagegen der Dampf überhitzt, so tritt an die Stelle der letzteren Variabeln die Temperatur T; allgemein würde daher die Zustandsgleichung des überhitzten Dampfes durch

$$T = f(p, v) \tag{3^b}$$

auszudrücken sein. Würden, wie man früher allgemein annahm, die überhitzten Dämpfe sich wie Gase verhalten, so würde an die Stelle der vorstehenden Gleichung die in Bd. I benutzte Zustandsgleichung der Gase treten; die weiteren Untersuchungen, bei denen wir die Betrachtung der nassen Dämpfe von der der überhitzten getrennt halten müssen, werden aber zeigen, dass die erwähnte Voraussetzung nicht zutreffend ist.

A. Das Verhalten der gesättigten Dämpfe.

§ 2. Vom Druck der gesättigten Dämpfe.

Die Expansivkraft oder der Druck nasser Dämpfe ist, wie bereits hervorgehoben wurde, unabhängig von dem Volumen v und der specifischen Dampfmenge x und als eine Function der Temperatur t allein anzusehen.

Es ist aber noch nicht gelungen, die Relation zwischen Druck und Temperatur der nassen oder gesättigten Dämpfe irgend welcher Art aus einem allgemeinen Gesetze zu entwickeln (auf Versuche, welche nach dieser Richtung hin vorliegen, wird weiter unten an einigen Stellen aufmerksam gemacht werden); man hat sich vielmehr mit der Aufstellung von empirischen Formeln, die sich an die Beobachtungsresultate mehr oder weniger anschliessen, begnügen müssen.

Solcher empirischen Formeln sind, insbesondere für Wasserdampf, eine grosse Menge in Vorschlag gebracht worden und noch heute treten immer neue Vorschläge hinzu.

In der Technik wurde früher vielfach für Wasserdampf die zuerst von Young gegebene Formel:

$$p = \left(\frac{\alpha + t}{\beta}\right)^m \tag{4}$$

benutzt, in welcher Formel α, β und m Erfahrungszahlen, aus den Versuchen hervorgegangen, sind.

Die älteren Formeln von Dulong und Arago, von Tredgold, von Mellet, von Pambour, von Coriolis, des Artizan-Clubb in England waren von vorstehender Form*) und unterscheiden sich nur durch die Werthe der Constanten α, β und m und die Grenzen ihrer Brauchbarkeit. Eine andere vielfach benutzte Formel rührt von Roche her und wurde insbesondere bei genaueren physikalischen Untersuchungen verwendet:

$$\log \frac{p}{p_0} = \frac{\beta t}{\alpha + t} \cdot \tag{5}$$

Hierbei bedeuten auch p_0, α und β constante Grössen; die Formel ist von August, wie von Magnus benutzt worden. Letzterer entwickelt die Constanten für Wasserdampf nach seinen berühmten Versuchen über die Expansivkraft desselben. Holtzmann**) berechnete aus den Versuchen von Avogadro, Marx und Bunsen die Constanten der Formel auch für die Dämpfe von Quecksilber, Schwefelkohlenstoff, schweflige Säure, Cyan und Ammoniak; selbst in neuester Zeit ist man mehrfach auf die angegebene Form zurückgekommen. Es mag hier unterbleiben, die sehr verschiedenen numerischen Werthe der Constanten vorstehender Formeln aufzuführen, da für die folgenden Hauptuntersuchungen ausschliesslich die Relation Verwendung finden soll, welche von Regnault benutzt und schon vorher von Prony und Biot angewendet wurde. Die Formel lautet:

$$\log p = a + b\alpha^\tau + c\beta^\tau, \tag{6}$$

wobei

$$\tau = t - t_0 \tag{6a}$$

ist, und a, b, c, α, β und t_0 constante Grössen sind. Regnault hat für eine ganze Reihe verschiedener Dampfarten im gesättigten Zustand derselben bei dem verschiedensten Temperaturen die zugehörigen Pressungen beobachtet und für jede Dampfart die Con-

*) Eine Besprechung und Zusammenstellung der älteren Formeln giebt: Egen, »Ueber die Expansivkraft des Wasserdampfes«. Poggendorff's Annalen. Bd. 27. 1833. S. 9.

**) C. Holtzmann, »Ueber die Wärme und Elasticität der Gase und Dämpfe«. Mannheim 1845.

stanten der vorstehenden Gleichung (6) ermittelt und tabellarisch zusammengestellt (vergl. Citat Bd. I S. 90).*)

Der angegebene Logarithmus ist der Brigg'sche und der Druck p ist in Millimeter Quecksilbersäule gemessen; t ist die Temperatur nach Celsius und t_0 eine constante Grösse, welche von Regnault willkürlich gewählt wurde und welche die Temperatur desjenigen der fünf Versuche ist, der dem kleinsten Drucke entspricht. Die Ermittelung der fünf Constanten der Gl. (6) ist auf analytischem Wege nur möglich, wenn die fünf Werthe von p, welche der Constantenbestimmung zu Grunde gelegt werden, bei gleichen Temperaturintervallen gewählt werden, was Regnault auf Grund der graphischen Darstellung seiner Versuchsresultate leicht ermöglicht war.

Ist für eine Reihe derartiger Versuche t_0 die Temperatur für den Versuch, welcher dem kleinsten Drucke entspricht, und t_1 die Temperatur des nächstfolgenden Versuches, so ist allgemein bei gleichen Temperaturdifferenzen

$$\tau = n\,(t_1 - t_0),$$

wobei $n = 0, 1, 2, 3$ u. s. w. zu setzen ist; die Substitution in Gl. (6) giebt dann

$$\log p = a + b\,\alpha^{n\,(t_1 - t_0)} + c\,\beta^{n\,(t_1 - t_0)}$$

oder wenn wir vorübergehend annehmen:

$$\alpha_1 = \alpha^{t_1 - t_0} \text{ und } \beta_1 = \beta^{t_1 - t_0}, \tag{7}$$

$$\log p = a + b\,\alpha_1{}^n + c\,\beta_1{}^n. \tag{8}$$

Setzen wir jetzt der Einfachheit wegen $\log p = y$ und unterscheiden wir die fünf Versuchswerthe von $\log p$ durch die Bezeichnung

$$y_0\ y_1\ y_2\ y_3\ y_4$$

und nehmen wir der Reihe nach $n = 0, 1, 2, 3, 4$, so schreibt sich Gl. (8) für die fünf Versuche:

$$\begin{aligned} y_0 &= a + b + c \\ y_1 &= a + b\,\alpha_1 + c\,\beta_1 \\ y_2 &= a + b\,\alpha_1{}^2 + c\,\beta_1{}^2 \\ y_3 &= a + b\,\alpha_1{}^3 + c\,\beta_1{}^3 \\ y_4 &= a + b\,\alpha_1{}^4 + c\,\beta_1{}^4. \end{aligned}$$

*) Rel. II. 651.

Führen wir ferner noch für die Differenzen zweier benachbarter Werthe folgende Bezeichnung ein:

$$y_1 - y_0 = \delta y_0$$
$$y_2 - y_1 = \delta y_1$$
$$y_3 - y_2 = \delta y_2$$
$$y_4 - y_3 = \delta y_3,$$

so ergeben sich durch entsprechende Verbindung der gegebenen Formeln zunächst zur Ermittelung der Constanten α_1 und β_1 die beiden Gleichungen

$$\alpha_1 + \beta_1 = \frac{\delta y_1 \cdot \delta y_2 - \delta y_0 \cdot \delta y_3}{(\delta y_1)^2 - \delta y_0 \cdot \delta y_2}$$

$$\alpha_1 \beta_1 = \frac{(\delta y_2)^2 - \delta y_1 \cdot \delta y_3}{(\delta y_1)^2 - \delta y_0 \cdot \delta y_2}$$

und dann folgt:

$$b = \frac{\beta_1 \cdot \delta y_0 - \delta y_1}{(\alpha_1 - 1)(\beta_1 - \alpha_1)}$$

$$c = \frac{\delta y_1 - \alpha_1 \cdot \delta y_0}{(\beta_1 - 1)(\beta_1 - \alpha_1)}$$

$$a = y_0 - b - c$$

und endlich nach den Gln. (7)

$$\log \alpha = \frac{1}{t_1 - t_0} \log \alpha_1 \text{ und } \log \beta = \frac{1}{t_1 - t_0} \log \beta_1.$$

Auf dem hier angedeuteten Wege*) sind die Constanten in den Regnault'schen Formeln berechnet worden, wie sie sich in dessen Schriften angegeben finden. Die Angabe aller dieser Constanten ist hier unterlassen, ich habe vielmehr vorgezogen, in der folgenden Zusammenstellung S. 14 zur Erleichterung der numerischen Rechnungen neben den Werthen von a für verschiedene Dampfarten die Werthe von $\log (b\alpha^\tau)$ und $\log (c\beta^\tau)$ als Functionen der Temperatur t anzugeben, wobei die Vorzeichen des zweiten und dritten Gliedes der Gl. (6) speciell aufgeführt werden mussten.

*) Ich habe es nicht für überflüssig gehalten, die Formeln zur Berechnung der fünf Constanten hier anzugeben, weil sich in der Schrift Regnault's (Mémoires de l'Académie t. XXI. S. 596) in den beiden Formeln für $\alpha_1 + \beta_1$ und $\alpha_1 \beta_1$ Druckfehler befinden, worauf Moritz im Bulletin de l'Académie de St. Pétersbourg t. 13. S. 43 aufmerksam machte. Im zweiten Bande der »Relation etc.« macht auch Regnault selbst davon Anzeige.

Die Zusammenstellung umfasst übrigens nur eine Auswahl unter den verschiedenen von Regnault untersuchten Dämpfen, und zwar sind nur solche Dampfarten aufgeführt, welche eine technische Verwendung schon gefunden haben oder möglicher Weise noch finden können, sowie einige Dämpfe, deren physikalisches Verhalten auch noch in anderer Richtung von Regnault der Prüfung unterzogen worden ist und welche daher geeignet erscheinen könnten, Aufklärung über das Verhalten anderer Dämpfe zu geben, die experimentell noch nicht weiter untersucht wurden.

Mit Hülfe der in der Tabelle aufgeführten Ausdrücke lassen sich nun für die angegebenen 11 Dampfarten die Pressungen für bestimmte Temperaturen berechnen, und zwar erhält man den Druck in Millimeter Quecksilbersäule, in welcher Art derselbe für diese Dämpfe auch in den ersten acht Tabellen des Anhanges dieses Buches theils nach Regnault's, theils nach meinen Berechnungen angegeben ist.

Dividirt man diese Druckwerthe durch 760, so erhält man für die betreffende Temperatur t den Druck p »in Atmosphären«, und wenn man die so erhaltenen Werthe wieder mit 10333 multiplicirt, so ergiebt sich »der specifische Druck« des Dampfes, d. h. der Druck desselben in Kilogramm auf ein Quadratmeter bezogen. Dividirt man den letzteren Werth wiederum mit 10000, so ergiebt sich der Druck in Kilogramm auf ein Quadrat-Centimeter, ein Werth, der nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche meist *auch* als in Atmosphären ausgedrückt bezeichnet wird; Manche sprechen, um Verwechselungen zu vermeiden, dann doch wenigstens von Neu-Atmosphären; in der vorliegenden Schrift ist aber ein für allemal unter dem Druck von einer Atmosphäre verstanden der mittlere Druck der atmosphärischen Luft am Meeresspiegel, der zu 760 Millimeter Quecksilbersäule anzunehmen ist und welcher dem Drucke von 10333 kg auf 1 qm oder von 1,0333 kg auf 1 qcm entspricht.

Soll, um dem Gebrauche zu genügen, nach dem neueren Maasse gemessen werden, so wird nicht die Bezeichnung »Atmosphäre« benutzt, sondern einfach gesagt werden, der Druck betrage so und so viel Kilogramm, wobei dann an ein Quadrat-Centimeter Querschnitt gedacht wird. Im Uebrigen wäre kaum nöthig zu bemerken, weil das im wissenschaftlichen Sinne selbst-

Grundlagen für die Formel: $\log p = a + b\alpha^\tau + c\beta^\tau$.

Gesättigte Dämpfe von		Werthe von a	Vorzeichen von $b\alpha^\tau$	Vorzeichen von $c\beta^\tau$	Werthe von $\log(b\alpha^\tau)$	Werthe von $\log(c\beta^\tau)$
1. Wasser*)	0—100°	4.7393707	—	+	+ 0.6117408 — 0.003274463 t	— 1.8680093 + 0.006864937 t
	100—200°	6.2640348	—	—	+ 0.6593123 — 0.001656138 t	+ 0.0207601 — 0.005950708 t
2. Aether		5.0286298	—	+	+ 0.4414317 — 0.0031223 t	— 3.3497030 + 0.0145775 t
3. Alkohol		5.4562028	—	+	+ 0.6390301 — 0.0029143 t	— 2.4949325 — 0.0590515 t
4. Aceton**)		5.3085419	—	—	+ 0.5312766 — 0.0026148 t	— 0.9645222 — 0.0215592 t
5. Chloroform		5.2253893	—	—	+ 0.5219943 — 0.0025856 t	— 0.9111383 — 0.0131824 t
6. Chlorkohlenstoff . . .		12.0962331	—	—	+ 0.9550683 — 0.0002880 t	+ 0.1934744 — 0.0050220 t
7. Schwefelkohlenstoff . .		5.4011662	—	—	+ 0.4918860 — 0.0022372 t	— 0.7200368 — 0.0088003 t
8. Quecksilber		5.6640459	—	+	+ 0.8890208 — 0.0012438 t	— 0.4179605 — 0.0119062 t
9. Kohlensäure		5.6771989	—	+	+ 0.2175359 — 0.0052911 t	— 0.3948491 — 0.0089594 t
10. Ammoniak		5.5582655	—	Null	+ 0.3124815 — 0.0035023 t	
11. Schweflige Säure***) .		5.6604443	—	—	+ 0.4026078 — 0.0027084 t	— 1.1733846 — 0.0120780 t

(t Temperatur nach Celsius.)

*) Die Constanten für Wasser für die Temperaturgrenzen 0—100° sind von Moritz (Bulletin de l'Académie de St.-Pétersbourg t. 13 S. 43) neu berechnet, weil sich in die betreffenden Rechnungen von Regnault ein Fehler eingeschlichen hatte.

**) Die Constanten für Aceton habe ich neu bestimmt, weil sich die von Regnault gegebenen Werthe (Relation II. 474) als unrichtig herausstellten.

***) Die Constanten für schweflige Säure sind bei Regnault (Rel. II. 590 und 651) ebenfalls unrichtig angegeben, die dort aufgeführte Tabelle ist nahezu richtig und daher jedenfalls unter Anwendung anderer Constanten berechnet.

verständlich erscheint, dass der Druck jederzeit in absolutem Werthe, niemals als sogenannter »Ueberdruck«, d. h. nach Abzug des Gegendruckes von einer Atmosphäre, gemeint ist.

Die Anwendung der Sätze der Thermodynamik bei der Untersuchung des Verhaltens der Dämpfe erfordert nun aber nicht nur die Kenntniss der Beziehung zwischen Druck p und Temperatur t, sondern man muss auch wissen, wie der Differentialquotient $\frac{dp}{dt}$, der in den wichtigsten Formeln erscheinen wird, mit der Temperatur zusammenhängt. Diese Beziehung lässt sich aber leicht aus Regnault's Formel ableiten.

Multiplicirt man die Gleichung

$$\log p = a + b\alpha^\tau + c\beta^\tau$$

auf beiden Seiten mit dem natürlichen Logarithmus von 10, nämlich 2,302585093, welchen Werth wir mit k bezeichnen wollen, so erscheint links der natürliche Logarithmus von p; man erhält

$$\text{logn}\, p = ka + kb\alpha^\tau + kc\beta^\tau.$$

Differentiirt man diese Gleichung und beachtet man dabei, dass $\tau = t - t_0$ ist, wobei t_0 eine constante Grösse ist, so folgt:

$$\frac{dp}{pdt} = kb \;\text{logn}\, \alpha \cdot \alpha^\tau + kc \;\text{logn}\, \beta \cdot \beta^\tau,$$

oder wenn wir die natürlichen Logarithmen der rechten Seite durch die Brigg'schen ersetzen:

$$\frac{dp}{pdt} = (k^2 b \log \alpha)\, \alpha^\tau + (k^2 c \log \beta)\, \beta^\tau.$$

Da nun nach früheren Angaben die Constanten b, c, α und β für die verschiedenen Dämpfe bekannt sind, so lassen sich die beiden Coefficienten von α^τ und β^τ berechnen; bezeichnen wir dieselben mit m und n, setzen wir also

$$m = k^2 b \log \alpha \text{ und } n = k^2 c \log \beta, \tag{9}$$

so folgt:

$$\frac{dp}{pdt} = m\alpha^\tau + n\beta^\tau. \tag{10}$$

Ich habe in folgender Uebersicht nicht die Werthe von m und n, sondern der bequemern Anwendung wegen die Werthe von $\log (m\alpha^\tau)$ und $\log (n\beta^\tau)$ als Functionen von t angegeben, musste

aber in Folge dessen in den ersten beiden Columnen die Vorzeichen der beiden Glieder der rechten Seite der Gl. (10) besonders anführen.

Mit Hülfe der Ausdrücke der folgenden Zusammenstellung sind nun die Werthe:

$$\frac{dp}{p\,dt}$$

der Tabellen 1 bis 10 im Anhange Columne 5 berechnet worden. Diese Werthe sind in die Tabellen aufgenommen worden, weil sie, wie sich später zeigen wird, ebenfalls eine wichtige Rolle spielen; multiplicirt man sie mit dem zugehörigen Werth von p, so ergeben sich die den einzelnen Temperaturwerthen entsprechenden Werthe des Differentialquotienten

$$\frac{dp}{dt},$$

welche Werthe in Columne 4 der angegebenen Tabellen aufgeführt sind. Dieser Differentialquotient erscheint in Millimeter Quecksilbersäule gemessen; in der Anwendung bei den unten folgenden Formeln muss er in Kilogramm pro Quadratmeter ausgedrückt werden; zu diesem Zwecke hat man die Tabellenwerthe nur mit $\frac{10333}{760}$ zu multipliciren.

Es mag nun noch durch ein Beispiel der Gebrauch der beiden Uebersichtstabellen erläutert werden.

Beispiel. Es sei der Druck gesättigter Acetondämpfe für die Temperatur $t = 100^0$ zu bestimmen; hier folgt nach der Tafel S. 14:

$$\log (b\alpha^\tau) = +\,0{,}5312766 - 0.0026148\,t = 0.2697966$$

$$\log (c\beta^\tau) = -\,0.9645222 - 0.0215592\,t = -\,3.1204422$$

$$= 0.8795578 - 4,$$

woraus sich ergiebt:

$$b\alpha^\tau = 1.8612155$$

$$c\beta^\tau = 0.0007578.$$

Da nun ferner $a = 5.3085419$ ist, so folgt mit Rücksicht auf die angegebenen Vorzeichen von $b\alpha^\tau$ und $c\beta^\tau$ nach Gl. (8)

$$\log p = 3.4465686$$

und

$$p = 2796.20 \text{ Millim.},$$

wie auch Tabelle 4a im Anhange angiebt.

Grundlagen für die Formel: $\frac{dp}{p\,dt} = m\alpha^\tau + n\beta^\tau$.

Gesättigte Dämpfe von	Vorzeichen von $m\alpha^\tau$	Vorzeichen von $n\beta^\tau$	Werthe von log $(m\alpha^\tau)$	Werthe von log $(n\beta^\tau)$
1. Wasser 0—100°	+	+	— 1.1486877 — 0.003274463 t	— 3.3069414 + 0.006864937 t
1. Wasser 100—200°	+	+	— 1.3971597 — 0.001656138 t	— 1.4802398 — 0.005950708 t
2. Aether	+	+	— 1.3396624 — 0.0031223 t	— 1.4616396 + 0.0145775 t
3. Alkohol	+	—	— 1.1720041 — 0.0029143 t	— 2.9992701 — 0.0590515 t
4. Aceton	+	+	— 1.3268535 — 0.0026148 t	— 1.9064582 — 0.0215592 t
5. Chloroform	+	+	— 1.3410130 — 0.0025856 t	— 2.0667124 — 0.0131824 t
6. Chlorkohlenstoff	+	+	— 1.8611078 — 0.0002880 t	— 1.3812195 — 0.0050220 t
7. Schwefelkohlenstoff	+	+	— 1.4339778 — 0.0022372 t	— 2.0511078 — 0.0088003 t
8. Quecksilber	+	—	— 1.2917974 — 0.0012438 t	— 1.6177651 — 0.0119062 t
9. Kohlensäure	+	—	— 1.3344869 — 0.0052911 t	— 1.7181390 — 0.0089594 t
10. Ammoniak	+	Null	— 1.4187347 — 0.0035023 t	
11. Schweflige Säure	+	+	— 1.4402478 — 0.0027084 t	— 2.3669587 — 0.0120780 t

(t Temperatur nach Celsius.)

Beispiel. Bei schwefliger Säure erhält man nach vorstehender Uebersicht für $t = 0°$

$$\log(m\alpha^\tau) = -1.4402478 = 0.5597522 - 2$$
$$\log(n\beta^\tau) = -2.3669587 = 0.6330413 - 3.$$

Hieraus

$$m\alpha^\tau = 0.0362871 \quad \text{und} \quad n\beta^\tau = 0.0042958$$

und daher

$$\frac{dp}{p\,dt} = 0.0405829.$$

Nach den Angaben der vorhergehenden Zusammenstellung findet sich der Druck p der schwefligen Säure bei $t = 0°$ zu 1165.05 mm Quecksilber, oder, durch 760 dividirt, zu 1.5330 Atmosphären oder 15840 kg auf 1 qm. Daher folgt endlich auch

$$\frac{dp}{dt} = 47.281^{mm} \quad \text{oder} \quad 642.83 \text{ kg}.$$

Die in den ersten 10 Tabellen des Anhanges aufgeführten Zahlenwerthe schreiten nach gleichen Temperaturintervallen fort; für den technisch hochwichtigen Wasserdampf sind aber noch die Tabellen 11 und 12 beigefügt, in denen die Werthe für gleiche Druckintervalle berechnet sind. Da die von Regnault benutzte Biot'sche Formel (6) nicht, wie die anderen Formeln (4) und (5) umkehrbar ist, solcher Art, dass man für gegebenen Druck die

Temperatur berechnen kann, so fand die Temperaturbestimmung auf dem Wege der Interpolation statt, wie das auch bei den Angaben der folgenden Zusammenstellung geschehen ist, die für gewisse Vergleiche gute Dienste leisten dürfte*).

Temperatur *t* (Celsius) für gesättigte Dämpfe von:

Druck in Atmosphären zu 10 333 kg	Wasser	Aether	Alkohol	Aceton	Chloroform	Chlor-kohlenstoff	Schwefel-kohlenstoff	Quecksilber	Ammoniak	Schweflige Säure	Druck in Atmosphären zu 103 33 kg
1	100°.00	34°.96	78°.30	56°.32	60°.18	76°.52	46°.25	357°.35	— 32°.90	— 10°.01	1
2	120.60	55.87	96.82	78.03	82.59	101.37	69.25	397.32	— 18.12	+ 6.69	2
3	133.91	69.61	108.83	92.30	97.55	117.91	84.46	423.01	— 8.57	17.72	3
4	144.00	80.21	117.98	103.26	109.04	130.50	96.17	442.47	— 1.32	27.02	4
5	152.22	88.96	125.49	112.30	118.56	141.18	105.86	458.33	+ 4.61	33.28	5
6	159.22	96.47	131.91	120.08	126.78	150.19	114.21	471.85	9.68	39.38	6
7	165.34	103.09	137.57	126.95	134.08	158.12	121.59	483.71	14.13	44.80	7
8	170.81	109.01	142.65	133.15	140.66		128.25	494.32	18.11	49.71	8
9	175.77	114.37	147.28	138.81	146.71		134.34	504.36	21.74	54.23	9
10	180.31	119.39	151.54	144.05	152.34		139.97	513.44	25.08	58.15	10

Das Gesetz der Druckänderung mit der Temperatur lässt sich mit Hülfe der vorstehenden Zusammenstellung für die angegebenen Dampfarten leicht graphisch vor Augen führen, wenn

*) Die Tabelle 1 bis mit 8 und Tabelle 11 des Anhanges habe ich s. Z. sofort nach dem Erscheinen des 2. Bandes des Werkes von Regnault (s. Bd. I, Citat S. 90) und zwar mit Hülfe der Thomas'schen Rechenmaschine berechnet. In der 2. Auflage des vorliegenden Buches vom Jahre 1866 sind diese Tabellen bereits enthalten, in der vorliegenden Auflage weichen aber die Zahlenwerthe einiger Columnen etwas ab von den früher gegebenen, da früher der einer Atmosphäre entsprechende specifische Druck zu 10 334 kg angenommen wurde, während hierfür richtiger in der vorliegenden Auflage 10 333 kg gesetzt worden ist.

Ich habe mich s. Z. der überaus mühevollen und zeitraubenden Berechnung der Tabellen unterzogen in der Hoffnung, dass ein Vergleich der Rechnungsresultate auf gewisse Gesetze führen könnte, denen die gesättigten Dämpfe der verschiedenen Flüssigkeiten gleichzeitig unterworfen erscheinen. Die Erwartung hat sich bis zum heutigen Tage nicht erfüllt, so vielfache Verwendung die Tabellen auch von Andern inzwischen gefunden haben.

Die Tabellen 8^b, 9, 10 und 12, über deren Entstehung unten nähere Angaben folgen, sind der vorliegenden Auflage neu hinzugefügt.

man, wie es auch von Regnault geschehen ist, die Temperaturwerthe als Abscissen und die Drucke als Ordinaten aufträgt. Man erhält dann für jede Dampfart eine besondere Druckcurve; die einzelnen Curven, die alle von ähnlichem Verlaufe sind, liegen im Bilde neben einander; wenn man die Temperatur von links nach rechts aufgetragen hat, so giebt unter allen oben aufgeführten Dämpfen das Quecksilber die äusserste Druckcurve rechts; die äusserste Curve links entspräche dem Ammoniak; viel weiter nach links, schon in der Nähe des absoluten Nullpunktes, würden die Druckcurven liegen, welche dem Sauerstoff, Stickstoff u. s. w. im gesättigten Zustande entsprechen, für welche Curven bis jetzt nur wenige Punkte ermittelt sind. So giebt z. B. v. Wroblewski*) für Sauerstoff bei atmosphärischem Druck (genauer bei 740 Millimeter Quecksilbersäule) die Temperatur im Sättigungszustande zu — 181,5° C.; für Stickstoff bei gleichem Druck — 193°; für Kohlenoxydgas (bei 735 mm) — 190°. v. Wroblewski giebt (a. a. O.), allerdings für enge Temperaturgrenzen, also auf kurzer Strecke, auch den Verlauf der Spannungscurven für die genannten Dämpfe näher an.

Für Kohlensäure (vergl. Tabelle 8 des Anhangs) giebt Regnault**) die Temperatur für atmosphärischen Druck (760 mm) zu — 78,2° C.

§ 3. Von der Flüssigkeitswärme, sowie der gesammten und latenten Wärme.

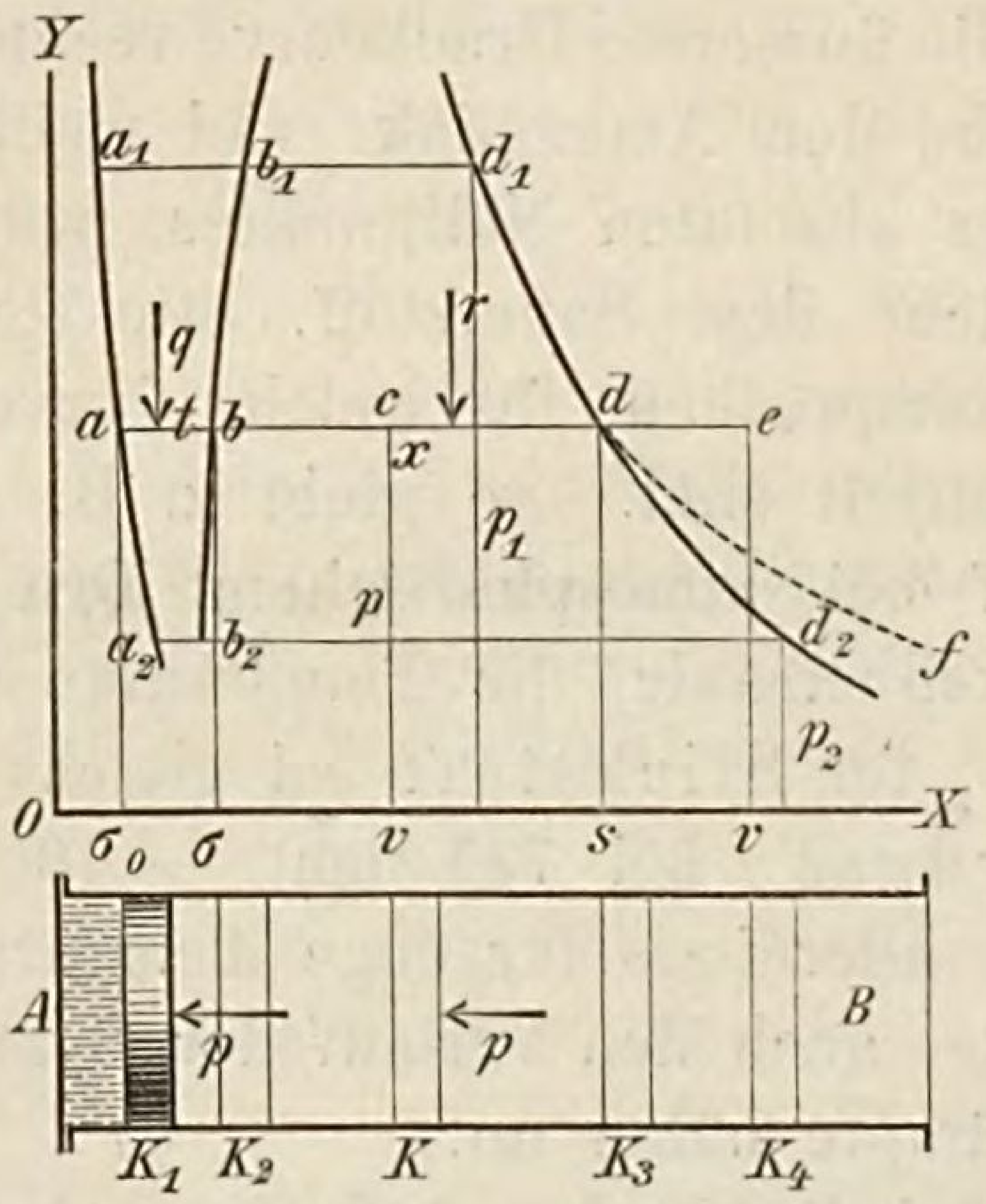
Die Verwerthung der Sätze der Thermodynamik bei der Untersuchung des Verhaltens der gesättigten Dämpfe erfordert neben den im Vorstehenden besprochenen Versuchsergebnissen noch andere Resultate, welche Beobachtungen entsprungen sind, und zwar solche, aus denen man wenigstens für einen bestimmten Fall auf die Wärmemenge schliessen kann, welche zur Erzeugung von gesättigtem Dampf aus seiner Flüssigkeit nöthig ist. Die hierüber vorliegenden Versuchsresultate, wenigstens die-

*) Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien. Bd. 91. 1885. »Ueber den Gebrauch des siedenden Sauerstoffs, Stickstoffs, Kohlenoxydes, sowie der atmosphärischen Luft als Kältemittel«.

**) Rel. II. 626.

jenigen, welche im Folgenden Verwendung finden, verdanken wir ebenfalls **Regnault** und zwar kennt man nach diesem die Wärmemengen, welche bei einer ganzen Reihe verschiedener Flüssigkeiten in Betracht kommen, wenn man die Gewichtseinheit Flüssigkeit von der Anfangstemperatur 0^{0} C. bei constantem Druck p in gesättigten Dampf verwandeln will.

Fig. 1.



Man denke sich wieder in nebenstehender Figur 1 (von S. 4 hier wiederholt) im Cylinder AB links vom Kolben in seiner Stellung K_1 die Gewichtseinheit einer Flüssigkeit von 0^{0} Temperatur abgeschlossen und den Kolben von aussen her mit p Kilogr. auf die Flächeneinheit belastet. Der Punkt a giebt den Zustand der Flüssigkeit nach Volumen und Druck, und zwar wird ersteres durch die Abscisse σ_0, letzterer durch die Ordinate p angezeigt.

Wird nun dieser Flüssigkeit von aussen her Wärme zugeführt, so wird sich dieselbe zunächst, bevor die Dampfbildung beginnt, bis auf die Temperatur t, welche dem Drucke p des zu erzeugenden Dampfes entspricht, erwärmen; hierbei nimmt, wie nach Fig. 1 angenommen werden mag, das Volumen der Flüssigkeit von σ_0 auf σ zu; und der Punkt b, welcher obigen Darlegungen gemäss auf der unteren Grenzcurve liegt, bezeichnet den Zustand der Flüssigkeit in diesem Augenblicke. Ich nenne nun die Wärmemenge, welche für die Zustandsänderung von a nach b erforderlich ist und die in der Folge mit q bezeichnet werden soll, die **Flüssigkeitswärme**; dieselbe ist zweifellos **nur** eine Function der Temperatur und lässt sich auch durch den Ausdruck

$$q = \int_0^t c\,dt \tag{11}$$

darstellen, wonach die Grösse

$$c = \frac{dq}{dt} \tag{12}$$

als die specifische Wärme der Flüssigkeit bei constantem Druck p und zwar gleichfalls als eine Function der Temperatur t hervortritt. Wegen des nach den Darlegungen des vorigen Paragraphen bestehenden Zusammenhanges zwischen der Temperatur t und dem Drucke p lassen sich nach Befinden die beiden vorstehenden Grössen q und c auch als Functionen des Druckes p ansehen. Wird nun vom Punkte b aus, also von der Kolbenstellung K_2 ab (Fig. 1) die Wärmezuführung weiter fortgesetzt, so beginnt die Dampfbildung unter constantem Druck p, bis im Punkte d bei der Kolbenstellung K_3 das letzte Flüssigkeitselement in Dampf übergegangen ist; dieser Dampf ist trocken gesättigt, der Punkt d liegt in der oberen Grenzcurve. Die Wärmemenge nun, welche in der Periode der Dampfbildung auf dem Wege bd, also hier bei constantem Druck p, wobei auch die Temperatur t keine Aenderung erlitt, zuzuführen war, nennt man die latente Wärme oder auch (nach Clausius) die Verdampfungswärme; dieselbe wird in der Folge jederzeit mit r bezeichnet werden, sie ist ebenfalls als Function der Temperatur t oder, wenn man will, als eine solche des Druckes p anzusehen. Die Summe der beiden Wärmemengen q und r, die mit λ bezeichnet werden soll, also:

$$\lambda = q + r, \tag{13}$$

wird (nach Regnault) gewöhnlich die Gesammtwärme des Dampfes genannt; dieselbe giebt die Wärmemenge an, welche erforderlich ist, um aus Flüssigkeit von 0° C. trocken gesättigten Dampf bei dem constanten Druck p und der entsprechenden Temperatur t zu erzeugen.

Regnault*) leitet aus seinen Versuchen zur Berechnung der Gesammtwärme für die nachbenannten Dämpfe die folgenden empirischen Formeln ab:

Gesättigte Dämpfe von	Gesammtwärme λ.	
Wasser	$\lambda = 606.50 + 0.305\,t$	
Aether	$= 94.00 + 0.45000\,t - 0.0005556\,t^2$	
Aceton	$= 140.50 + 0.36644\,t - 0.000516\,t^2$	
Chloroform	$= 67.00 + 0.1375\,t$	(14)
Chlorkohlenstoff	$= 52.00 + 0.14625\,t - 0.000172\,t^2$	
Schwefelkohlenstoff . .	$= 90.00 + 0.14601\,t - 0.0004123\,t^2$	

*) Rel. I. p. 726. — Rel. II. p. 881.

Für dieselben Dämpfe ist nach Regnault's*) Angabe die Flüssigkeitswärme q durch nachstehende Formeln zu bestimmen:

Gesättigte Dämpfe von	Flüssigkeitswärme q	
Wasser	$q = t + 0.00002\,t^2 + 0.0000003\,t^3$	
Aether	$= 0.52901\,t + 0.0002959\,t^2$	
Alkohol	$= 0.54754\,t + 0.0011218\,t^2 + 0.000002206\,t^3$	
Aceton	$= 0.50643\,t + 0.0003965\,t^2$	(15)
Chloroform	$= 0.23235\,t + 0.0000507\,t^2$	
Chlorkohlenstoff	$= 0.19798\,t + 0.0000906\,t^2$	
Schwefelkohlenstoff . . .	$= 0.23523\,t + 0.0000815\,t^2$	

Aus den vorstehenden Angaben bestimmen sich endlich unter Benutzung von Gl. (13) aus $r = \lambda - q$ die folgenden empirischen Formeln zur directen Berechnung der latenten Wärme (Verdampfungswärme):

Gesättigte Dämpfe von	Latente Wärme r	
Wasser ,	$r = 606.50 - 0.695\,t - 0.00002\,t^2 - 0.0000003\,t^3$	
Aether	$= 94.00 - 0.07901\,t - 0.0008514\,t^2$	
Aceton	$= 140.50 - 0.13999\,t - 0.0009125\,t^2$	
Chloroform	$= 67.00 - 0.09485\,t - 0.0000507\,t^2$	(16)
Chlorkohlenstoff . . .	$= 52.00 - 0.05173\,t - 0.0002626\,t^2$	
Schwefelkohlenstoff . .	$= 90.00 - 0.08922\,t - 0.0004938\,t^2$	

Nach den hier angegebenen Formeln sind denn nun für die aufgeführten Dampfarten die entsprechenden Werthe berechnet und in den Tabellen des Anhanges aufgeführt worden. Nur für Alkohol hat Regnault die Aufstellung einer empirischen Formel zur Berechnung der Gesammtwärme λ unterlassen, weil der betreffende Werth sich in einer Weise mit der Temperatur veränderlich zeigte, die auf eine empirische Formel von sehr complicirter Form geführt haben würde. In der für Alkohol angegebenen Tabelle sind daher für λ die Werthe benutzt worden, welche Regnault auf graphischem Wege gewonnen hat.

*) Rel. I. p. 746. — Rel. II. p. 262 u. f.

Die in den obigen Zusammenstellungen aufgeführten Dampfarten sind es ausschliesslich, für welche, wie es weitere Untersuchungen fordern, die besprochenen Wärmemengen nach den angegebenen Formeln berechnet werden können; für alle anderen Dämpfe, also auch für die in den Tafeln des Anhanges aufgeführten Dämpfe von Kohlensäure, Ammoniak und schwefliger Säure, liegen leider noch keinerlei weitere Beobachtungen vor, was sich besonders bei den zuletzt genannten drei Dämpfen, wegen der grossen technischen Bedeutung, welche dieselben in neuerer Zeit gewonnen haben, recht fühlbar macht; für einige derselben wird weiter unten der Versuch gemacht werden, die Flüssigkeitswärme und die latente Wärme unter Zugrundelegung gewisser Hypothesen abzuleiten.

Bevor nun aber die vorhin aufgestellten, von Regnault gegebenen empirischen Formeln zu weiteren Untersuchungen in Gebrauch genommen werden, ist es nothwendig, über die Zuverlässigkeit derselben und über die Grenzen ihrer Brauchbarkeit einige Bemerkungen zu machen. Bei näherer Prüfung der Versuchsmethoden Regnault's, über die in fast jedem grösseren Handbuch der Physik berichtet wird, erkennt man, dass insbesondere die Bestimmung der Flüssigkeitwärme q und daher auch die der specifischen Wärme c der Flüssigkeit unter Voraussetzungen stattgefunden hat, die nicht als vollständig zutreffend bezeichnet werden können.

In Fig. 1 S. 20 stellt die Curve $a_1 a a_2$ die Beziehung zwischen Druck und Volumen der Flüssigkeit bei constanter Temperatur 0° C. dar; dass diese Curve sich mit wachsendem Drucke, wie es auch in der Figur angedeutet ist, der Ordinatenaxe OY nähert, ist zweifellos, andererseits haben aber die Beobachtungen ergeben, dass die Volumenverminderungen der Flüssigkeiten, insbesondere die des Wassers, mit wachsendem Druck bei constanter Temperatur verschwindend klein sind gegenüber denen, welche bei der schliesslichen Dampfbildung hervortreten. Man darf daher die Curve $a_1 a a_2$ (Fig. 1) als eine verticale Gerade ansehen, mit anderen Worten, in den folgenden Rechnungen das specifische Volumen σ_0 der Flüssigkeit bei 0° C. als vom Drucke unabhängig, wenigstens innerhalb der in der Technik auftretenden Druckgrenzen, betrachten.

Die zweite Curve $b_1 b b_2$ in Fig. 1, die untere Grenzcurve,

giebt die Beziehung an, welche zwischen Druck und Volumen der Flüssigkeit besteht, unter der Voraussetzung, dass die Temperatur derselben gerade dem Drucke entspricht, bei welchem eben der Beginn der Dampfbildung möglich ist. Dass diese Curve, wie in der Figur angedeutet ist, sich mit wachsendem Drucke von der Ordinatenaxe entfernt, ist mit Sicherheit anzunehmen, im Uebrigen aber ist für die hier in Frage kommenden Dampfarten über den wahren Verlauf dieser Curve Genügendes nicht bekannt.

Speciell bei Wasser ist nach Hirn der Schluss zu ziehen, dass innerhalb der gewöhnlichen Druckgrenzen eine ausserordentlich geringe Zunahme des specifischen Volumens σ mit wachsendem Drucke hervortritt.

Setzt man das specifische Volumen des Wassers bei atmosphärischem Drucke und der zugehörigen Temperatur von 100° zu $\sigma = 0.0010$ cbm wie bei 4° C., so ist dasselbe nach Hirn bei 14 Atmosphären, entsprechend der Temperatur von 195.53° auf 0.00115 gewachsen; die Zunahme ist also so gering, dass man sich erlauben darf, die Volumenveränderungen des flüssigen Wassers in diesem Falle verschwindend klein anzunehmen gegenüber denen, welche die zugehörigen Dämpfe bei Druck- und Temperaturveränderungen erleiden. Diese Annahme macht man auch bei den anderen in den folgenden Untersuchungen auftretenden Flüssigkeiten, setzt also voraus: Das Volumen σ der Gewichtseinheit Flüssigkeit sei als eine constante Grösse anzusehen, welche Temperatur die Flüssigkeit auch haben und welchem Drucke sie auch ausgesetzt sein möge; oder in anderer Darstellung, die beiden Curven $b_1 b b_2$ und $a_1 a a_2$ in Fig. 1 werden als zusammenfallend mit einer verticalen Linie betrachtet. Es ist dem aber sofort hinzuzufügen, dass diese Annahme sicherlich nur innerhalb gewisser Druck- und Temperaturgrenzen zulässig ist, also bei allen folgenden Betrachtungen stillschweigend vorausgesetzt wird, dass diese Grenzen im Verlaufe der zu untersuchenden Processe nicht überschritten werden. Es wird sich übrigens Gelegenheit geben, unten auf die Frage zurückzukommen.

Anschliessend an vorstehende Darlegungen darf aber ferner der Hinweis nicht unterlassen werden, dass bei der Art und Weise, in welcher Regnault aus seinen Versuchen die Flüssig-

keitswärme q und die specifische Wärme c der Flüssigkeiten berechnet, stillschweigend und ausdrücklich die Unveränderlichkeit des specifischen Volumens der Flüssigkeit vorausgesetzt worden ist; wollte man diese Voraussetzung nicht gelten lassen, so müsste man die Richtigkeit der empirischen Formeln bezweifeln, die Regnault für die Flüssigkeitswärme gegeben hat. Derselbe hat nämlich keineswegs die Wärmemenge beobachtet, welche eine Flüssigkeit erfordert, um sie bei constantem Drucke von der Temperatur 0° auf die entsprechende Verdampfungstemperatur $t°$ zu bringen oder die Wärmemenge, welche auf dem umgekehrten Wege abzuleiten war; Regnault liess vielmehr bei den mit Wasser ausgeführten Versuchen aus einem kleinen Dampfkessel eine gewisse Quantität Wasser unter dem daselbst herrschenden Dampfdruck in ein mit kaltem Wasser gefülltes Calorimeter strömen und beobachtete die Temperaturerhöhung, welche daselbst die unter atmosphärischem Drucke stehende Flüssigkeit erfuhr. Der hierbei stattfindende Vorgang ist verwickelt, lässt sich aber nach den weiter unten folgenden Darlegungen über den Ausfluss hoch erhitzter Flüssigkeiten verfolgen; das Ergebniss dieser Rechnungen ist, dass die Regnault'sche Berechnungsart in der That zulässig ist, wenn man die Unveränderlichkeit oder, richtiger gesagt, die sehr geringe Veränderlichkeit des specifischen Volumens des Wassers zugiebt.

Spätere Versuche von Hirn, sowie von Pfaundler und Platter scheinen freilich, wie noch bemerkt zu werden verdient, darauf hinzudeuten, dass die specifische Wärme des Wassers rascher mit der Temperatur zunimmt, als es nach den oben aufgeführten Angaben Regnault's der Fall ist.

In der vorliegenden Schrift sollen jedoch die Regnault-schen Angaben festgehalten werden.

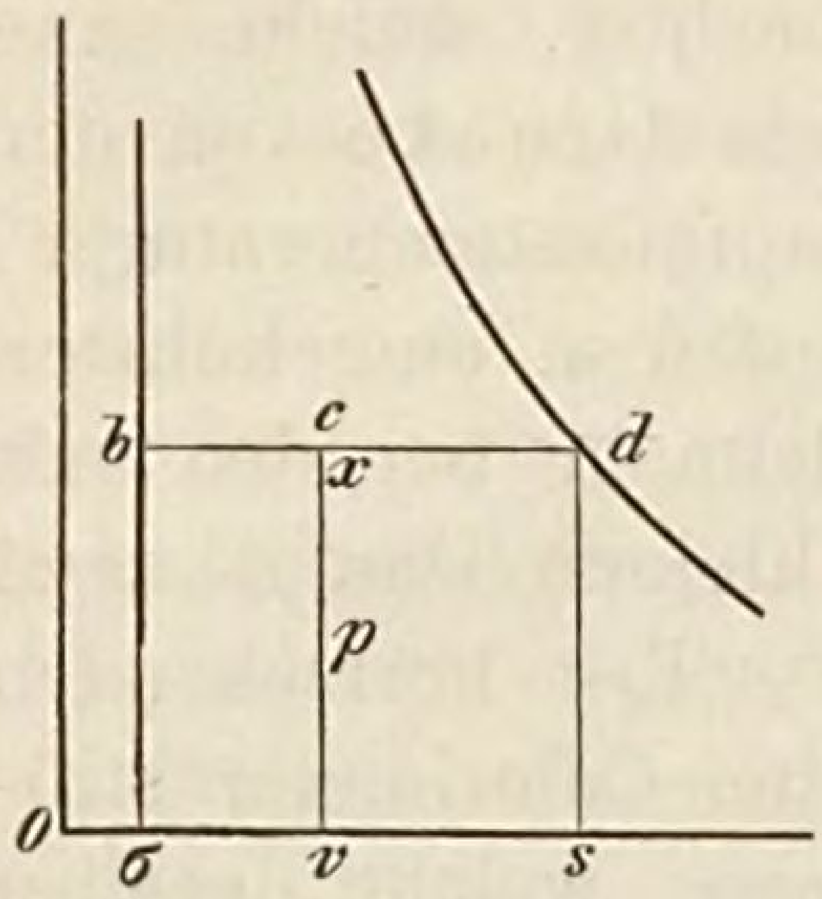
§ 4. Von der Dampfwärme, sowie der inneren und äusseren latenten Wärme.

Die vorhin aufgeführten empirischen Formeln, welche Regnault für verschiedene Dämpfe zur Berechnung der Gesammtwärme und der latenten Wärme angegeben hat, gelten unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass die Dampferzeugung bei constantem Drucke p und zwar bei demjenigen Drucke statt-

gefunden hat, der nach dem Spannungsgesetze gerade der vorausgesetzten Temperatur entspricht.

Beim Uebergange aus dem flüssigen in den dampfförmigen Zustand ist aber wegen der Volumenvergrösserung von σ auf s (Fig. 2) eine Arbeit gewonnen worden, welche durch die Fläche des Rechteckes $\sigma b d s$ dargestellt wird. Bezeichnet man diese Arbeit mit L, so ist ohne Weiteres im vorliegenden Falle:

Fig. 2.



$$L = p(s - \sigma).$$

Da die beiden Grössen s und σ auch in den folgenden Formeln meist mit ihrer Differenz auftreten, so mag nach dem Vorgange von Clausius, wie schon bei der Ableitung von Gl. (2) S. 6 geschehen ist, die einfachere Bezeichnung

$$u = s - \sigma$$

Verwendung finden, also die in Rede stehende Arbeit durch

$$L = pu$$

dargestellt werden. In Fig. 2 ist der Werth u durch die Strecke bd zu messen und ist derselbe als eine noch zu bestimmende Function des Druckes p oder, wenn man will, der Temperatur t anzusehen.

Da nun mit einem Gewinn von Arbeit ein Verschwinden von Wärme verbunden ist und hierbei der Arbeitseinheit die Wärmemenge A entspricht, so stellt

$$AL = Apu \tag{17}$$

die Wärmemenge dar, welche in Arbeit verwandelt wird, wenn die Gewichtseinheit von trockenem, gesättigtem Dampf bei constantem Drucke gebildet wird oder umgekehrt, die Wärmemenge, welche erzeugt wird, wenn trockener Dampf bei constantem Drucke condensirt wird.

Erfolgt die Dampfbildung aus Flüssigkeit von 0° Temperatur, so war die Gesammtwärme λ; es wird daher von der ganzen zugeführten Wärme nur noch die Wärmemenge $(\lambda - Apu)$ im Dampfe zurückgeblieben sein. Wird dieser Rest mit J bezeichnet, so folgt die Beziehung:

$$J = \lambda - Apu. \tag{18}$$

Diese Wärme nenne ich die »Dampfwärme«; sie giebt an, wie viel Calorien Wärme in der Gewichtseinheit von gesättigtem Dampfe gewissen Druckes mehr enthalten sind, als in der Gewichtseinheit Flüssigkeit *von* 0° *Temperatur*.

Hätte dagegen die Flüssigkeit beim Beginn der Dampfbildung bereits die entsprechende Temperatur t, so würde die Wärmemenge, welche die Ueberführung in Dampf bei constantem Drucke erforderlich machte, durch die latente Wärme r gemessen; es bedeutet demnach die Differenz $(r - Apu)$ wiederum die Wärmemenge, welche im Dampfe zurückgeblieben ist oder bei der Dampfbildung im Innern verbraucht worden ist. Wird diese Differenz mit ϱ bezeichnet, so folgt die Beziehung

$$\varrho = r - Apu. \tag{19}$$

Ich nenne den Werth ϱ die »innere latente Wärme« und dem entsprechend den Werth Apu die »äussere latente Wärme«; beide Wärmemengen zusammengefasst, geben die gesammte latente Wärme oder die latente Wärme kurzweg. Die innere latente Wärme ϱ giebt an, wie viel Calorien Wärme in der Gewichtseinheit von gesättigtem Dampf gegebenen Druckes mehr enthalten sind, als in der Gewichtseinheit Flüssigkeit *von gleicher Temperatur*.

Die Verbindung der beiden vorstehenden Gln. (18) und (19) giebt überdies noch unter Berücksichtigung von Gl. (13) die Beziehung

$$J = q + \varrho. \tag{20}$$

Die beiden Grössen J und ϱ habe ich in die Wärmelehre eingeführt, nicht nur, weil damit alle auf das Verhalten der gesättigten Dämpfe bezüglichen Formeln eine einfachere Gestalt annehmen, sondern weil diese Grössen auch eine allgemeinere Bedeutung haben, als die Grössen λ und r.

Die Dampfwärme J und die innere latente Wärme ϱ sind beide unabhängig von der Art und Weise, nach welcher die Bildung des Dampfes aus der Flüssigkeit stattgefunden hat, während man bei der Benutzung der Gesammtwärme λ und der latenten Wärme r ausdrücklich im Auge behalten muss, dass sie nur gültig sind, wenn die Verdampfung bezw. Condensation bei constantem Drucke erfolgte.

Gelingt es nun, von den drei Wärmemengen J, ϱ und Apu auch nur eine als Function des Druckes oder der Temperatur darzustellen, so sind nach den vorstehenden Formeln auch die beiden anderen Werthe bestimmt.

Die Thermodynamik giebt das Mittel an die Hand, eine Beziehung zur Berechnung der äusseren latenten Wärme Apu aufzustellen.

Denkt man sich zu diesem Zwecke, es liege die Gewichtseinheit einer Dampf- und Flüssigkeitsmischung vor, bei welcher x Kilogramm Dampf mit $(1-x)$ Kilogramm Flüssigkeit gemischt sind, so ist das dem Punkte c (Fig. 2) entsprechende Volumen v nach Gl. (2) S. 6

$$v = xu + \sigma.$$

Führt man dieser Mischung bei constanter Temperatur die Wärmemenge dQ zu, so wächst das Volumen um

$$dv = u dx,$$

weil in diesem Falle u constant ist; da hierbei die Flüssigkeitsmenge dx bei constantem Drucke in Dampf übergeht, so ist

$$dQ = r dx$$

und daher folgt aus der Verbindung mit der vorhergehenden Gleichung

$$dQ = \frac{r}{u} dv. \qquad (21)$$

Für diese Wärmemenge lässt sich nach den früher gegebenen Grundgleichungen noch ein anderer Ausdruck aufstellen.

Nach der zweiten der unter III[a] (Bd. I S. 60) aufgestellten, für alle Körper gültigen Gleichungen ist nämlich

$$dQ = \frac{A}{\frac{\partial t}{\partial p}} \left[X dt + T dv \right],$$

oder da hier eine Wärmemittheilung bei constanter Temperatur vorausgesetzt wird:

$$dQ = \frac{AT}{\frac{\partial t}{\partial p}} dv.$$

Nun ist aber im vorliegenden Falle die Temperatur nur eine Function des Druckes p, der reciproke Werth des partiellen

Differentialquotienten $\frac{\partial t}{\partial p}$ schreibt sich daher $\frac{dp}{dt}$, und man erhält

$$dQ = AT \frac{dp}{dt} dv.$$

Die Verbindung dieser Gleichung mit Gl. (21) führt nun auf die Beziehung:

$$\frac{r}{u} = AT \frac{dp}{dt}, \tag{22}$$

in welcher T die absolute Temperatur darstellt.

Diese Gleichung bildet das wichtigste und hervorragendste Resultat, auf welches bis jetzt die Thermodynamik bei der Untersuchung des Verhaltens der gesättigten Dämpfe geführt hat. Die Gleichung rührt von Clapeyron (1834) her, nur stand in dessen Formel an Stelle von AT die Temperaturfunction C, die oben als Carnot'sche Function bezeichnet wurde. (Vergl. Bd. I S. 123 Anmerkung.) Unter Zugrundelegung der damals bekannten Werthe der latenten Wärme r verschiedener Dämpfe und der Annahmen, welche man bezüglich des specifischen Volumens der Dämpfe machte, berechnete Clapeyron den Werth der Carnot'schen Function für verschiedene Temperaturwerthe.

Nachdem man später den wahren Zusammenhang der Carnot'schen Function mit der Temperatur erkannt hatte und die genaueren Versuche von Regnault über die latente Wärme vorlagen, hat man, insbesondere nach dem Vorgange von Clausius, die Formel umgekehrt zu einer genaueren Bestimmung des Werthes von u benutzt, eine Frage, auf welche unten zurückzukommen sein wird. Da die Formel auch nach anderer Richtung Anlass zu speciellen Untersuchungen geben wird, so soll sie, um Hinweise zu erleichtern, im Weiteren als die Clapeyron'sche Gleichung bezeichnet werden.

Für die Zwecke der in diesem Paragraphen vorliegenden Untersuchungen erhält man, wenn man Gl. (22) auf beiden Seiten mit Ap dividirt:

$$\frac{r}{Apu} = \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} \tag{23}$$

und kann dann auch den reciproken Werth φ, nämlich:

$$\varphi = \frac{Apu}{r} \tag{24}$$

berechnen. Für solche Dämpfe, für welche r als Function der Temperatur bekannt ist, lassen sich dann auch die Werthe Apu, ϱ und J nach vorstehenden Formeln für jede Temperatur bestimmen.

Die entsprechenden Columnen der Tabellen 1 bis 8 des Anhanges sind nach den gegebenen Formeln berechnet und bedürfen nach den in den einzelnen Columnen gegebenen Ueberschriften nun keiner weiteren Erläuterung. Für die Verwerthung der Tabellenwerthe, insbesondere für technische Zwecke, ist es aber durchaus erforderlich, für die in Frage stehenden Wärmemengen J, ϱ und Apu empirische Formeln aufzustellen, die mit hinreichender Genauigkeit für jede Temperatur diese Grössen rasch und ohne jede Zwischenrechnung ermitteln lassen.

Da nun aber in diesem Buche streng an den Regnault-schen Angaben für die Wärmemengen λ und q festgehalten werden soll, um die Anzahl der empirischen Formeln nur soweit zu vermehren, als es durchaus erforderlich erscheint, so habe ich aus den Tabellenwerthen nur für die innere latente Wärme ϱ die Formeln entwickelt, welche die folgende Zusammenstellung enthält und welche die Tabellenwerthe mit hinreichender Genauigkeit wiedergeben.

Gesättigte Dämpfe von	Innere latente Wärme ϱ	
Wasser	$\varrho = 575.40 - 0.791\, t$	
Aether.	$= 85.54 - 0.10648\, t - 0.0007160\, t^2$	
Aceton	$= 131.63 - 0.20184\, t - 0.0006280\, t^2$	
Chloroform	$= 62.44 - 0.11282\, t - 0.0000140\, t^2$	(25)
Chlorkohlenstoff	$= 48.57 - 0.06844\, t - 0.0002080\, t^2$	
Schwefelkohlenstoff	$= 82.79 - 0.11416\, t - 0.0004020\, t^2$	

In Verbindung mit den unter (15) und (16) angegebenen Formeln lassen sich dann nach den vorstehenden Angaben durch die Beziehungen

$$Apu = r - \varrho$$

und

$$J = q + \varrho$$

auch empirische Formeln für die hier genannten Grössen aufstellen.

Bemerkenswerth ist es, dass gerade bei dem Wasserdampfe der Werth ϱ sehr einfach mit der Temperatur zusammenhängt; die

grosse Genauigkeit, welche die betreffende Formel gewährt, geht aus der Gleichheit der Differenzen der in Col. 7 Tab. I^b aufgeführten Werthe des Anhanges hervor.

Die Verbindung der Gln. (13) und (19) giebt die äussere latente Wärme

$$Apu = \lambda - q - \varrho, \tag{26}$$

und daher folgt speciell für Wasserdampf, wenn man die betreffenden unter (16) und (25) aufgeführten empirischen Formeln benutzt

$$Apu = 31.10 + 1.096\, t - q. \qquad (26^a)$$

In den beiden für Wasserdampf gegebenen Haupttabellen (11) und (12) des Anhanges sind die Werthe Apu und ϱ nach den vorstehenden Formeln berechnet, anstatt nach den Formeln (23) und (19). Im Uebrigen erhält man zur directen Berechnung der äusseren latenten Wärme die folgenden Formeln:

Gesättigte Dämpfe von	Aeussere latente Wärme $Apu = r - \varrho$	
Wasser	$Apu = 31.10 + 0.096\, t - 0.00002\, t^2 - 0.000000\, t^3$	
Aether	$= 7.46 + 0.02747\, t - 0.0001354\, t^2$	
Aceton	$= 8.87 + 0.06185\, t - 0.0002845\, t^2$	
Chloroform	$= 4.56 + 0.01797\, t - 0.0000367\, t^2$	(27)
Chlorkohlenstoff. . .	$= 3.43 + 0.01671\, t - 0.0000546\, t^2$	
Schwefelkohlenstoff .	$= 7.21 + 0.02524\, t - 0.0000918\, t^2$	

Bei physikalischen Untersuchungen wird sehr häufig zur Berechnung der latenten Wärme r des Wasserdampfes eine Näherungsformel benutzt, welche Clausius vorgeschlagen hat, nämlich:

$$r = 607 - 0.708\, t. \tag{28}$$

Es wäre daher auch

$$Apu = r - \varrho = 31.6 + 0.083\, t$$
$$= 0.083(T + 107.72). \qquad (28^a)$$

Die Differenzen der Werthe der beiden Columnen 4 und 5 der Tabelle I^b des Anhanges zeigen aber, dass bei genauen Rechnungen von diesen Formeln kein Gebrauch gemacht werden sollte*).

*) Die Tabellen der ersten Auflage des vorliegenden Buches sind noch unter der Annahme der Clausius'schen Formel für die latente Wärme r berechnet worden und weichen daher ab von den Tabellen der vorliegenden Schrift.

§ 5. Specifisches Gewicht der gesättigten Dämpfe.

Bei der Bestimmung des specifischen Gewichtes, d. h. des Gewichtes der Cubikeinheit Dampf ging man früher von der Annahme aus, dass der Zusammenhang zwischen Druck, Volumen und Temperatur derselbe, wie bei Gasen sei, benutzte also die Zustandsgleichung der letzteren und schrieb daher, wenn hier das specifische Volumen des trockenen gesättigten Dampfes, wie oben, mit s bezeichnet wird,

$$ps = BT,$$

wobei dann B eine der betreffenden Dampfart zukommende Constante bedeutete.

Da nun das specifische Gewicht, welches mit γ bezeichnet werde, in Kilogrammen auf ein Cubikmeter bezogen zu dem specifischen Volumen in der Beziehung

$$\gamma s = 1$$

steht, so ergiebt vorstehende Formel

$$\gamma = \frac{p}{BT}. \tag{29}$$

Wenn man hier für den in Betrachtung stehenden Dampf die Werthe des Druckes p substituirt, welche sich für verschiedene Temperaturen durch Beobachtung herausstellen, so ergeben sich die den angenommenen Pressungen entsprechenden Werthe von γ.

Die angestellten Rechnungen zeigten nun, dass das specifische Gewicht γ nahezu gleichförmig mit dem Dampfdrucke zunahm, und das veranlasste Navier speciell für Wasserdampf die Beziehung

$$\gamma = \alpha + \beta p \tag{30}$$

aufzustellen, in welcher α und β constante Grössen bezeichnen, deren Werthe ermittelt wurden. Die Beziehung ist in der Technik als die Navier'sche Formel bekannt; den ausgedehntesten Gebrauch von derselben machte Pambour in seiner Theorie der Dampfmaschinen, die in den Augen der Ingenieure eine lange Reihe von Jahren hindurch und zwar nach dem damaligen Stande der physikalischen Forschungen mit Recht, als eine hoch bedeutungsvolle Leistung galt.

Allerdings erkannten schon Navier, Pambour u. A., dass die Beziehung (30) auch nur innerhalb gewisser Druckgrenzen die aus Gl. (29) hervorgehenden Werthe genau wiedergab; man half sich daher damit, dass man die Constanten α und β gesondert für Wasserdampf unter Tiefdruck und unter Hochdruck berechnete, ein Verfahren, welches heutzutage schon dadurch hinfällig wird, dass man jetzt bei Dampfmaschinen weit höhere Pressungen in Anwendung bringt, als damals unter Hochdruck verstanden wurden.

Das Fehlerhafte dieser älteren Rechnungen liegt aber in der Annahme der Richtigkeit der Gl. (29), nach welcher die gesättigten Dämpfe der Zustandsgleichung der Gase folgen sollten.

Es gehört, so weit die Bedürfnisse technischer Untersuchungen in Frage kommen, zu den wichtigsten Ergebnissen der Thermodynamik, dass sie die Zweifel beseitigt haben, die seit Navier's Zeit über das Verhalten der Dämpfe bestanden.

Nach der Erkennung der wahren Bedeutung der Carnotschen Function war Clausius der erste, welcher aus den folgenden drei Gleichungen (Gl. (22) S. 29 und Gl. (1) S. 6):

$$\frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}; \quad u = s - \sigma \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{s} = \frac{1}{u + \sigma}$$

das specifische Gewicht der gesättigten Wasserdämpfe berechnete und zu dem Ergebniss gelangte, dass bei sehr geringen Pressungen die Abweichungen von den Resultaten der älteren Berechnungsweise geringfügig sind, dass aber mit wachsendem Drucke die Abweichungen beträchtlich zunehmen. Gerade bei den in der Technik benutzten Dampfdrucken sind die Differenzen so bedeutend, dass man hier von einer Benutzung der älteren Angaben endlich gänzlich absehen sollte.

In den Tabellen 1 bis 10 des Anhanges sind für verschiedene Dämpfe die Werthe von u berechnet; durch Hinzufügung des specifischen Volumens σ des betreffenden Dampfes bestimmt sich dann leicht das specifische Volumen s und im reciproken Werthe γ das specifische Gewicht des betreffenden Dampfes für die angegebenen Temperaturwerthe.

In den beiden für Wasserdämpfe gegebenen Tabellen 11 und 12 ist die Grösse u aus der Beziehung

$$u = \frac{Apu}{Ap} \quad (31)$$

bestimmt worden.

Würde gesättigter Wasserdampf wirklich der Zustandsgleichung der Gase unterworfen sein, so wäre für denselben (nach den Angaben auf S. 106 Bd. I) $B = 46{,}954$ zu setzen und sein specifisches Gewicht nach Gleichung (29) zu berechnen.

Zum Vergleich zwischen den Ergebnissen der neueren und der älteren Berechnungsart mag die folgende Zusammenstellung dienen; die Versuche von Fairbairn und Tate*) bestätigen übrigens im Allgemeinen hinreichend die Werthe, auf welche man für γ unter Anwendung der Clapeyron'schen Gleichung (22) geführt wird.

(1)	(2)	(3)	(4)
Druck des gesättigten Wasserdampfes in Atmosphären	Specifisches Gewicht γ. Nach Clapeyron's Gleichung. S. Tab. 11 Anhang.	Nach der älteren Berechnungsweise Gl. (29).	ε
0.1	0.0687	0.0690	0.6211
0.5	0.3153	0.3102	0.6336
1	0.6059	0.5900	0.6401
2	1.1629	1.1182	0.6482
5	2.7500	2.5875	0.6624
10	5.2704	4.8546	0.6767
14	7.2283	6.5757	0.6852

Man ersieht aus Col. 2 und 3 die beträchtlichen Abweichungen, welche sich bei höheren Pressungen, also bei denen herausstellten, von welchen in der Technik Gebrauch gemacht wird. Columne 4 giebt überdies noch das relative Gewicht ε des Dampfes, in Hinsicht auf Luft von gleichem Druck und gleicher Temperatur genommen. Die Werthe nehmen mit dem Drucke zu, während nach der älteren Annahme der Werth ε constant und zwar gewöhnlich zu $\varepsilon = 0{,}622$ für jede Pressung angenommen wurde.

Um noch zu zeigen, wie sich die verschiedenen Dämpfe bei der gewöhnlichen Siedetemperatur (beim Verdampfen unter

*) Proc. of the Royal Soc. 1860. — Phil. Mag. 4th Ser. Vol. XXI. — Civil-Engineer. 1860. — Civilingenieur. Literatur- und Notizblatt. Bd. 6. S. 31.

atmosphärischem Druck) verhalten, möge noch folgende Zusammenstellung dienen. Bei der Berechnung sind die Werthe der Temperatur beim Atmosphärendrucke der Tabelle auf S. 18 Zeile 1 entnommen worden, während die äussere latente Wärme Apu nach den auf S. 31 gegebenen Formeln (27) berechnet wurde, mit Ausnahme des Werthes für Alkoholdämpfe, der aus Tab. 3^b durch Interpolation ermittelt ist.

Gesättigte Dämpfe von	Werthe von Apu	Werthe von u	Werthe von σ	Specifisches Gewicht $\gamma = \frac{1}{u+\sigma}$	Relatives Gewicht ε bezogen auf Wasserstoff.
	Für atmosphärischen Druck.				
Wasser	40.20	1.6495	0.0010	0.606	9.24
Aether	8.25	0.3385	0.0013	2.943	37.06
Alkohol	15.33	0.6291	0.0013	1.586	22.79
Aceton	11.45	0.4698	0.0012	2.123	28.59
Chloroform	5.51	0.2261	0.0006	4.411	60.10
Chlorkohlenstoff . .	4.39	0.1801	0.0006	5.534	79.10
Schwefelkohlenstoff .	8.18	0.3356	0.0008	2.973	38.82

Die Werthe der letzten Columne stehen den Werthen nahe, welche in Col. 4 der Tabelle auf S. 121 in Band I für dieselben Dämpfe aufgeführt sind; die Abweichungen sind aber immerhin von solcher Art, dass die ältere Annahme, die Dämpfe unterlägen der Zustandsgleichung der Gase, allgemein zu verwerfen ist.

Wollte man die Annahme gelten lassen, so liesse sich schreiben, weil das specifische Volumen σ der Flüssigkeit, als sehr klein, in vielen Fällen vernachlässigt werden kann:

$$Apu = ABT$$

und dann nach Gl. (23)

$$r = AB\frac{T^2}{p}\frac{dp}{dt} \cdot \tag{32}$$

Für solche Dämpfe, für welche Beobachtungen über die latente Wärme r nicht vorliegen, könnte man daher dieselbe mit Hülfe der Spannungscurve berechnen; die erhaltenen Werthe dürfen aber nur als rohe Näherungswerthe angesehen werden. Für Wasserdampf speciell erhält man Resultate, die ausserordentlich stark von Regnault's Versuchsresultaten abweichen. Es wird hier auf diesen Umstand hingewiesen, weil noch häufig bei

physikalischen Untersuchungen die bemerkte Annahme als zulässig angesehen wird.

Für technische Untersuchungen ist es erwünscht, Formeln zu besitzen, nach welchen man rasch und mit hinreichender Genauigkeit das specifische Gewicht der gesättigten Dämpfe berechnen kann, da die entsprechenden Tabellen nicht immer zur Verfügung stehen und die Berechnung auf dem oben gegebenen Wege sehr umständlich ist.

Es hat sich mir nun für Wasserdämpfe ergeben, dass innerhalb der gewöhnlichen in der Technik vorkommenden Druckgrenzen die Gleichung der oberen Grenzcurve $d_1 d d_2$ Fig. 1 S. 4 sich sehr einfach durch

$$ps^{\mu} = \text{Const.} \tag{33}$$

darstellen lässt. Ist der Druck in Atmosphären (zu 10 333 kg auf ein Quadratmeter) gegeben, so ist zu setzen $\mu = 1{,}0646$ und für die Constante der rechten Seite der Werth 1,7049.

Ersetzt man in vorstehender Gleichung s durch $1 : \gamma$, so findet sich zur directen Berechnung des specifischen Gewichtes γ des Wasserdampfes

$$\gamma = \alpha p^n, \tag{34}$$

in welcher Formel zu setzen ist: $\alpha = 0{,}6061$ und $n = 0{,}9393$, vorausgesetzt, es werde, wie erwähnt, p in Atmosphären substituirt. Wie genau diese Formel die Werthe von γ wiedergiebt, welche in Tab. 11 des Anhanges aufgeführt sind, zeigt folgende Zusammenstellung.

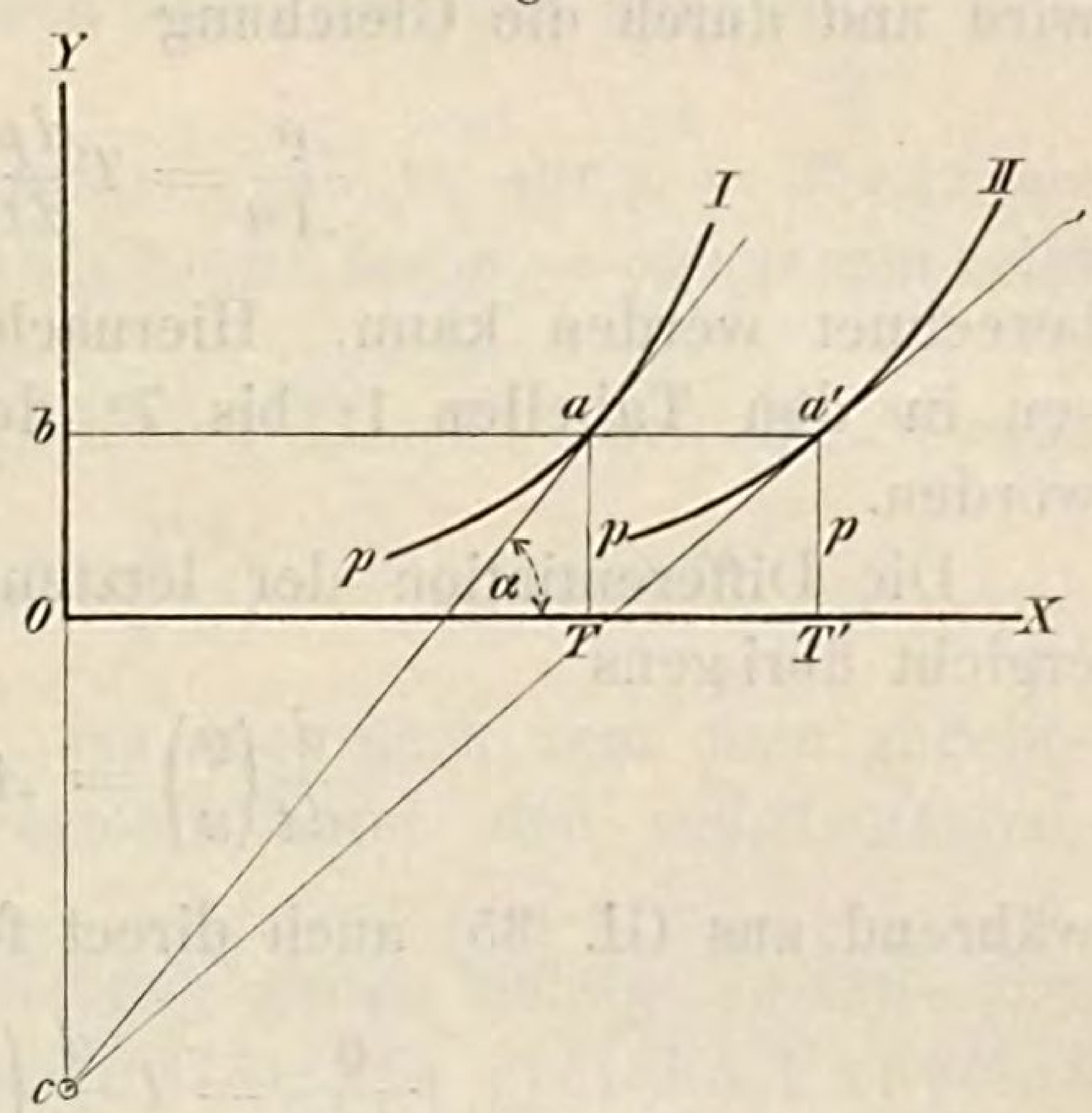
p Atmosph.	γ Gl. (34)	γ Tab. 11 des Anhanges	p Atmosph.	γ Gl. (34)	γ Tab. 11 des Anhanges
0.5	0.316	0.315	6	3.262	3.263
1	0.606	0.606	8	4.274	4.274
2	1.162	1.163	10	5.270	5.270
3	1.701	1.702	12	6.255	6.254
4	2.229	2.230	14	7.229	7.228

Ist der Dampfdruck p nicht in Atmosphären, sondern in Kilogrammen auf ein Quadratcentimeter (Neu-Atmosphären) gegeben, so hat man in Gl. (34) zu substituiren $\alpha = 0{,}5877$ und für n wieder 0,9393 zu setzen.

Sollte das Bedürfniss auftreten, auch für die anderen in den Tabellen des Anhanges aufgeführten Dämpfe eine derartige Hülfsformel zu besitzen, so würden die dort aufgeführten Werthe von p und u zur Ableitung einer solchen, die sich vielleicht von gleicher Form herausstellte, benutzt werden können.

§ 6. Weitere Betrachtung der Clapeyron'schen Gleichung.

Fig. 3.



Trägt man in Fig. 3 die absolute Temperatur T als Abscisse, OT und den zugehörigen Druck p als Ordinate auf, so erhält man in a einen Punkt der Spannungscurve des betreffenden gesättigten Dampfes. Legt man in a eine Tangente an die Curve, verlängert man diese bis zum Schnittpunkte c mit der Ordinatenaxe, und geht man ebenso von a aus horizontal herüber bis zum Punkte b, so ist der Tangentenwinkel α einerseits durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dp}{dt}$$

und andererseits durch

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\overline{bc}}{\overline{ab}}$$

gegeben. Da nun die Strecke $\overline{ab}$ durch T gemessen ist, so folgt aus der Verbindung beider Formeln:

$$\overline{bc} = T \frac{dp}{dt} .$$

Der Vergleich mit der Clapeyron'schen Gleichung (22) S. 29, nämlich:

$$\frac{r}{u} = A\, T \frac{dp}{dt} ,$$

ergiebt dann das Resultat, dass die Strecke $\overline{bc}$ den Werth:

$$\frac{r}{Au}$$

repräsentirt. Aus der Beziehung $r = \varrho + Apu$ folgt dann weiter auch

$$\frac{\varrho}{Au} = \frac{r}{Au} - p,$$

welche Grösse daher durch die Strecke $\overline{Oc}$ Fig. 3 dargestellt wird und durch die Gleichung

$$\frac{\varrho}{Au} = T\frac{dp}{dt} - p \tag{35}$$

berechnet werden kann. Hiernach sind die betreffenden Grössen in den Tabellen 1[a] bis 7[a] des Anhanges Col. 8 bestimmt worden.

Die Differentiation der letzten Gleichung in Hinsicht auf t ergiebt übri gens

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right) = A\,T\frac{d^2p}{dt^2}, \tag{36}$$

während aus Gl. (35) auch direct folgt*)

$$\frac{\varrho}{Apu} = T\frac{d}{dt}\left(\operatorname{logn}\frac{p}{T}\right). \tag{37}$$

Die beiden Werthe $r : Au$, sowie $\varrho : Au$ sind Functionen des Druckes p, erscheinen aber nun hier, nach den unter Zugrundelegung von Fig. 3 gemachten Bemerkungen, kurzweg als Pressungen, und

*) Erlaubt man sich in Gl. 37, wie es auf S. 35 besprochen wurde, einfach $pu = BT$ zu setzen, so würde sich ergeben:

$$\frac{\varrho}{A} = BT^2\frac{d}{dt}\left(\operatorname{logn}\frac{p}{T}\right).$$

Der Ausdruck rechts findet sich in den classischen Untersuchungen von Kirchhoff (Pogg. Ann. Bd. 103. S. 202 und Bd. 104. S. 612) und ebenso bei C. Neumann, »Vorlesungen über die mech. Theorie der Wärme«. Leipzig 1875. S. 188. — Der Ausdruck repräsentirt also nichts anderes, als die von mir eingeführte innere latente Wärme, in Arbeitseinheiten gemessen. Die Annahme $pu = BT$ ist aber, wie der vorstehende Ausdruck, so lange unannehmbar, als Regnault's Versuchsresultate über die latente Wärme r des Wasserdampfes des Vertrauens würdig erscheinen, welches man ihnen bis jetzt entgegengebracht hat.

könnte man daher $\varrho : Au$ als innern Druck und p als äussern Druck bezeichnen.

Bemerkenswerth ist weiter Folgendes. Da u nahezu mit dem specifischen Volumen s des gesättigten Dampfes identisch ist, so repräsentiren $r : u$ und $\varrho : u$ bez. die latente und innere latente Wärme der Volumeneinheit Dampf. Nach den Tabellen des Anhanges nehmen diese Werthe, ähnlich wie der Druck p selbst, mit wachsender Temperatur rasch zu, und wenn man bei den verschiedenen Dampfarten die Werthe bei gleichem Drucke unter einander vergleicht, so erweisen sich dieselben nur wenig verschieden.

So ist z. B. bei Wasserdampf (Tab. 1[a]) für $p = 354{,}62$ mm $r : u = 162{,}94$, und für Alkoholdampf für $p = 350{,}21$ mm zeigt sich $r : u = 168{,}24$.

Ebenso stellen sich bei gleichem Drucke auch die Werthe

$$\frac{\varrho}{u} \quad \text{und} \quad \frac{T\,dp}{p\,dt}$$

als nahezu gleich heraus, wie das aber nach dem oben gegebenen Zusammenhang dieser Formeln unter sich selbstverständlich ist.

Wäre die angegebene Beziehung genau richtig, so hätte man den Werth $r : u$ als eine für alle Dämpfe gleiche Function des Druckes p anzusehen, könnte also setzen:

$$\frac{r}{u} = f(p),$$

oder näherungsweise $r\gamma = f(p)$, wobei $f(p)$ für alle Dämpfe gleichzeitig gültig wäre.

Es wäre dann bei gleichen Pressungen die latente Wärme dem specifischen Gewichte der einzelnen Dämpfe umgekehrt proportional oder:

es würde die Erzeugung der Cubikeinheit Dampf unter constantem Drucke bei allen Dampfarten bei demselben Drucke dieselbe Wärmemenge erfordern.

In den meisten Lehrbüchern der Physik macht man auf diesen von Despretz (1823) gegebenen Satz aufmerksam.

Zeichnet man, wie in Fig. 3 angedeutet ist, für verschiedene Dampfarten die Spannungscurven, so müssten die den Punkten gleicher Pressung entsprechenden Tangenten alle im Punkte c

zusammenlaufen und die Substitution des Werthes $r:u=f(p)$ in die Clapeyron'sche Gleichung (22) ergäbe:

$$f(p) = A\,T\frac{dp}{dt},$$

oder

$$\frac{dT}{T} = A \cdot \frac{dp}{f(p)}.$$

Bezeichnet man das Integral der rechten Seite mit $F(p)$, welche Function wiederum für alle Dämpfe dieselbe wäre, so erhält man:

$$\text{logn}\, T = F(p) + C.$$

Wäre für einen andern Dampf bei gleichem Druck die Temperatur T', so würde für diesen folgen:

$$\text{logn}\, T' = F(p) + C'$$

und durch Subtraction beider Gleichungen

$$\text{logn}\, \frac{T}{T'} = C - C',$$

oder in Worten: »bei zwei Dampfarten wäre das Verhältniss der gleichen Drucken entsprechenden Temperaturen eine constante Grösse«. Die verschiedenen Dampfarten entsprechenden Spannungscurven I, II u. s. f. (Fig. 3) würden daher in einer sehr einfachen Beziehung zu einander stehen; wäre für eine Dampfart die Spannungscurve gezeichnet, so könnte man daraus sofort für einen zweiten Dampf die zugehörige Curve darstellen, wenn nur für diesen das angegebene Verhältniss bekannt ist.

Die genauere Prüfung des Despretz'schen Satzes zeigt nun aber, dass alle im Vorstehenden abgeleiteten Ergebnisse nur als rohe Annäherungen gelten, denn zeichnet man nach den Regnault'schen Versuchen die Spannungscurven verschiedener Dämpfe, wie in Fig. 3, neben einander liegend, so erkennt man sogleich, dass der Zusammenhang der Curven untereinander keineswegs so einfach ist, wie es vorhin dargestellt wurde.

Auch die Berechnung der Werthe von $r:u$ für gleiche Pressungen zeigt nach folgender Zusammenstellung grosse Abweichungen:

Dämpfe	Werthe von $\frac{r}{u}$ für die Dampfspannungen von		
	1	5	10 Atmosphären
Wasser	325.20	1374.9	2534.7
Aether	267.85	1094.5	2035.9
Alkohol	340.68	1407.8	2518.5
Aceton	275.44	1127.2	2012.5
Chloroform	269.97	1085.4	1917.2
Chlorkohlenstoff	257.63	1042.8	—
Schwefelkohlenstoff . . .	252.80	1033.2	1854.0
Quecksilber	282.13	1225.8	2250.3

Die Werthe derselben Verticalcolumne sind keineswegs als gleich anzunehmen, die Abweichungen sind so bedeutend, dass man dieselben sicher nicht Beobachtungsfehlern zuschreiben kann.

Eine weitere Verwendung hat in neuerer Zeit die Clapeyron'sche Gleichung, insbesondere die aus ihr abgeleitete Gleichung (23), nämlich:

$$\frac{r}{Apu} = \frac{T}{p}\frac{dp}{dt}$$

insofern gefunden, als man versuchte, mit Hülfe derselben die Gleichung der Spannungscurven der gesättigten Dämpfe abzuleiten. Auf einige derartige Versuche mag hier hingewiesen werden.

a. Formel von Rankine.

Erlaubt man sich speciell für Wasserdampf die latente Wärme r nach Clausius (s. S. 31)

$$r = \alpha - \beta T$$

zu setzen, und die für Gase gültige Formel $pu = BT$ anzuwenden, so giebt die obige Gleichung

$$\frac{dp}{p} = \frac{(\alpha - \beta T)}{ABT^2} dT$$

und hieraus

$$\log p = a - \frac{b}{T} - c \log T, \tag{38}$$

die Formel von Rankine, in welcher die Constanten a, b und c aber direct aus den Spannungsversuchen, nicht unter Zugrundelegung der Constanten α, β und B, bestimmt worden sind. Schon

aus vorstehender Art der Ableitung geht hervor, dass die Formel nur als eine empirische angesehen werden kann.

Guldberg*) hat aber gezeigt, dass bei Anwendung der von ihm berechneten Constanten nicht nur für Wasserdampf, sondern auch für Aetherdampf und Schwefelkohlenstoffdampf Regnault's Versuchsresultate durch diese Formel ganz vortrefflich wiedergegeben werden.

Da in der Folge von der Formel kein Gebrauch gemacht wird, so mag bezüglich der Werthe der Constanten auf die unten angegebene Abhandlung von Guldberg verwiesen werden.

b. Formel von Unwin.

Unwin**) hat gefunden, dass die Werthe in der Columne 6 meiner Dampftabellen (Tab. 1ª bis 8ª des Anhanges) sich durch die Beziehung

$$\frac{T}{p}\frac{dp}{dt} = \left(\frac{\alpha}{T}\right)^n$$

hinreichend genau wiedergeben lassen, vorausgesetzt, es seien α und n einem gegebenen Dampfe entsprechende Constanten. Die Integration dieses Ausdruckes giebt dann als Gleichung für die Spannungscurve

$$n \operatorname{logn} \frac{p_0}{p} = \left(\frac{\alpha}{T}\right)^n, \tag{39}$$

in welcher Formel p_0 eine dritte Constante darstellt. Mit Rücksicht auf Gl. (23) S. 29 folgt noch die Beziehung

$$\frac{r}{Apu} = n \operatorname{logn} \frac{p_0}{p}\,.$$

Unwin giebt (a. a. O.) die Constanten für mehrere Dampfarten und zeigt an den Ergebnissen numerischer Rechnungen, dass seine Formel die Regnault'schen Versuchsresultate ebenfalls sehr gut und zwar zwischen weiten Temperaturgrenzen wiedergiebt; immerhin ist Unwin's Formel ebenfalls als eine empirische anzusehen; was speciell den Exponenten n betrifft, so soll für denselben angenommen werden bei den Dämpfen von

*) Guldberg, Ueber die Zustandsgleichungen der Körper. Zeitschr. des Ver. deutscher Ingenieure. Bd. 12. 1868. S. 676.

**) W. O. Unwin, The Relation of Pressure, Temperature and Volume in saturated Vapours. Philos. Magazine. Vol. 21. 1886. p. 299.

Wasser 1,25, Alkohol 1,29, Aether 1,153, Quecksilber 0,69, Kohlensäure 0,77.

c) Formel von Raoult Pictet.

Gestattet man sich unter entsprechender Aenderung der übrigen Constanten in der Unwin'schen Formel (Gl. 39) $n = 1$ zu setzen, so ergiebt sich:

$$\operatorname{logn} \frac{p_0}{p} = \frac{a}{T}, \tag{39^a}$$

und das ist, nur in viel einfacherer Form dargestellt und unter einer noch zu erwähnenden Voraussetzung, die Formel, welche Pictet*) als für alle Dämpfe giltig angegeben und als theoretisch begründet hingestellt hat; es hat aber Szily**) schon darauf aufmerksam gemacht, dass bei der Ableitung Annahmen gemacht worden sind, die als streng zulässig nicht angesehen werden können. Da Pictet in späteren Arbeiten, die zu lebhaften Discussionen geführt haben und auf welche unten zurückzukommen sein wird, von seiner Formel Gebrauch macht, und aus den Rechnungsresultaten Schlüsse zieht, die sehr weitgreifend sind, so dürfte es gerechtfertigt erscheinen, die Entstehung der Formel näherer Besprechung zu unterziehen.

Ersetzt man in der Clapeyron'schen Gleichung (22) S. 29, was im Allgemeinen als zulässig erscheint, den Werth u durch das specifische Volumen s des gesättigten Dampfes, so ist

$$\frac{r}{s} = A T \frac{dp}{dt}.$$

Nun berechnet sich für atmosphärische Luft bei gleichem Druck und gleicher Temperatur das specifische Volumen v der Luft aus $pv = BT$, und wenn man das relative Gewicht des Dampfes in Hinsicht der Luft mit ε bezeichnet, $v = s\varepsilon$; die Verbindung dieser Formeln giebt:

$$\frac{dp}{p} = \frac{r\varepsilon}{AB} \frac{dt}{T^2}. \tag{39^b}$$

Die Gleichung wäre integrabel, wenn $r\varepsilon$ als Function von T bekannt sein würde; nun nimmt aber r mit wachsender Temperatur ab, während ε zunimmt (vergl. Tabelle S. 34), es liegt

*) Comptes rendus. t. XC. p. 1073. 1880.

**) Journal de Physique. t. IX. 1880.

daher der Gedanke nahe, das Product $r\varepsilon$ als constant vorauszusetzen. Setzt man demgemäss:

$$\frac{r\varepsilon}{AB} = \alpha,$$

so ergiebt die Integration von Gl. (39[b]), wenn man die Integrationsconstante mit logn p_0 bezeichnet, die Gl. (39[a]); andererseits erhält man auch, wenn p_1 den der Temperatur T_1 entsprechenden Druck darstellt:

$$\operatorname{logn}\frac{p_1}{p} = \frac{r\varepsilon}{AB}\cdot\frac{(T_1 - T)}{(TT_1)}\,. \qquad (39^c)$$

Setzt man, was wenigstens für Wasserdämpfe näherungsweise als zulässig erscheint:

$$r = \delta - \beta T,$$

wo δ und β bestimmte Constante sind, so schreibt sich auch:

$$\operatorname{logn}\frac{p_1}{p} = \frac{\varepsilon}{AB}\left(r_1 + \beta\,(T_1 - T)\right)\frac{(T_1 - T)}{TT_1}, \qquad (39^d)$$

und das ist die Formel in derjenigen Form, in welcher sie Pictet gegeben hat. Die obigen Gleichungen (39[a]) und (39[c]) erweisen sich aber als unbrauchbar, was darin seinen Grund hat, dass der Werth $r\varepsilon$ keineswegs als constant vorausgesetzt werden kann und bei näherer Prüfung auch nicht als constant hervortritt. Bei der Aufstellung seiner Formel macht Pictet allerdings nicht ausdrücklich diese Voraussetzung; ohne dieselbe kann aber seine Formel mit der Clapeyron'schen gar nicht in Einklang gebracht werden. Im Uebrigen behauptet Pictet, dass seine Formel für sämmtliche flüchtige Flüssigkeiten gültig sei.

d) Formel von Emil Herrmann.

Verfolgt man die Werthe, welche in Col. 9 meiner Dampftabellen (Tab. 1[a] bis 7[a] des Anhanges) angegeben sind, so zeigt sich, dass dieselben nahezu gleichmässig mit der Temperatur zunehmen, sodass also

$$\frac{Apu}{r} = \beta\,(T - \alpha)$$

gesetzt werden könnte, wobei α und β constante Grössen sind, die sich nach den Tabellen leicht für jede Dampfart bestimmen lassen.

Nach Gl. (23) S. 29 wäre daher

$$\frac{T}{p}\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\beta\,(T - \alpha)}.$$

Die Integration ist hier aber leicht ausführbar, man erhält für die Gleichung der Spannungscurve

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T - \alpha}{T}\right)^{\varepsilon}, \tag{40}$$

in welcher p_0 noch eine dritte Constante darstellt und der Exponent ε der rechten Seite durch

$$\varepsilon = \frac{1}{\alpha\beta}$$

zu bestimmen ist.

Gl. (40) ist nun die von Emil Herrmann*) gegebene Beziehung. Derselbe findet nicht nur für die im Anhange dieses Buches aufgeführten, sondern noch für eine Reihe anderer Dämpfe, dass die Constante α für alle diese Dämpfe dieselbe sei und zwar wird hierfür $\alpha = 85{,}8^0$ angegeben. Herrmann giebt dann auch die Zahlenwerthe für ε und p_0 und zeigt, dass insbesondere für Wasserdampf die Formel die Versuchsresultate von Regnault zwischen den weiten Temperaturgrenzen von $-32{,}84^0$ bis $+210^0$ in sehr befriedigender Weise widergiebt; er findet speciell für Wasserdampf $\varepsilon = 44{,}6$ und $\log_{10} p_0 = 7{,}94400$, vorausgesetzt, dass p in Millimeter Quecksilbersäule gemessen wird.

Genau dieselbe Beziehung (40) ist in neuester Zeit auch von Bertrand**), der zweifellos die Arbeiten von Herrmann nicht kannte, gegeben worden, doch behauptet derselbe, man dürfe für die Dämpfe von Wasser, Aether, Schwefelkohlenstoff, Chlorkohlenstoff, Kohlensäure, Ammoniak, schweflige Säure und Schwefel den Exponenten ε durchgängig $\varepsilon = 50$ setzen, während, wie erwähnt, Herrmann die Constante α als allen Dämpfen gemeinsam hinstellt. Bertrand entwickelt kurze Zeit darauf***) eine Gleichung der Spannungscurve von anderer Form, wobei er, wie es oben bei der Ableitung der Formel von Rankine geschehen ist, von

*) Emil Herrmann, Compendium der mechanischen Wärmetheorie. Berlin 1879. S. 133.

**) Comptes rendus. 1887. t. 104. p. 1568.

***) Comptes rendus. 1887. t. 105. p. 389.

der Voraussetzung ausgeht, dass man die latente Wärme durch $r = \alpha - \beta T$ darstellen könne, dass man aber an die Stelle von $pu = BT$ richtiger setze

$$pu = B\,(T + T_0),$$

wobei T_0 eine Constante bedeutet (vergl. oben S. 31). Auch die letztgenannte Beziehung ist schon früher wiederholt von Anderen in Vorschlag gekommen, sie stimmt aber keineswegs mit dem Resultate genauerer Rechnungen — immer vorausgesetzt, dass man sich streng an die Regnault'schen Versuchsresultate hält.

Die Substitution der gegebenen Formeln in Gl. (23) führt nun Bertrand auf einen Ausdruck, der sich integriren lässt, aber eine sehr complicirte und für den Gebrauch höchst unbequeme Formel ergiebt, die kaum eine Verwendung finden würde, selbst wenn sie besser begründet wäre, als es der Fall ist.

Aehnliche erfolglose Versuche, wie die hier angedeuteten, mit Hülfe der Clapeyron'schen Gleichung auf die wahre Form der Gleichung der Spannungscurve gesättigter Dämpfe zu gelangen, liegen auch noch andere vor, doch mögen hier weitere Hinweise auf dieselben unterlassen bleiben, die Frage wird weiter unten noch einmal berührt werden.

So lange es nicht gelingt, diese Beziehung auf rein theoretischem Wege aufzufinden und zu begründen, dürfte es rathsam sein, zum Zweck genauerer numerischer Rechnungen an den Formeln von Regnault festzuhalten, die wegen ihrer grösseren Zahl von Constanten zwischen den weiten Grenzen, für welche Versuche vorliegen, die Versuchsresultate doch immer noch am besten wiedergeben.

§ 7. Die Wärmegleichungen der Dampf- und Flüssigkeitsmischungen. (Nasse Dämpfe.)

Es möge in einem Gefässe die Gewichtseinheit einer Dampf- und Flüssigkeitsmischung eingeschlossen gedacht werden; das Gewicht des vorhandenen Dampfes sei x (specifische Dampfmenge), das der vorhandenen Flüssigkeit also $(1 - x)$ und die Temperatur sei t, sowie p der zugehörige Dampfdruck.

Der in der vorhandenen Flüssigkeit enthaltene Mehrbetrag an Wärme, verglichen mit dem gleichen Gewicht Flüssigkeit von 0^0 Temperatur, ist nun

$$(1 - x)\,q,$$

dagegen ist für die Dampfmenge x, verglichen mit x Kilogramm Flüssigkeit von 0°, der Wärmemehrbetrag (vergl. Gl. 18 S. 26):

$$xJ.$$

Hiernach findet sich der Mehrbetrag des Wärmeinhalts der Mischung gegenüber dem Wärmeinhalt der Gewichtseinheit Flüssigkeit von 0° Temperatur:

$$(1 - x)\,q + xJ,$$

oder wenn man die Beziehung (20) nämlich $J = q + \varrho$ beachtet:

$$q + x\varrho.$$

Nimmt man nun an, es seien mit dieser Mischung irgend welche Aenderungen vorgenommen worden; es sei im Anfange die specifische Dampfmenge x_1, die Temperatur t_1 gewesen, und q_1 und ϱ_1 seien die der Temperatur t_1 entsprechenden Werthe von q und ϱ, so war im Anfange der angegebene Wärmeüberschuss:

$$q_1 + x_1\varrho_1.$$

Beim Uebergange ist sonach die in der Mischung enthaltene Wärmemenge um

$$q - q_1 + x\varrho - x_1\varrho_1$$

vermehrt worden; dieser Werth ist aber offenbar identisch mit der Veränderung $U - U_1$ der inneren Arbeit, dieselbe in Wärmeeinheiten gemessen; man erhält daher die Gleichung:

$$A\,(U - U_1) = q - q_1 + x\varrho - x_1\varrho_1,$$

und wenn man zum Differential übergeht:

$$A\,dU = dq + d\,(x\varrho). \qquad (41)$$

Diese Gleichung, in welcher man überdies dq durch $c\,dt$ ersetzen könnte und in welcher die Flüssigkeitswärme q und die innere latente Wärme ϱ nach den Angaben auf S. 22 und S. 30 als Functionen der Temperatur bekannt sind, giebt das Mittel an die Hand, für irgend welche Zustandsänderung die Aenderung der inneren Arbeit zu bestimmen; freilich gilt die Gleichung, wie das auch mit den weiteren Formeln, die wir zunächst entwickeln werden, der Fall ist, nur so lange, als der Dampf im gesättigten Zustand bleibt, oder so lange neben Dampf auch noch Flüssigkeit vorhanden ist; mit anderen Worten, so lange der Druck p nur als Function der Temperatur t angesehen werden kann.

Bemerkenswerth ist, dass die vorstehende Formel sich auf elementarem Wege ableiten liess, ohne dass es nöthig war, auf die allgemeinen Formeln des ersten Abschnittes zurückzugreifen.

Nehmen wir nun im Weiteren an, dass während der vorausgesetzten Zustandsänderung, bei der Ausdehnung der Masse um dv die äussere Arbeit dL verrichtet worden ist, so findet sich die Wärmemenge dQ, die dabei der Mischung mitzutheilen war:

$$dQ = A\,(dU + dL), \tag{42}$$

wie es auf S. 23 Bd. I angegeben wurde.

Die beiden Gleichungen (41) und (42) liefern jetzt im Verein mit dem Vorhergehenden das Mittel, unter allen Verhältnissen, mögen die Zustandsänderungen auf umkehrbarem oder nicht umkehrbarem Wege erfolgen, das Verhalten der Dampf- und Flüssigkeitsmischungen bei Wärmemittheilung und Volumenänderungen irgend welcher Art zu verfolgen.

Für den Fall, dass die Zustandsänderungen auf umkehrbarem Wege erfolgen, welcher Fall zunächst näherer Prüfung unterworfen werden soll, lässt sich der Werth der äusseren Arbeit dL nach der Darstellung auf S. 25 Bd. I durch pdv ersetzen; die Substitution dieses Werthes und des Werthes dU nach Gl. (41) in Gl. (42) giebt dann:

$$dQ = dq + d\,(x\varrho) + Apdv. \tag{43}$$

Fügt man hierzu noch die schon früher gegebene Gleichung für das specifische Volumen v der Mischung, nämlich

$$v = xu + \sigma, \tag{44}$$

so lassen sich mit diesen Gleichungen unter Mitbenutzung der Clapeyron'schen Gleichung alle Probleme lösen, welche bezüglich umkehrbarer Zustandsänderungen von Dampf- und Flüssigkeitsmischungen, oder wie in der Folge kurzweg gesagt werde »nasser Dämpfe« gestellt werden können.

Zum Zweck der Lösung gewisser Probleme ist es aber vortheilhaft, die vorstehende Hauptgleichung (43) von vorn herein in andere Form zu bringen, und solcher Umformungen liegen mehrere vor.

Erste Umformung. Substituirt man den aus Gl. (44) hervorgehenden Werth von x in Gl. (43), so ergiebt sich:

$$dQ = dq + d\left(\frac{\varrho}{u}\,(v - \sigma)\right) + Apdv. \tag{45}$$

Führt man die angedeutete Differentiation aus, indem man die Grössen q, ϱ und u als Functionen von p ansieht, so folgt

$$dQ = \frac{d}{dp}\left(q - \sigma \frac{\varrho}{u} + v \frac{\varrho}{u}\right) dp + \left(\frac{\varrho}{u} + Ap\right) dv,$$

oder auch, wenn man zugleich im Factor des zweiten Gliedes rechts die Beziehung

$$r = \varrho + Apu$$

benutzt:

$$dQ = \left[\frac{d}{dp}\left(q - \sigma \frac{\varrho}{u}\right) + v \frac{d}{dp}\left(\frac{\varrho}{u}\right)\right] dp + \frac{r}{u}\, dv. \qquad (46)$$

Vergleicht man diese Gleichung mit der im ersten Abschnitte Bd. I S. 32 gegebenen Fundamentalgleichung

$$dQ = A\,[Xdp + Ydv],$$

so ergeben sich jetzt für nasse Dämpfe die beiden Functionen X und Y, welche in die allgemeinen Untersuchungen eingeführt und als Functionen von p und v angesehen wurden. Es ist demnach:

$$AX = \frac{d}{dp}\left(q - \sigma \frac{\varrho}{u}\right) + v \frac{d}{dp}\left(\frac{\varrho}{u}\right), \qquad (47)$$

sowie

$$AY = \frac{r}{u}\cdot \qquad (48)$$

Die dritte dort noch benutzte Function Z (Bd. I S. 28) stand zu Y in der Beziehung

$$Y = Z + p.$$

Hiernach ist auch noch

$$AZ = \frac{\varrho}{u}\cdot \qquad (49)$$

Unter Beachtung der Clapeyron'schen Gleichung (22) S. 29 folgt auch:

$$Y = T\frac{dp}{dt} \quad \text{und} \quad Z = T\frac{dp}{dt} - p.$$

Man erkennt aus Vorstehendem, dass bei nassen Dämpfen die beiden Functionen Y und Z **nur** Functionen des Druckes p sind, wie das auch bei Gasen der Fall war, bei welchen sich (Bd. I S. 115 und 125)

$$Y = \frac{\varkappa p}{\varkappa - 1} \quad \text{und} \quad Z = \frac{p}{\varkappa - 1}$$

herausstellte. Die Grösse X dagegen, welche sich bei Gasen

$$X = \frac{v}{\varkappa - 1}$$

nur als Function des Volumens ergab, tritt bei nassen Dämpfen nach Gl. (47) als Function des Volumens und des Druckes auf.

Läge ein Bedürfniss vor, die in Gl. (47) auftretenden Differentialquotienten numerisch zu bestimmen, so wären folgende Beziehungen zu benutzen:

$$\frac{dq}{dp} = \frac{c}{\frac{dp}{dt}},$$

wobei c die specifische Wärme der Flüssigkeit darstellt; sowie unter Verwerthung von Gl. (36) S. 38:

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{\varrho}{u}\right) = AT\frac{d}{dt}\left(\operatorname{logn}\frac{dp}{dt}\right).$$

Die im Vorstehenden angegebene Umformung der Hauptgleichung (43) ist nur vorgeführt worden, um die Bedeutung der Functionen X, Y und Z hervortreten zu lassen.

Zweite Umformung. Führt man in der vorhin gegebenen Gl. (45) die Differentiation unter der Voraussetzung aus, dass die Grössen q, ϱ und u als Functionen der Temperatur t gegeben sind, so folgt:

$$dQ = \left[c - \sigma\frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right)\right]dt + d\left(v\frac{\varrho}{u}\right) + Apdv.$$

Setzt man der Vereinfachung wegen

$$\omega = c - \sigma\frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right), \tag{50}$$

wobei ω zunächst als eine Temperaturfunction anzusehen ist, so ergiebt sich auch

$$dQ = \omega dt + d\left(v\frac{\varrho}{u}\right) + Apdv. \tag{51}$$

Der Vergleich mit der Fundamentalgleichung

$$dQ = AdU + Apdv$$

giebt dann auch für die Veränderung dU der inneren Arbeit die Formel

$$AdU = \omega dt + d\left(v\frac{\varrho}{u}\right). \tag{52}$$

Benutzt man im zweiten Gliede der rechten Seite vorstehender Gleichung (51) die Beziehung (35) S. 38, so ergiebt sich nach einigen leicht zu verfolgenden Umformungen auch:

$$dQ = \omega dt + A\,Td\left(v\frac{dp}{dt}\right), \tag{51a}$$

eine Form der Gleichung, von welcher E. Herrmann*) Gebrauch gemacht hat.

Bereits in der zweiten Auflage des vorliegenden Buches (1866) S. 349 habe ich darauf hingewiesen, dass die Grösse ω bei Wasserdampf sich unter Benutzung von Gl. (50) constant und zwar zwischen den weiten Temperaturgrenzen von 0° bis 200° C. mit grosser Genauigkeit zu $\omega = 1$ herausstellt.

E. Herrmann hat die Untersuchung auch auf die übrigen Dämpfe meiner Tabellen ausgedehnt**), und findet nur bei Alkohol und Aceton stärkere Abweichungen, bei den übrigen Dämpfen tritt die Constanz von ω ebenfalls deutlich hervor; derselbe findet als Mittelwerthe:

für Aether	$\omega = 0{,}532$	Chlorkohlenstoff	$\omega = 0{,}201$
Chloroform	$0{,}232$	Schwefelkohlenstoff	$0{,}235$.

Dritte Umformung. Differentiirt man die Gleichung (44), die oben S. 48 für das specifische Volumen der Mischung angegeben wurde, so folgt, weil wir σ als constant ansehen:

$$dv = d(xu),$$

daher

$$Apdv = Apd(xu),$$

und hieraus nach einem bekannten Satze der Differentialrechnung:

$$Apdv = Ad(pux) - Axudp.$$

Substituirt man diesen Werth in Gl. (43), so folgt

$$dQ = dq + d(x\varrho) + Ad(xpu) - Axudp.$$

Das zweite und dritte Glied der rechten Seite dieser Gleichung lassen sich aber in eines zusammenziehen, wenn man für $\varrho + Apu$ die latente Wärme r einführt; beide Glieder lassen sich dann durch $d(xr)$ ersetzen. Für das letzte Glied findet sich ferner nach Gl. (22) S. 29:

*) Compendium der mech. Wärmetheorie. Berlin 1879. S. 123.

**) Ebendaselbst S. 139.

$$Axudp = \frac{xr}{T} dt;$$

hiernach endlich, weil noch $dq = c\,dt$ ist:

$$dQ = c\,dt + d(xr) - \frac{xr}{T}\,dt. \tag{53}$$

In dieser Form ist die Gleichung zuerst von Clausius gegeben worden; es folgt aus derselben auch

$$dQ = dq + Td\left(\frac{xr}{T}\right).$$

Führt man in die Rechnungen eine Temperaturfunction τ ein, für welche die Beziehung

$$\tau = \int_0^t \frac{dq}{T} \tag{54}$$

gilt, so ist endlich auch:

$$dQ = Td\left(\tau + \frac{xr}{T}\right), \tag{55}$$

und diese Formel ist für gewisse Untersuchungen von besonderem Werthe.

Unter Benutzung der empirischen Formeln 15 für q auf S. 22 lässt sich die Temperaturfunction τ, der, wie noch gezeigt werden wird, eine besondere Bedeutung beigelegt werden kann, leicht ermitteln und sich dann ihr Zahlenwerth für jede Temperatur berechnen.

Wollte man, wie es von Clausius beim Wasserdampf für zulässig gehalten worden ist, für die specifische Wärme c einen constanten Mittelwerth einsetzen (Clausius setzt $c = 1{,}013$), so fände sich

$$\tau = c \operatorname{logn} \frac{T}{273}. \tag{54^a}$$

Genauer findet sich aber für Wasser:

$$\tau = 2{,}431\,8893 \log_{10} \frac{273 + t}{273} - 0{,}000\,2057\, t + 0{,}000\,000\,45\, t^2, \tag{54^b}$$

nach welcher Formel unten (S. 56) eine Reihe von Werthen für τ berechnet worden ist.

Vierte Umformung. Führt man in Gl. (53) die im zweiten Gliede angedeutete Differentiation aus, so folgt:

$$dQ = c\,dt + r\,dx + x\,dr - x\frac{r}{T}\,dt$$

oder, wenn rechts $xc\,dt$ addirt und subtrahirt wird, nach gehöriger Ordnung der Glieder:

$$dQ = (1 - x)c\,dt + r\,dx + x\left(c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T}\right)dt.$$

Bezeichnet man die Klammer im dritten Gliede einfach mit h, setzt man also:

$$h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T}, \qquad (56)$$

so folgt auch:

$$dQ = (1 - x)c\,dt + r\,dx + xh\,dt. \qquad (57)$$

In dieser Form findet sich die Gleichung ebenfalls zuerst bei Clausius; das erste Glied $(1 - x)c\,dt$ der rechten Seite stellt denjenigen Theil der zugeführten Wärmemenge dQ dar, welcher zur Temperaturerhöhung dt der vorhandenen Flüssigkeitsmenge $(1 - x)$ verbraucht wird; gleichzeitig geht aber auch die Flüssigkeitsmenge dx in Dampf über und fordert dazu die Wärmemenge $r\,dx$, welcher Werth das zweite Glied bildet; endlich repräsentirt $xh\,dt$ den Theil von dQ, welcher auf die vorhandene Dampfmenge übergeht; der Gewichtseinheit Dampf entspricht die Wärmemenge $h\,dt$, und daher spielt, wie Clausius schon hervorhebt, der Werth h die Rolle einer Art von specifischer Wärme; $h\,dt$ ist die Wärmemenge, welche der Gewichtseinheit Dampf bei der Ausdehnung der Masse um dv mitgetheilt werden muss, damit der Dampf nach der Erwärmung um dt sich wieder im gesättigten Zustande befinde.

Setzt man in Gl. (56) an Stelle von r die Gesammtwärme λ, indem man die Beziehung $r = \lambda - q$ (s. S. 21) und $dq = c\,dt$ verwerthet, so erhält man auch folgenden Ausdruck:

$$hT = T\frac{d\lambda}{dt} - \lambda + q, \qquad (56^a)$$

der ebenfalls zur Berechnung der Function h dienen kann.

§ 8. Das Wärmegewicht nasser Dämpfe und die Abbildung ihrer Druckcurven.

Bei der Ableitung der Fundamentalsätze im ersten Abschnitt, Bd. I, ist der Ausdruck

$$\frac{dQ}{AS}$$

als ein vollständiges Differential hervorgetreten, und weiter ist gefunden worden, dass die Function S einfach mit der absoluten Temperatur T identisch ist. Das Integral

$$P = \int \frac{dQ}{AT}$$

wurde als Wärmegewicht (Entropie nach Clausius) bezeichnet und speciell für Gase auf S. 128 Bd. I ermittelt.

Dieser Werth berechnet sich aber auch sehr leicht für nasse Dämpfe und zwar eignen sich hierzu am besten die beiden Formen (51^a) und (55) der Wärmegleichung. Die letztgenannte Gleichung giebt ohne Weiteres

$$P = P_0 + \frac{1}{A}\left(\tau + \frac{xr}{T}\right) \tag{58}$$

und die erstere

$$P = P_0' + \frac{\omega}{A} \operatorname{logn} T + v\frac{dp}{dt}, \tag{59}$$

wobei man unter P_0 und P_0' Integrationsconstanten zu verstehen hat.

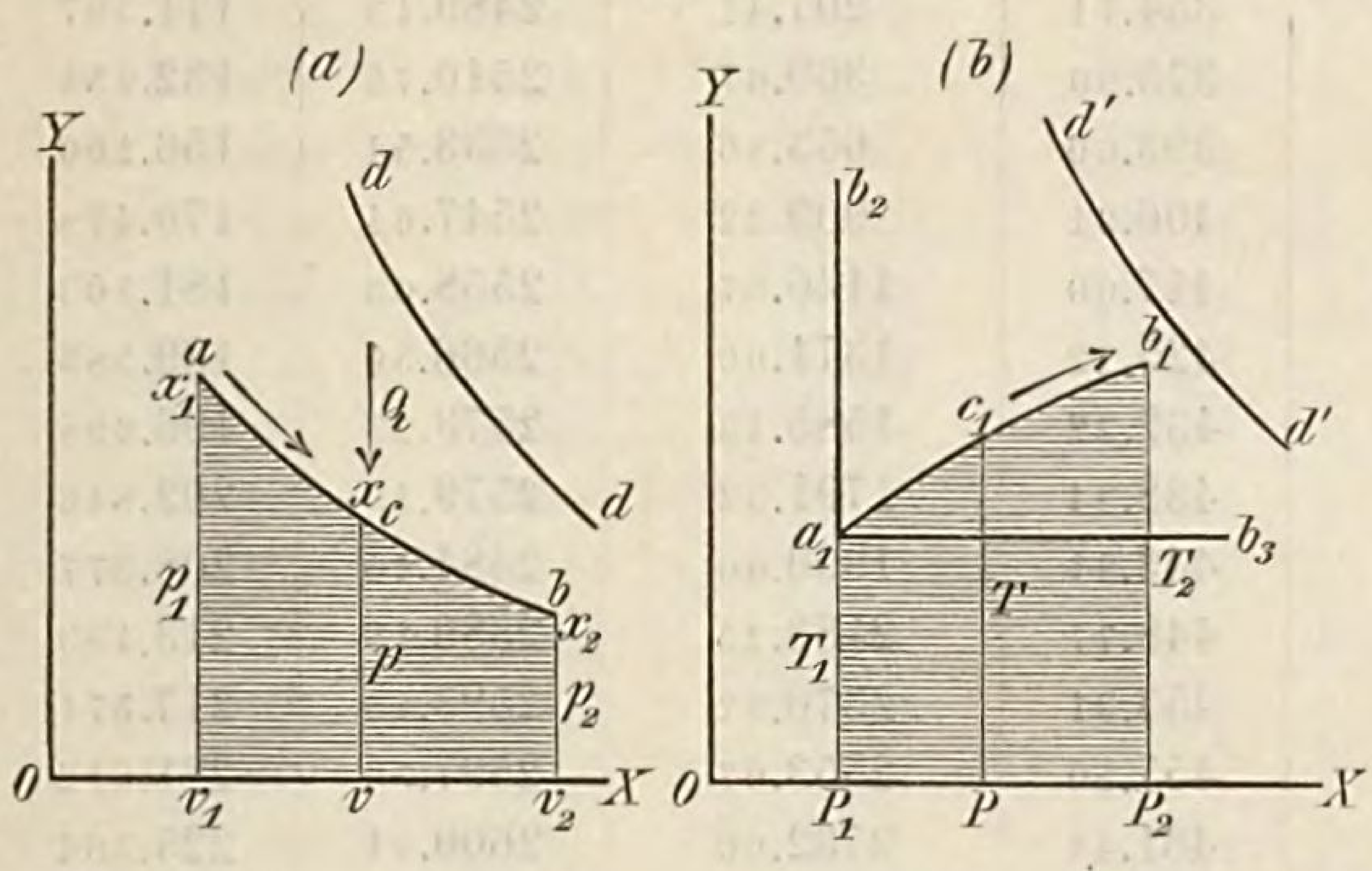
Von den beiden identischen Gleichungen wählt man bei der Lösung bestimmter Probleme diejenige, welche voraussichtlich am schnellsten zum Ziele führt; im Folgenden mag den Betrachtungen zunächst Gl. (58) zu Grunde gelegt werden.

Denkt man sich die Gewichtseinheit von nassem Dampf vom Volumen v_1 und dem Drucke p_1 gegeben, und es expandire derselbe nach der Curve acb (Fig. 4^a) bis zum Volumen v_2 und dem Drucke p_2, so ist für jeden Zwischenzustand v und p auch durch letzteren Werth sogleich die zugehörige Temperatur t gegeben, und durch die Gleichung $v = xu + \sigma$ die augenblickliche specifische Dampfmenge x zu berechnen. Umgekehrt könnte auch für jeden Punkt der Curve acb von vorn herein die specifische

Dampfmenge x gegeben und das zugehörige specifische Volumen v zu bestimmen sein.

Berechnet man nun nach Gl. (58) für einzelne Punkte der Curve den Werth P und trägt man diesen in Fig. 4[b] als Abscisse und die zugehörige absolute Temperatur T als Ordinate auf, so

Fig. 4.



erhält man in der Curve $a_1 c_1 b_1$ die **Abbildung** der Druckcurve acb; hierbei kann die Constante P_0 ganz willkürlich gewählt, also auch nach Befinden $P_0 = 0$ gesetzt werden. Während nun hierbei die von der Curve acb Fig. 4[a] umschlossene, durch Schraffur ausgezeichnete Fläche die äussere Arbeit darstellt, welche bei der Expansion gewonnen wurde, repräsentirt die schraffirte Fläche in Fig. 4[b] die Wärmemenge Q, welche bei der angenommenen Expansion dem Dampfe von aussen mitzutheilen war, und zwar in Arbeitseinheiten gemessen.

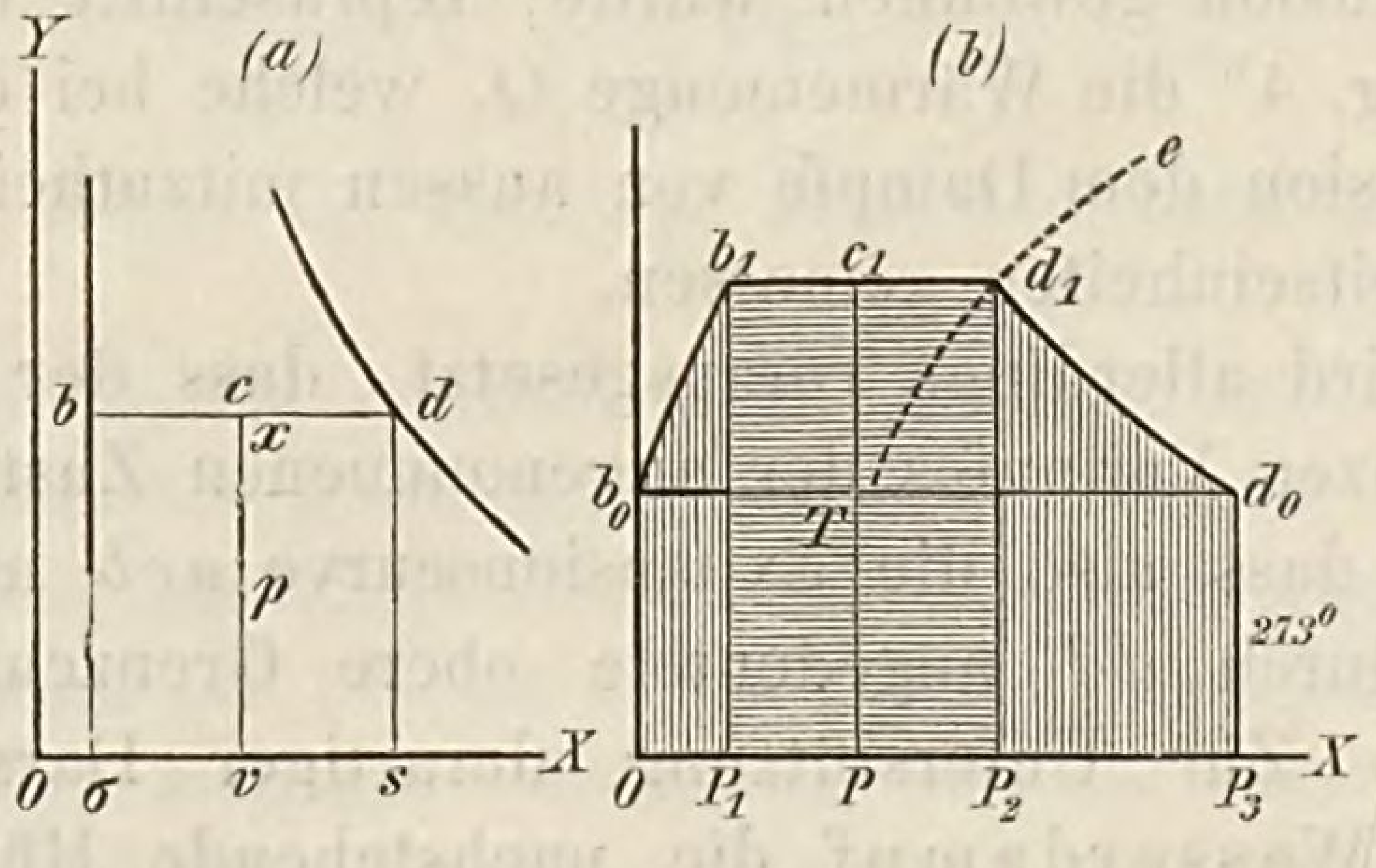
Dabei wird allerdings vorausgesetzt, dass der Dampf während des ganzen Verlaufes der angenommenen Zustandsänderung nass bleibe, dass also die Expansionscurve acb nicht etwa die in Fig. 4[a] durch dd angedeutete obere Grenzcurve (s. S. 8) überschreite. Zur Unterstützung derartiger Darstellungen ist speciell für **Wasserdampf** die nachstehende Hülfstabelle berechnet worden, welche neben den in den vorstehenden Formeln auftretenden Temperaturfunctionen noch andere für verschiedene Drucke berechnete enthält, auf welche die weiteren Untersuchungen führen werden.

Hülfstabelle für

1. Druck in Atmosphären p (1 Atm. zu 10 333 Kg.)	2. T	3. $\frac{dp}{dt}$ Kg. auf ein Quadratmeter	4. $\frac{1}{A}\log n\ T$	5. $\frac{\tau}{A}$	6. $\frac{r}{AT}$
0.5	354.71	207.41	2489.43	111.397	656.725
1	373.00	369.67	2510.75	132.954	609.856
2	393.60	653.86	2533.54	156.100	562.173
3	406.91	909.22	2547.64	170.478	533.871
4	417.00	1146.57	2558.03	181.103	513.587
5	425.22	1371.00	2566.30	189.583	497.755
6	432.22	1585.43	2573.23	196.698	484.725
7	438.34	1791.32	2579.19	202.846	473.667
8	443.81	1990.00	2584.45	208.277	464.030
9	448.77	2183.25	2589.16	213.153	455.482
10	453.31	2370.92	2593.43	217.571	447.820
11	457.50	2553.97	2597.33	221.612	440.875
12	461.41	2732.60	2600.94	225.364	434.502
13	465.08	2907.43	2604.30	228.858	428.613
14	468.53	3078.75	2607.43	232.123	423.160

Als ein besonderer Fall der Untersuchung möge hier zunächst die Abbildung der beiden **Grenzcurven** besprochen werden.

Fig. 5.



Es sei in Fig. 5[a] im Punkte c der Zustand der Gewichtseinheit eines nassen Dampfes durch Volumen v und Druck p gegeben und ebenso aus $v = xu + \sigma$ die specifische Dampfmenge x hierbei bekannt.

Dann bestimmt sich die Abbildung c_1 dieses Punktes in Fig. 5[b], wenn man als Abscisse OP den Werth P, nach Gl. (58) berechnet,

gesättigte Wasserdämpfe.

7.	8.	9.	10.	11.	
$\frac{1}{A}\left(\tau+\frac{r}{T}\right)$	$\int_0^t h\,dt$	$\frac{1}{A}\frac{dq}{dp}$	$\frac{1}{A}\frac{d}{dp}\left(\frac{\varrho}{u}\right)$	$\frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right)$	Druck in Atmosphären p
768.122	— 126.747	2.0631	11.976	5.859	0.5
742.810	— 148.470	1.1618	11.088	9.668	1
718.273	— 170.639	0.6600	10.194	15.722	2
704.349	— 183.778	0.4763	9.675	20.749	3
694.690	— 193.163	0.3788	9.299	25.149	4
687.338	— 200.457	0.3175	9.014	29.160	5
681.423	— 206.394	0.2752	8.774	32.808	6
676.513	— 211.481	0.2440	8.557	36.155	7
672.307	— 215.862	0.2201	8.409	39.471	8
668.635	— 219.726	0.2009	8.264	42.557	9
665.391	— 223.178	0.1853	8.143	45.533	10
662.487	— 226.292	0.1723	8.004	48.217	11
659.866	— 229.134	0.1613	7.896	50.892	12
657.471	— 231.752	0.1518	7.794	53.850	13
655.283	— 234.165	0.1435	7.699	55.910	14

aufträgt, wobei die Constante P_0 der Null gleich gesetzt werden kann; man macht also die Abscisse

$$P = \frac{1}{A}\left(\tau + \frac{xr}{T}\right)$$

und nimmt T als Ordinate. Für die Gewichtseinheit Flüssigkeit von gleicher Temperatur ist $x = 0$ und für den trocken gesättigten Dampf $x = 1$; für die Abbildungen b_1 und d_1 der beiden Punkte b und d (Fig. 4[a]) sind also die Abscissen

$$P_1 = \frac{\tau}{A} \quad \text{und} \quad P_2 = \frac{1}{A}\left(\tau + \frac{r}{T}\right),$$

welche Grössen vorstehender Hülfstabelle für Wasserdampf den verschiedenen Pressungen entsprechend entnommen werden können. Die Horizontale $b_1 d_1$ ist die Abbildung der horizontalen Druckcurve bd und die unter $b_1 d_1$ liegende (horizontal schraffirte) Rechteckfläche repräsentirt daher nach den abgeleiteten Sätzen die Wärmemenge, welche bei der Dampfbildung unter constantem Drucke erforderlich war, also die latente Wärme r, aber in Arbeitseinheiten gemessen. Die Berechnung des Inhaltes dieser

Rechteckfläche giebt aber auch unter Benutzung vorstehender Ausdrücke

$$(P_2 - P_1)\,T = \frac{r}{A} \cdot$$

Um die untere Grenzcurve bb (Fig. 5[a]) abzubilden, trägt man die Temperaturwerthe T als Ordinaten und die zugehörigen Werthe von $\tau : A$ (vergl. Col. 5 der vorstehenden Tabelle) als Abscissen auf; für die Temperatur $t = 0$ ist auch $\tau = 0$ und daher $\overline{Ob_0} = 273$ (Fig. 5[b]); die Curve $b_0 b_1$ ist daher die Abbildung der Druckcurve, wenn die Flüssigkeit von 0° auf t° erwärmt wird, und die unter dieser Curve $b_0 b_1$ liegende (in der Fig. 5[b] vertical schraffirte) Fläche repräsentirt demzufolge die Flüssigkeitswärme q in Arbeit gemessen.

Will man nun ebenso die obere Grenzcurve dd abbilden, so trägt man die Werthe

$$\frac{1}{A}\left(\tau + \frac{r}{T}\right)$$

als Abscissen (Col. 7 der obigen Tabelle) und die zugehörige Temperatur T als Ordinate auf; die Curve $d_1 d_0$ Fig. 5[b] mag die Abbildung darstellen. Soll der Punkt d_0 der Temperatur von 0° C., also dem Werthe $T = 273$ entsprechen, so berechnet sich beispielsweise bei Wasser nach vorstehender Formel, weil $\tau = 0$ und $r = 606{,}5$ ist, die Abscisse $\overline{OP_3}$ zu $941{,}958$.

Die unterhalb der Curve $d_1 d_0$ liegende (in Fig. 5[b] vertical schraffirte) Fläche repräsentirt jetzt die in Arbeitseinheiten gemessene Wärmemenge, welche dem trockenen gesättigten Dampfe mitgetheilt werden müsste, wenn derselbe vom Drucke p und der zugehörigen Temperatur t ab nach der Grenzcurve so weit expandiren würde, bis seine Temperatur auf 0° C. und den zugehörigen Druck gefallen ist.

Würde man umgekehrt den Dampf nach der Grenzcurve comprimiren wollen, so müsste eine Wärmeentziehung stattfinden; fände im ersten Falle eine Wärmemittheilung nicht statt, so würde sich der Dampf zum Theil niederschlagen, also Condensation eintreten, im anderen Falle würde sich der Dampf überhitzen.

Nun hat bei Wasserdampf die Abbildung der oberen Grenzcurve in der That den in Fig. 5[b] angedeuteten Verlauf, diese Dampfart schlägt sich also theilweise nieder bei adiabatischer

Expansion. Auf dieses besondere Verhalten des Wasserdampfes haben zuerst Rankine und Clausius aufmerksam gemacht, sind jedoch auf etwas anderem Wege zu dem bemerkten Resultat gelangt. Die Entdeckung wurde seiner Zeit, und zwar mit Recht, als ein hochwichtiges Ergebniss der ersten Schritte in der Thermodynamik angesehen und bewirkte eine entscheidende Wendung der Ansichten, welche damals in der Technik über das Verhalten des Dampfes bei der Expansion desselben im Cylinder der Dampfmaschinen herrschten.

Pambour hatte seiner Theorie der Dampfmaschinen die Hypothese zu Grunde gelegt, der Dampf im Dampfcylinder sei trocken gesättigt und expandire so, dass er während seiner Ausdehnung und Drucksenkung fortwährend trocken und gesättigt bleibe, oder mit den Worten der von mir oben eingeführten Darstellungsweise, der Dampf expandire nach der oberen Grenzcurve. Nun verband man damals und noch auf lange Zeit hin, wie es selbst noch in der früheren Auflage dieses Buches geschah, mit dem Gedanken an die Expansion des Dampfes bei Dampfmaschinen zugleich stillschweigend die Annahme, dass keine oder nur eine geringfügige Einwirkung der Cylinderwandung auf den expandirenden Dampf stattfinde, dass also mit anderen Worten adiabatische Expansion anzunehmen sei. Die Bedeutung, insbesondere technische Wichtigkeit der besprochenen Entdeckung, suchte man dann vornehmlich in der Erkenntniss, dass sich trockener gesättigter Wasserdampf bei adiabatischer Expansion im Dampfcylinder theilweise niederschlage und dass damit die Pambour'schen Annahme unhaltbar geworden sei. Die neueren Anschauungen über die im Cylinder der Dampfmaschine stattfindenden Zustandsänderungen des Dampfes, auf deren nähere Betrachtung zurückzukommen sein wird, lassen aber, soweit wenigstens diese specielle technische Frage ins Spiel kommt, die Bedeutung der besprochenen Entdeckung heut zu Tage zurücktreten.

Es ist schon vorhin hervorgehoben worden, dass die Expansion des Dampfes nach der oberen Grenzcurve dd (Fig. 5^a) eine Mittheilung von Wärme nothwendig mache, wenn die Abbildung $d_1 d_0$ der Grenzcurve den in Fig. 5^b angedeuteten Verlauf hat, d. h. wenn mit zunehmender Temperatur T eine Abnahme der Abscisse

$$P = \frac{1}{A}\left(\varrho + \frac{r}{T}\right) \tag{60}$$

verbunden ist, wie das in Col. 7 der oben für Wasserdampf gegebenen Tabelle in der That hervortritt.

Würde die Abbildung der Grenzcurve dagegen einen Verlauf haben, wie es die punktirte Curve $d_1 e$ in Fig. 5[b] zeigt, so würde der betreffende Dampf das umgekehrte Verhalten zeigen, der Werth P der Gl. (60) mit wachsender Temperatur zunehmen, dem Dampfe bei der Expansion nach der Grenzcurve demnach Wärme entzogen werden müssen.

Nun hat Hirn*) zuerst darauf aufmerksam gemacht, dass Aetherdämpfe wirklich dieses abweichende Verhalten zeigen; man hat daher mit Rücksicht auf dieses Verhalten die Dampfarten in zwei Gruppen zu bringen; die Dämpfe der einen Gruppe stellen sich auf die Seite des Wasserdampfes, die der anderen auf Seite des Aetherdampfes. Ich habe nun sogleich nach dem Bekanntwerden der Regnault'schen Versuchsresultate alle übrigen Dampfarten, welche auf Grund derselben eine Untersuchung zuliessen, nach der bezeichneten Richtung der Prüfung unterzogen**).

Man hätte zu diesem Zwecke nur zu untersuchen, ob für den betreffenden Dampf der Werth P nach Gl. (60) mit wachsender Temperatur zunimmt oder abnimmt, oder ob das Differential positiv oder negativ ist; das erstere ist bei Aether, das letztere bei Wasser der Fall.

Nun giebt aber die Differentiation, wenn man die Bedeutung von ϱ nach Gl. (54) S. 52 beachtet,

$$A T dP = \left[c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T}\right] dt. \tag{61}$$

Der Ausdruck in der Klammer ist nach Gl. (56) S. 53 nichts

*) Hirn, Confirmation expérimentale de la seconde proposition de la théorie mécanique de la chaleur et des équations qui en découlent. Cosmos. XII. Année, 22e vol. S. 413.

**) Vergl. die Abhandlungen des Verfassers in der Vierteljahrsschrift der naturf. Gesellschaft in Zürich. Jahrg. 1863. S. 68: »Das Verhalten verschiedener Dämpfe bei der Expansion und Compression« und »Tabelle für gesättigte Aetherdämpfe«. S. auch Combes, Exposé des principes de la théorie mécanique de la chaleur. Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale. Paris 1863—1864.

Anderes, als die von Clausius eingeführte Temperaturfunction h, das Vorzeichen derselben entscheidet also ohne Weiteres über die Frage, und der Umstand, dass bei Wasserdampf das negative Zeichen hervortritt, war es eben, welcher Clausius schon in seiner ersten Abhandlung (1850) zu seiner Entdeckung führte.

Ueber das Vorzeichen von h entscheidet auch Gl. (56[a]); benutzt man dort für λ und q die unter (14) und (15) gegebenen empirischen Formeln, so folgt für

Wasserdampf:
$$hT = -523,23 + t + 0,00002\, t^2 + 0,0000003\, t^3,$$
Aetherdampf:
$$hT = +28,85 + 0,2257\, t - 0,0002596\, t^2,$$
Acetondampf:
$$hT = -40,473 + 0,2247\, t - 0,000119\, t^2,$$
Chloroformdampf:
$$hT = -29,462 + 0,2323\, t - 0,0000507\, t^2,$$
Chlorkohlenstoffdampf:
$$hT = -12,087 + 0,1041\, t - 0,000081\, t^2,$$
Schwefelkohlenstoffdampf:
$$hT = -50,139 + 0,0101\, t - 0,0003308\, t^2.$$

Für die gewöhnlich vorkommenden Temperaturen entscheidet schon das Vorzeichen des ersten Gliedes der rechten Seite dieser Ausdrücke die Frage; dieses Glied stellt den Werth von hT für $t = 0$ dar; bezeichnet man die Werthe der Temperaturfunction für $t = 0$ durch den Index 0, so folgt, weil $q = 0$, aus Gl. 56[a]
$$(hT)_0 = 273 \left(\frac{d\lambda}{dt}\right)_0 - \lambda_0.$$

Für einen Dampf, dessen Gesammtwärme sich durch die empirische Formel
$$\lambda = \alpha + \beta t + \delta t^2$$
darstellen lässt, wobei α, β, δ constante Grössen sind, folgt daher
$$(hT)_0 = 273\, \beta - \alpha.$$

So giebt z. B. Regnault für Benzindämpfe
$$\lambda = 109,00 + 0,24429\, t - 0,0001315\, t^2;$$
es berechnet sich daher für solche $(hT)_0 = -42,309$. Benzindampf stellt sich also auf die Seite des Wasserdampfes.

Für die Dämpfe von Ammoniak und schweflige Säure werden weiter unten, allerdings unter Zugrundelegung gewisser Hypothesen, empirische Formeln für λ abgeleitet werden, die auf dem hier angegebenen Wege auf dasselbe Resultat führen.

Für Alkoholdampf giebt, wie früher erwähnt, Regnault eine empirische Formel nur für die Flüssigkeitswärme q (Gln. 15 S. 22). Aus den in Tab. 3[b] des Anhanges gegebenen Werthen berechnet sich dann aber für

$$t = \quad 0^\circ \qquad 40^\circ \qquad 80^\circ$$

$$\tau + \frac{r}{T} = 3{,}1413 \qquad 3{,}1172 \qquad 3{,}0447$$

Da die letzteren Werthe mit wachsender Temperatur abnehmen, so verhält sich auch dieser Dampf wie Wasserdampf.

Von 10 Dampfarten, die bis jetzt die Untersuchung zuliessen, zeigt also nur der Aetherdampf das angegebene abweichende Verhalten.

Ersetzt man den Klammerausdruck der rechten Seite der Gl. (61) durch h und bedenkt man, dass nach der Definition des Wärmegewichtes P die linke Seite dieser Gleichung nichts Anderes als dQ darstellt, so folgt:

$$dQ = h dt,$$

welche Formel sich aber auch direct aus der von Clausius gegebenen Form der Wärmegleichung Gl. (57) ergiebt. Denn findet die Zustandsänderung nach der Grenzcurve statt, so ist in der angezogenen Gleichung einfach $x = 1$ zu setzen, was ohne Weiteres ebenfalls auf vorstehende Formel führt, durch deren Integration sich die Wärmemenge Q ermitteln lässt, welche dem trockenen gesättigten Dampfe mitzutheilen ist, wenn er nach der Grenzcurve expandiren soll.

Die Hülfstabelle auf S. 56 giebt in Col. 8 für Wasserdampf die Werthe von

$$\int_0^t h dt$$

an, die aus bemerkten Gründen negativ erscheinen.

Beispiel. Sollte trockener gesättigter Wasserdampf von 5 Atmosphären Druck nach der Grenzcurve so weit expandiren, bis der Druck auf eine Atmosphäre herabgegangen ist, so fände sich, wenn t_1 die Anfangs- und t_2 die Endtemperatur darstellt:

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} h\,dt = \int_0^{t_2} h\,dt - \int_0^{t_1} h\,dt,$$

und daher nach der Tabelle S. 56

$$Q = -148{,}470 - (-200{,}457) = +51{,}987^{cal},$$

welcher Betrag die Wärmemenge darstellt, die dem Dampfe hierbei von Aussen zuzuführen wäre.

Die Veränderung der innern Arbeit, in Wärmeeinheiten gemessen, findet sich durch Integration der Gl. (41) S. 47

$$A\,dU = dq + d(x\varrho),$$

wenn man $x = 1$ setzt und die entsprechende Angabe der Haupttabelle II des Anhanges benutzt,

$$A(U_2 - U_1) = q_2 - q_1 + \varrho_2 - \varrho_1 = -11{,}935^{cal};$$

es liegt demnach eine Abnahme der innern Arbeit vor. Die durch die Expansion gewonnene äussere Arbeit L bestimmt sich aus der Beziehung

$$Q = A(U_2 - U_1) + AL,$$

woraus folgt:

$$AL = 63{,}922^{cal} \quad \text{und} \quad L = 27102{,}9 \text{ Meterkgr.}$$

Es wird also hierbei nicht nur die ganze zugeführte Wärme, sondern auch noch ein Theil der innern Arbeit zu äusserer Arbeit verbraucht.

§ 9. Die isothermische und isodynamische Curve nasser Dämpfe.

a) Isothermische Curve. Die Aenderung des Druckes p mit dem Volumen v findet nach der isothermischen Curve statt, wenn während der Zustandsänderungen die Temperatur t constant erhalten wird. Da nun bei nassem Dampf der Druck nur von der Temperatur abhängt, so ist bei der angenommenen Zustandsänderung auch der Druck constant, die isothermische Curve ist daher eine gerade Linie, welche der Abscissenaxe parallel läuft.

Nun ist bereits in § 3 und § 4 die Verdampfung bezw. Condensation bei constantem Druck ausführlich besprochen worden, sodass mit jenen Betrachtungen die Frage isothermischer Zustandsänderungen bereits erledigt ist. Dass die Abbildung der isothermischen Curve ebenfalls eine der Abscissenaxe parallele Gerade ist, wurde bei Betrachtung von Fig. 5 S. 56 auch bereits erläutert.

b) Isodynamische Curve. Wird bei der Aenderung des Druckes mit dem Volumen nasser Dämpfe die innere Arbeit U (die Eigenenergie) constant erhalten, so bezeichnet man die ent-

sprechende Druckcure als »isodynamische Curve«. Ist U constant, also $dU = 0$, so folgt aus Gleichung (41) S. 51, nämlich:

$$AdU = dq + d(x\varrho),$$

durch Integration

$$q + x\varrho = q_1 + x_1\varrho_1, \tag{62}$$

wenn man für den Anfangszustand die Temperatur t_1 und die specifische Dampfmenge x_1 als gegeben ansieht.

Diese Gleichung löst in Verbindung mit den beiden Formeln

$$v = xu + \sigma \quad \text{und} \quad v_1 = x_1 u_1 + \sigma \tag{63}$$

die vorgelegte Frage nach dem Verlaufe der isodynamischen Curve; man erhält allerdings die Gleichung der Curve nicht in der gewöhnlichen Form, nämlich nicht den Druck p als Function des Volumens v, sondern man ist nach den gewonnenen Gleichungen nur in der Lage, die Coordinaten einzelner Punkte zu berechnen, deren Auftragung dann den Verlauf der Curve erkennen lässt.

Ist für den Anfangszustand die specifische Dampfmenge x_1 gegeben und ebenso die Temperatur t_1, also damit der Druck p_1 bekannt, so kennt man auch die Werthe q_1, ϱ_1 und u_1 und kann daher den Werth der rechten Seite der Gl. (62), sowie nach der zweiten der Gln. (63) das specifische Volumen v_1 im Anfangszustand berechnen.

Für irgend einen anderen Werth der Temperatur t oder des Druckes p berechnet sich dann nach Gl. (62) die specifische Dampfmenge x und nach der ersten der Gleichungen (63) das Volumen v. Die Verbindung der Gleichungen giebt übrigens zur directen Berechnung von v die Formel:

$$q + \frac{\varrho}{u}(v - \sigma) = q_1 + \frac{\varrho_1}{u_1}(v_1 - \sigma). \tag{64}$$

Beispiel. Wäre in einem Cylinder ein Kilogramm Wasser und Dampf vom Drucke $p_1 = 5$ Atmosphären enthalten und davon $x_1 = 0{,}80$ dampfförmig, so ist nach Tab. 11 des Anhanges

$$q_1 = 157{,}741; \quad \varrho_1 = 454{,}99; \quad u_1 = 0{,}3626.$$

Für den Druck von einer Atmosphäre dagegen

$$q = 100{,}500; \quad \varrho = 496{,}300; \quad u = 1{,}6495.$$

Daher bestimmt sich nach Gl. (62)

$$x = 0{,}8407$$

und nach den Gln. (63)

$$v_1 = 0{,}2911 \quad \text{und} \quad v = 1{,}8376 \text{ Cub.-Meter.}$$

Das Expansionsverhältniss ist daher

$$\frac{v}{v_1} = 4{,}766.$$

Am Ende der Expansion von 5 auf 1 Atmosphäre ist hiernach, weil $x > x_1$ sich ergiebt, mehr Dampf als im Anfange vorhanden, die Expansion ist daher mit einem theilweisen Verdampfen verbunden.

Wollte man sich die Annahme gestatten, dass die isodynamische Curve dem Gesetze:

$$p v^\nu = p_1 v_1^\nu$$

unterworfen wäre, wobei der Exponent ν eine constante Grösse ist, so fände sich im vorliegenden Beispiele

$$\nu = \frac{\log p_1 - \log p}{\log v - \log v_1} = 1{,}031.$$

Der Exponent ν erscheint daher wenig von der Einheit verschieden, ein Resultat, welches sich auch bei Annahme anderer Druckgrenzen herausstellt. Die isodynamische Curve nasser Dämpfe hat daher nahezu den Verlauf einer gleichseitigen Hyperbel, die nassen Dämpfe stehen in dieser Beziehung den Gasen nahe.

Subtrahirt man auf beiden Seiten der Gl. (62) den Werth $x_1 \varrho$, so ergiebt sich aus derselben

$$x - x_1 = \frac{q_1 - q + x_1 (\varrho_1 - \varrho)}{\varrho}. \tag{65}$$

Beachtet man die unter (15) S. 22 gegebenen Formeln für q und ebenso die Formeln für ϱ nach (25) S. 33, so zeigt sich, dass die rechte Seite der vorstehenden Gleichung (65) bei abnehmender Temperatur, also unter Voraussetzung von Expansion, bei allen den oben aufgeführten Dämpfen (auch beim Aetherdampf) positiv ist, also $x > x_1$ ausfällt.

Es ist daher bei nassen Dämpfen die Expansion nach der isodynamischen Curve mit einem theilweisen Verdampfen und die Compression mit einem Niederschlagen von Dampf verbunden. Wird die Expansion weit genug fortgesetzt, so kann $x = 1$ werden, also trocken gesättigter Dampf entstehen; in diesem Punkte geht die isodynamische Curve durch die Grenzcurve; bei weiterer Fortsetzung der Expansion geht der Dampf in den überhitzten Zustand über, in welchem dann aber auch die isodynamische Curve einen anderen Verlauf annimmt.

Für den Schnittpunkt mit der Grenzcurve ist in Gl. (62) $x = 1$ zu substituiren; man erhält dann in der Formel

$$q + \varrho = q_1 + x_1 \varrho_1$$

das Mittel, die Temperatur und damit Druck und Volumen für den Schnittpunkt zu berechnen.

Beispiel. Sollte der Schnittpunkt gerade bei einer Atmosphäre Druck liegen und war der Anfangsdruck 5 Atmosphären, so bestimmt sich die specifische Dampfmenge x_1, die anfangs hätte vorliegen müssen, nach vorstehender Formel und unter Benutzung der im vorigen Beispiele angegebenen Zahlenwerthe zu $x_1 = 0{,}965$.

Was nun die Wärmemenge betrifft, welche nassen Dämpfen bei isodynamischer Zustandsänderung mitgetheilt werden muss, so findet sich aus der Grundgleichung

$$dQ = A(dU + pdv)$$

wegen $dU = 0$

$$dQ = Apdv,$$

wonach die von der isodynamischen Curve begrenzte Arbeitsfläche ohne Weiteres auch die in Arbeitseinheiten gemessene Wärmemenge Q repräsentirt; es ist daher zum Zwecke der graphischen Ermittelung dieser Wärmemenge nicht erforderlich, erst noch die Abbildung der Curve darzustellen.

Bezeichnet man in vorstehender Gleichung das Differential der Arbeit pdv mit dL, so ist unter Benutzung der ersten der Gln. (63)

$$dL = p\, d(xu),$$

woraus sich ergiebt

$$dL = d(pux) - xu \frac{dp}{dt}\, dt,$$

oder unter Benutzung der Clapeyron'schen Gleichung (22) S. 29

$$dL = d(pux) - \frac{xr}{AT}\, dt,$$

welche Formel noch allgemein für jede Art der Expansion gilt.

Setzt man nun für vorliegenden Fall im zweiten Gliede rechts den Werth von x ein, der sich aus Gl. (62) ergiebt, so ist

$$dL = d(pux) - \frac{r}{A\varrho T}(q_1 + x_1\varrho_1 - q)\, dt.$$

Das erste Glied der rechten Seite ist ohne Weiteres integrabel, das zweite Glied liesse sich aber nur integriren, wenn man die Temperaturfunctionen

$$\frac{r}{A\varrho T} \quad \text{und} \quad \frac{rq}{A\varrho T}$$

durch einfachere empirische Formeln ersetzen würde. Wäre die Arbeit L gewonnen, so fände sich dann die Wärmemenge einfach $Q = AL$.

§ 10. Die adiabatische Curve nasser Dämpfe.

Bei adiabatischer Zustandsänderung findet während des ganzen Verlaufes derselben weder eine Mittheilung noch Entziehung von Wärme statt, es ist daher $dQ = 0$ und wenn man hier zunächst Gl. (55) S. 52 heranzieht:

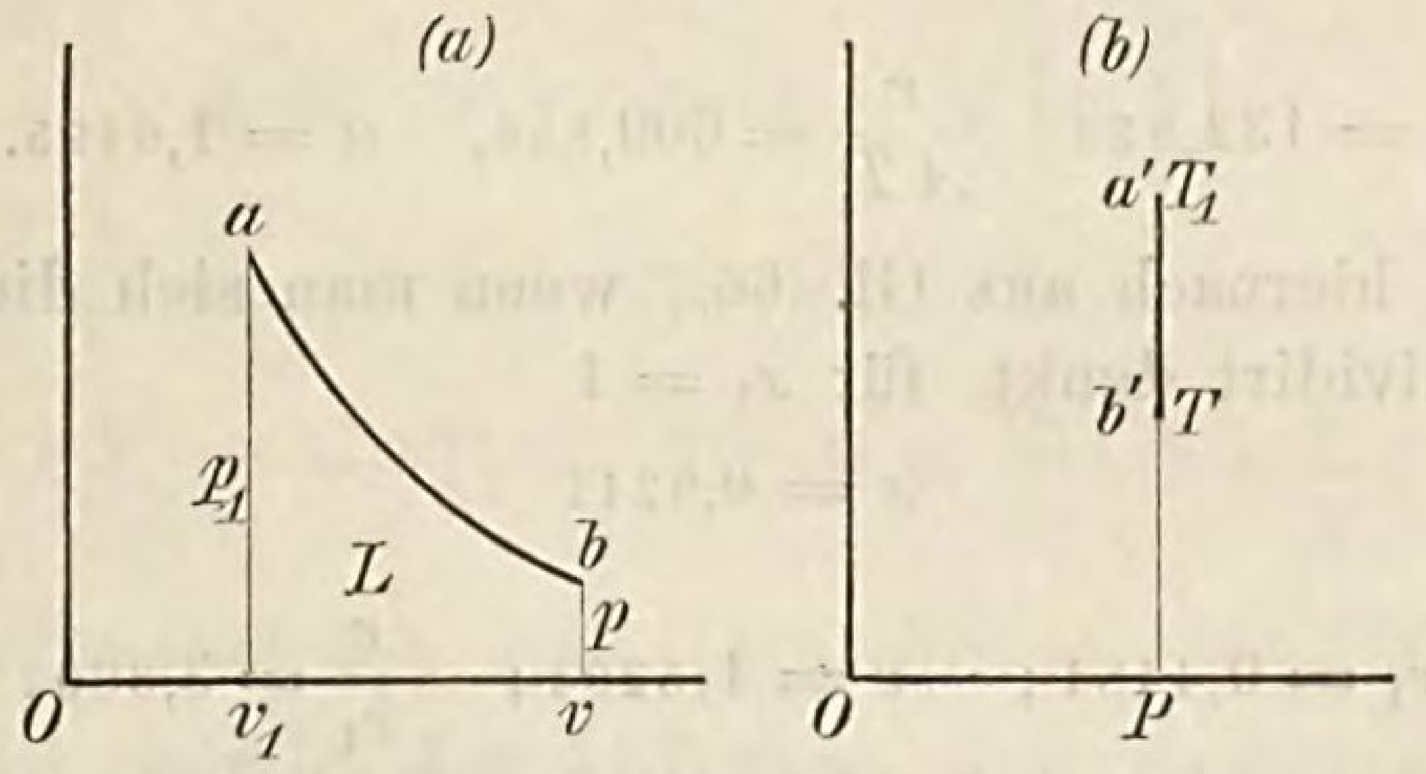
$$Td\left(\tau + \frac{xr}{T}\right) = 0,$$

oder wenn man die dem Anfangszustande entsprechenden Grössen mit dem Index 1 versieht:

$$\tau + \frac{xr}{T} = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}. \tag{66}$$

Hiernach ist das Wärmegewicht P nach Gl. (58) S. 54 eine constante Grösse; die Abbildung der adiabatischen Curve ab Fig. 6[a]

Fig. 6.



demnach, wie Fig. 6[b] zeigt, eine Gerade $a'b'$, welche der Ordinatenaxe parallel liegt.

Die Gl. (66) giebt nun in Verbindung mit den Gleichungen

$$v_1 = x_1 u_1 + \sigma \quad \text{und} \quad v = xu + \sigma \tag{67}$$

das Mittel an die Hand, den Verlauf der Adiabaten nasser Dämpfe festzustellen. Ist Druck und Volumen p_1 und v_1 für den Anfangszustand a bekannt, so bestimmt sich nach der ersten der Gl. (67) die specifische Dampfmenge x_1 oder umgekehrt aus letzterer das specifische Volumen v_1.

Für einen beliebigen anderen Druck p berechnet sich dann nach Gl. (66) die specifische Dampfmenge x und nach der zweiten der Gln. (67) das dem Punkte b (Fig. 6[a]) entsprechende specifische Volumen v. Auf solche Art kann man eine Reihe von Punkten der adiabatischen Curve feststellen und deren Verlauf ermitteln.

Die bei adiabatischer Expansion gewonnene Arbeit L findet sich aus der Grundgleichung

$$dQ = A(dU + dL),$$

wenn man $dQ = 0$ setzt und für dU Gl. (41) S. 47 benutzt

$$AdL = -dq - d(x\varrho)$$

und hieraus durch Integration

$$AL = q_1 - q + x_1\varrho_1 - x\varrho, \tag{68}$$

wonach, wenn für den Enddruck p nach Gl. (66) die specifische Dampfmenge x bestimmt ist, die Arbeit berechnet werden kann.

Beispiel. Soll ein Kilogramm trocken gesättigter Wasserdampf vom Anfangsdruck von 4 Atmosphären auf den Enddruck von 1 Atmosphäre expandiren, so ist nach der Tabelle auf S. 56, sowie nach Tabelle 11 des Anhanges:

$$\frac{\tau_1}{A} = 181{,}103, \quad \frac{r_1}{AT_1} = 513{,}587, \quad u_1 = 0{,}4474$$

und

$$\frac{\tau}{A} = 132{,}954 \quad \frac{r}{AT} = 609{,}856, \quad u = 1{,}6495.$$

Es bestimmt sich hiernach aus Gl. (66), wenn man sich dieselbe auf beiden Seiten durch A dividirt denkt, für $x_1 = 1$

$$x = 0{,}9211$$

und dann

$$v_1 = 0{,}4484\,; \quad v = 1{,}5203\,; \quad \frac{v}{v_1} = 3{,}390\,.$$

Da $x < x_1$ ausfällt, so ist hier mit der adiabatischen Expansion des trockenen Dampfes eine theilweise Condensation verbunden.

Ferner ist für vorliegenden Fall nach Tab. 11

$$q_1 = 145{,}310\,; \quad q = 100{,}500\,; \quad \varrho_1 = 461{,}496\,; \quad \varrho = 496{,}300$$

und daher nach Gl. (68)

$$AL = 49{,}164^{\text{cal}}$$

oder

$$L = 20845{,}5 \text{ Meterkilogramm.}$$

Zur Lösung der im Vorstehenden behandelten Fragen hätte man auch von Gl. (52) S. 50 Gebrauch machen können. Setzt man dort $dQ = 0$, so folgt:

$$\omega dt + ATd\left(v\frac{dp}{dt}\right) = 0,$$

und hieraus ergiebt sich die Gleichung der adiabatischen Curve, wenn man, wie dort angegeben worden ist, den Werth ω constant voraussetzt:

$$v\left(\frac{dp}{dt}\right) - v_1\left(\frac{dp}{dt}\right)_1 = \frac{\omega}{A}\,\text{logn}\,\frac{T_1}{T}, \tag{69}$$

woraus sich v für einen angenommenen Druck p direct bestimmt; speciell für Wasserdampf ist $\omega = 1$ zu setzen. Die Tabelle des Anhanges, wie auch die Tabelle auf S. 56 geben die Werthe der in dieser Formel vorkommenden Differentialquotienten.

Ebenso lässt sich auch für die gewonnene, bezw. aufgewandte Arbeit L ein zweiter Ausdruck hinstellen.

Nach Gl. (52) S. 50 war

$$AdU = \omega dt + d\left(v\frac{\varrho}{u}\right), \tag{70}$$

welche Gleichung allgemein gültig ist. Nun ist aber bei adiabatischer Zustandsänderung

$$AdL = -AdU,$$

daher auch:

$$AdL = -\omega dt - d\left(v\frac{\varrho}{u}\right),$$

und demnach folgt an Stelle von Gl. (68):

$$AL = \omega(T_1 - T) + v_1\frac{\varrho_1}{u_1} - v\frac{\varrho}{u}. \tag{71}$$

Die Arbeit berechnet sich also direct, sobald das Anfangs- und Endvolumen, sowie der Anfangs- und Enddruck gegeben ist.

Für praktische Rechnungen ist es aber vortheilhafter, von den Gln. (66) bis (68) Gebrauch zu machen.

Es kann nämlich vorkommen, dass die Adiabate die Grenzcurve überschreitet. Bei der adiabatischen Expansion des Aetherdampfes und bei der adiabatischen Compression des Wasserdampfes und der übrigen in dieser Schrift aufgeführten Dämpfe kann dies eintreten; dann verlieren aber die Formeln ihre Gültigkeit. Findet ein solches Ueberschreiten der Grenzcurve statt, so äussert sich das dadurch, dass Gl. (66) für die specifische Dampfmenge den unmöglichen Werth $x > 1$ ergiebt.

Man wird daher zum Zweck der Controle immer die Grösse x berechnen müssen und daher von vorn herein besser von den Gleichungen (66) bis (68) Gebrauch machen. Die Gl. (66) lässt erkennen, dass mit adiabatischer Zustandsänderung nasser Dämpfe jederzeit eine Veränderung der specifischen Dampfmenge x verbunden ist. Setzt man im Anfange trocken gesättigten Dampf, also $x_1 = 1$ voraus, so ist mit der Expansion des Wasserdampfes ein Niederschlagen von Dampf verbunden, während umgekehrt bei adiabatischer Compression $x > 1$ hervortritt, ein Zeichen, dass sich hierbei der Dampf überhitzt. Genau in gleicher Art verhalten sich alle übrigen Dämpfe, welche in diesem Buche Erwähnung finden, mit alleiniger Ausnahme des Aetherdampfes, der, im Anfange trocken gesättigt vorausgesetzt, sich gerade entgegengesetzt verhält, sich nämlich bei der Expansion überhitzt und sich bei der Compression niederschlägt, eine Erscheinung, die schon oben S. 60 ausführlich besprochen worden ist. Jene Betrachtungen bezogen sich allerdings nur auf das Verhalten des trocken gesättigten Dampfes; eine nähere Betrachtung von Gl. (66) zeigt aber, dass auch der Wasserdampf (wie die mit ihm, im vorstehenden Sinne, verwandten Dämpfe) sich unter Umständen bei der adiabatischen Compression niederschlägt, wenn derselbe im Anfange nicht trocken, sondern nass ist und dass es hierbei nur auf den Werth x_1 der specifischen Dampfmenge im Anfange ankommt; umgekehrt findet dann bei der Expansion ein Verdampfen statt. Aus Gl. (66) folgt nämlich:

$$(x - x_1)\frac{r}{T} = \tau_1 - \tau - x_1\left(\frac{r}{T} - \frac{r_1}{T_1}\right). \qquad (72)$$

Denkt man nun an Expansion, setzt man also $t < t_1$ voraus, so wird für $x_1 = 1$ bei Wasserdampf der Ausdruck auf der rechten Seite dieser Gleichung negativ, es ist demnach $x < x_1$, d. h. die vorhandene Dampfmenge nimmt ab.

Nimmt man dagegen an, es sei anfänglich nur Wasser vorhanden, also $x_1 = 0$, so erscheint die rechte Seite positiv, also $x > x_1$, d. h. es findet Dampfbildung statt.

Man erkennt endlich, dass zwischen den beiden angenommenen Anfangszuständen und den vorausgesetzten Temperaturgrenzen ein Anfangszustand vorliegen kann, bei welchem am Ende der Expansion (nicht während des Verlaufes derselben) die

specifische Dampfmenge x wieder die anfängliche ist; dieser Fall liegt nach Gl. (72) vor, wenn:

$$x_1 = \frac{\tau_1 - \tau}{\frac{r}{T} - \frac{r_1}{T_1}} \tag{73}$$

ist. Wäre z. B. Wasserdampf gegeben, der adiabatisch von 4 Atmosphären auf 1 Atmosphäre Druck expandiren soll, so ergiebt vorstehende Formel:

$$x_1 = 0{,}501\,,$$

wenn man die entsprechenden Werthe der Columnen 5 und 6 der Tabelle auf S. 56 benutzt. Man erhält auch für andere Druckgrenzen auf diesem Wege Werthe von x_1, die wenig von 0,50 abweichen, sodass man wenigstens im Allgemeinen sagen kann, es finde bei der adiabatischen Expansion des Wasserdampfes ein Niederschlagen von Dampf statt, wenn anfänglich, dem Gewichte nach, mehr Dampf als Wasser vorhanden ist; ist dagegen das anfängliche Wassergewicht überwiegend, so ist die Expansion mit Verdampfen verbunden.

Auf den ersten Augenblick scheint es, als träte hier ein sehr einfaches Gesetz hervor, es lässt sich aber leicht zeigen, dass das nicht der Fall ist. Nimmt man an, es sei wirklich die specifische Dampfmenge x_1 der Gl. (73) eine constante Grösse für beliebige Druckgrenzen, die kurz mit k bezeichnet werden mag, so fände sich, wenn man in Gl. (73) zum Differential übergeht:

$$kd\left(\frac{r}{T}\right) = - d\tau,$$

oder wenn die Differentiation ausgeführt und für $d\tau$ der aus Gl. (54) S. 52 hervorgehende Werth benutzt wird:

$$k\left(\frac{dr}{dt} - \frac{r}{T}\right) = - c,$$

wobei c die specifische Wärme der Flüssigkeit bedeutet. Benutzt man hier die Clausius'sche Temperaturfunction h nach Gl. (56) S. 53, so folgt

$$k = \frac{c}{c - h}\,.$$

So ist beispielsweise für Wasser bei den Temperaturwerthen

$t =$	$0°$	$100°$	$200°$ C.
$c =$	1	1,013	1,044
$h =$	— 1,9166	— 1,1333	— 0,6766

woraus sich bezw. bestimmt

$$k = \quad 0{,}343 \qquad 0{,}472 \qquad 0{,}607,$$

sodass also der Werth k keineswegs als eine constante Grösse hervortritt.

Die adiabatische Curve nasser Dämpfe spielt bei gewissen technischen Fragen, auf die weiter unten eingegangen werden muss, eine wichtige Rolle; es erscheint daher höchst wünschenswerth, die Gleichung dieser Curve in der Form $p = f(v)$, wenn auch nur als Näherungsformel, darstellen zu können. Der erste Versuch dieser Art rührt von Rankine*) her; aus den Resultaten numerischer Rechnungen schliesst derselbe, dass die adiabatische Curve des Wasserdampfes durch die Näherungsformel

$$p v^{\mu} = p_1 v_1^{\mu} \tag{74}$$

gegeben sei, wobei p_1 der Anfangsdruck, v_1 das Anfangsvolumen des gesättigten Wasserdampfes und μ eine constante Grösse ist, für welche Rankine den Werth 1,111 angiebt. Rankine sagt nicht, ob man bei Anwendung dieser Formel für den Anfang der Expansion reinen Wasserdampf ohne Beimischung von Wasser voraussetzen soll oder nicht. Diese Frage ist aber, wie ich zeigen werde, nicht ohne Bedeutung.

Später ist dann auch Grashof**) hierauf zurückgekommen und schliesst aus den Resultaten numerischer Rechnungen, dass man $\mu = 1{,}140$ setzen müsse; bei diesen Rechnungen wird aber ausdrücklich vorausgesetzt, dass der Wasserdampf im Anfange der Expansion zwar gesättigt, dass ihm aber kein Wasser beigemischt sei. Ich werde, der Wichtigkeit der Sache wegen, etwas näher auf die Frage eingehen und auf gleichem Wege, wie Rankine und Grashof, nur mit Zugrundelegung meiner genauen, hier vorliegenden Tabellen, den Werth μ der Gl. (74) bestimmen, einmal unter der Voraussetzung, dass dem gesättigten Dampfe anfangs kein Wasser beigemischt ist, dann unter der Annahme, dass man es mit einer Mischung von Wasser und Wasserdampf zu thun hat.

Ist unter Voraussetzung eines gewissen Anfangszustandes

*) Rankine, Manual of applied Mechanics. — A Manual of the Steam engine, S. 385.

**) Grashof, Vorwort in »Völker's Indicator«. Berlin 1863. — »Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure«. Bd. VIII. S. 151.

(p_1, v_1) auf dem oben auf S. 68 vorgeführten Wege für einen angenommenen Enddruck p das Volumen v berechnet worden, so würde sich aus Gl. (74) der Exponent μ nach der Formel

$$\mu = \frac{\log p_1 - \log p}{\log v - \log v_1} \tag{75}$$

bestimmen lassen.

So wurde in dem Beispiele auf S. 68 trockener gesättigter Dampf vom Drucke $p_1 = 4$ Atmosphären angenommen und eine Expansion bis zum Drucke von 1 Atmosphäre vorausgesetzt; es fand sich dort $v_1 = 0{,}4484$ und $v = 1{,}5203$, wonach sich aus vorstehender Gleichung für diesen einen Fall findet

$$\mu = 1{,}1354.$$

Auf dem gleichen Wege kann man auch für andere Werthe der Anfangs- und Endpressung den Werth μ ermitteln und zusehen, ob sich dieser Werth wirklich als constant herausstellt. Die folgende Zusammenstellung giebt die Resultate solcher Rechnungen für die Anfangspressungen von 8, 4, 2 und 1 Atmosphären und die Endpressungen von 4, 2, 1 und 0,5 Atmosphären, und zwar ist, durchgängig unter der Voraussetzung, dass im Anfange der Wasserdampf trocken gesättigt war, die specifische Dampfmenge x am Ende der Expansion, das Expansionsverhältniss ε, d. h. das Verhältniss $v : v_1$ und endlich der entsprechende Werth von μ aufgeführt.

Anfangsdruck p_1 in Atmosphären	Enddruck p in Atmosphären: 0.5	1	2	4
8	$x =$ 0.8541	0.8844	0.9182	0.9564
	$\varepsilon =$ 11.577	6.236	3.375	1.834
	$\mu =$ 1.1321	1.1360	1.1396	1.1431
4	$x =$ 0.8882	0.9211	0.9580	
	$\varepsilon =$ 6.282	3.390	1.837	
	$\mu =$ 1.1315	1.1354	1.1399	
2	$x =$ 0.9241	0.9598		
	$\varepsilon =$ 3.409	1.842		
	$\mu =$ 1.1304	1.1344		
1	$x =$ 0.9614			
	$\varepsilon =$ 1.848			
	$\mu =$ 1.1291			

Ein Blick auf diese Zusammenstellung zeigt, dass der Werth μ bei bestimmter Anfangspressung entschieden abnimmt, je kleiner der Enddruck p ist, und dass bei gleicher Endpressung μ um so grösser ist, je grösser der Anfangsdruck genommen wird; immerhin sind aber doch die Aenderungen so unbedeutend, dass man innerhalb der in der Tabelle angenommenen Druckgrenzen, welche die bei Dampfmaschinen vorkommenden Fälle nahezu umschliessen, für μ einen constanten Mittelwerth annehmen darf, und dieser Werth findet sich

$$\mu = 1{,}135,$$

also nahe mit dem von Grashof gegebenen übereinstimmend. Das Rechnungsresultat gilt aber nur für trocken gesättigten Wasserdampf, also unter der Voraussetzung, dass die specifische Dampfmenge im Anfange $x_1 = 1$ ist. Um den Einfluss des Werthes x_1 auf den Exponenten μ erkennen zu lassen, ist noch die folgende Zusammenstellung der Rechnungsresultate beigefügt, welche unter der Voraussetzung $x_1 = 0{,}90$ bez. $0{,}80$ oder $0{,}70$ gewonnen wurden. Die Tafel enthält nur die Werthe von μ.

Anfangsdruck p_1 in Atmosphären	Specifische Dampfmenge im Anfang x_1	Enddruck in Atmosphären 0.5	1	2
4	$x_1 = 0.90$	$\mu = 1.1236$	1.1268	1.1302
	0.80	$= 1.1140$	1.1164	1.1190
	0.70	$= 1.1019$	1.1036	1.1047
2	$x_1 = 0.90$	$\mu = 1.1231$	1.1264	
	0.80	$= 1.1141$	1.1166	
	0.70	$= 1.1028$	1.1044	
1	$x_1 = 0.90$	$\mu = 1.1223$		
	0.80	$= 1.1138$		
	0.70	$= 1.1032$		

Diese Uebersicht zeigt, dass der Exponent μ der empirischen Formel (74) mit der anfänglichen Dampfmenge x_1 variirt, dass er aber bei gleicher Anfangsdampfmenge wieder nahezu constant ist. Nimmt man aus den, gleichen Werthen von x_1 entsprechenden Werthen von μ das Mittel, so findet sich für die anfängliche specifische Dampfmenge:

$x_1 = 1$	$\mu = 1{,}135$
$0{,}90$	$1{,}125$
$0{,}80$	$1{,}115$
$0{,}70$	$1{,}103$

und diese Werthe lassen sich recht wohl durch die empirische Formel:

$$\mu = 1{,}035 + 0{,}100 \cdot x_1 \tag{76}$$

zusammenfassen, welche Formel freilich nur für die hier vorliegenden Grenzen 0,7 bis 1 für x_1 als zulässig nachgewiesen worden ist; es werden aber damit die meisten der in der Technik vorkommenden Fälle umschlossen.

In allen Fällen, in denen man von der Näherungsformel $p v^\mu = p_1 v_1{}^\mu$ Gebrauch machen kann, berechnet sich dann auch die Expansionsarbeit L durch die Formel:

$$L = \int_{v_1}^{v} p\, dv$$

und hieraus unter Zugrundelegung der vorstehenden Näherungsformel, wie leicht zu verfolgen ist:

$$L = \frac{p_1 v_1}{\mu - 1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\mu - 1}\right]$$

oder

$$L = \frac{p_1 v_1}{\mu - 1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\mu - 1}{\mu}}\right] \tag{77}$$

oder auch

$$L = \frac{1}{\mu - 1}\left[p_1 v_1 - p v\right]$$

Formeln, welche innerhalb der bezeichneten Grenzen Rechnungsresultate ergeben, die hinreichend genau mit denen übereinstimmen, auf welche die genaue Gleichung (68) S. 68 führt.

Die vorstehenden Gleichungen stimmen mit denen überein, welche früher (Bd. I S. 135) für adiabatische Expansion der Gase gefunden wurden, nur mit dem Unterschiede, dass dort für den Exponenten μ die Grösse $\varkappa = 1{,}410$ zu substituiren war.

Man könnte geneigt sein, hieraus den Schluss zu ziehen, dass die vorstehenden Formeln mit der Beziehung (74) das wahre Gesetz adiabatischer Zustandsänderung nasser Dämpfe darstellen. Man überzeugt sich aber leicht bei genauerer Untersuchung der

Grundgleichungen (66) bis (68) S. 67, dass die vorhin aufgestellten Gleichungen nur als Näherungsformeln angesehen werden können, und dass dieselben nur für Grenzpressungen angewandt werden dürfen, welche diejenigen der beiden Zusammenstellungen auf S. 73 u. 74 nicht wesentlich überschreiten. Liegen die Grenzen der Drucke weiter auseinander, so erhält man für den Exponenten μ Werthe, die von denen der beiden Tabellen S. 73 u. 74 nicht unbedeutend abweichen und der empirischen Formel (76) nicht mehr entsprechen. Noch grössere Abweichungen treten ein, wenn man die specifische Dampfmenge x_1 im Anfange kleiner als 0,5 nimmt, und ganz unhaltbar wird die Näherungsrechnung für den Fall $x_1 = 0$. Wenn daher in der Folge von den Näherungsformeln (74) und (77) Gebrauch gemacht wird, so wird es nur innerhalb der angezeigten Grenzen des Anfangs- und Enddruckes geschehen.

Charpentier*) stellt, allerdings ohne Beweis, den Satz auf, dass man bei trocken gesättigtem Dampf, also für $x_1 = 1$, die specifische Dampfmenge x am Ende der adiabatischen Expansion nach der Formel

$$x = \frac{Apu}{Ap_1 u_1} \tag{78}$$

zu bestimmen habe; während nach der theoretisch abgeleiteten Formel (66) S. 67 sich x aus der Beziehung

$$x \frac{r}{T} = \tau_1 - \tau + \frac{r_1}{T_1}$$

berechnet. Die Formel von Charpentier giebt für die in der Tabelle S. 73 angenommenen Druckgrenzen für die specifische Dampfmenge x Werthe, die nur wenig von denjenigen der Tabelle, die nach der letzten der vorstehenden Formeln berechnet wurden, abweichen; man erhält jedoch für den vorausgesetzten speciellen Fall, dass der Dampf im Anfange trocken gesättigt ist, ebenso gut zutreffende Resultate, wenn man die specifische Dampfmenge am Ende nach der Formel

$$x = \frac{\varrho_1}{\varrho}$$

berechnet. Eine genauere Prüfung dieser Annahme sowohl, wie der Angabe von Charpentier zeigt aber in beiden Fällen, dass

*) »Sur la détente adiabatique de la vapeur d'eau«. Comptes rendus. 1884. t. 98. p. 85—87. 425—428.

der aus derselben hervorgehende Zusammenhang zwischen den einzelnen Temperaturfunctionen, welche in den Formeln auftreten, keine Bestätigung findet, so lange man an den Regnault'schen Versuchsergebnissen über die Flüssigkeits- und Gesammtwärme festhält.

Die vorstehenden Untersuchungen über den Verlauf der adiabatischen Curve nasser Dämpfe betrafen im Besondern die Frage der Expansion unter der Voraussetzung, dass der Dampf im Anfange trocken gesättigt sei oder verhältnissmässig wenig Flüssigkeit beigemischt enthielt.

Von technischer Bedeutung ist aber noch die Frage nach dem Verhalten des nassen Dampfes bei der adiabatischen Compression, wenn das Gewicht der vorhandenen Flüssigkeitsmenge das des Dampfes überwiegt. In diesem Falle ist mit der Compression ein Niederschlagen des Dampfes verbunden, solcher Art, dass, wenn die Compression weit genug fortgesetzt wird, schliesslich nur noch Flüssigkeit ohne Dampf vorhanden ist.

Ist p_1 der Druck im Anfange und x_1 die specifische Dampfmenge, und soll die Compression der Gewichtseinheit dieser Mischung soweit fortgesetzt werden, bis schliesslich Flüssigkeit allein vorhanden ist, so ist σ das Endvolumen, $v_1 = x_1 u_1 + \sigma$ das Anfangsvolumen; das Verhältniss ε beider Werthe mag als Compressionsverhältniss bezeichnet werden; es wäre demnach

$$\varepsilon = \frac{x_1 u_1 + \sigma}{\sigma}. \tag{79}$$

Aus Gl. (66) S. 67 folgt ferner, weil am Ende der Compression $x = 0$ sein soll:

$$\tau = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}, \tag{80}$$

hieraus ermittelt sich die Endtemperatur t und der Enddruck p, bei welchem die ganze Masse verflüssigt ist, und dann folgt nach Gl. (68) die Compressionsarbeit L aus der Formel

$$AL = q_1 - q + x_1 \varrho_1. \tag{81}$$

Beispiel 1. Es sei der Anfangsdruck 0,2 Atm. oder $p_1 = 2066{,}6$ kgr.; diesem Drucke entsprechen die Werthe

$$\tau_1 = 0{,}2005; \quad \frac{r_1}{T_1} = 1{,}6924; \quad u_1 = 7{,}5428;$$

$$q_1 = 60{,}589 \quad \text{und} \quad \varrho_1 = 527{,}584.$$

Man erhält daher beziehungsweise für:

$x_1 = 0{,}10$ oder $x_1 = 0{,}01$
$\varepsilon = 755{,}4$ $\varepsilon = 76{,}4$
$\tau = 0{,}3697$ $\tau = 0{,}2175$.

Diese Werthe entsprechen genau genug den Pressungen
$p = 2{,}000$ $p = 0{,}256$ Atmosphären
für die vollständige Verflüssigung und nach Gl. (81) findet sich:
$AL = 8{,}07$ $AL = 0{,}28$ Calorien.

Beispiel 2. Es sei der Anfangsdruck 1 Atmosphäre oder $p = 10333$ kg. Diesem Drucke entsprechen die Werthe:

$$\tau_1 = 0{,}3136; \quad \frac{r_1}{T_1} = 1{,}4383; \quad u_1 = 1{,}6494; \quad q_1 = 100{,}50; \quad \varrho_1 = 496{,}30.$$

Man erhält daher beziehungsweise bei der Compression bis zur Verflüssigung für
$x_1 = 0{,}10$ oder $x_1 = 0{,}01$
$\varepsilon = 165{,}9$ $\varepsilon = 17{,}5$
$\tau = 0{,}4574$ $\tau = 0{,}3280$

und diesen Werthen entsprechend genau genug die Endpressungen:
$p = 5{,}5$ bez. $p = 1{,}2$ Atmosphären.

Die Arbeit L findet sich aus Gl. (81)
$AL = 7{,}34$ bez. $AL = 0{,}28$ Cal.

Würde in dem ersten der beiden Fälle, d. h. für den Anfangswerth $x_1 = 0{,}10$ die Compression nur von 1 auf 3 Atmosphären erfolgen, so fänden sich nach Gl. (66) die specifischen Dampfmengen am Ende $x = 0{,}0439$ und das zugehörige Volumen $v = 0{,}0206$, während beim Anfangsdrucke $p_1 = 1$ Atmosphäre das Volumen $v_1 = 0{,}1659$ betrug; wollte man die Compressionscurve vom Gesetze $pv^\mu = p_1 v_1^\mu$ voraussetzen, so fände sich hieraus $\mu = 0{,}527$.

Die vorstehenden beiden Aufgaben entsprechen unter gewissen Voraussetzungen den Vorgängen bei der Compression im Cylinder einer Dampfmaschine, je nachdem eine solche mit oder ohne Condensation arbeitet. Es ist zur Zeit noch unerwiesen, welche Wassermenge hierbei dem Dampfe beim Beginn der Compression beigemischt ist. Macht man die mögliche Annahme, dass die vorhandene Wassermenge beträchtlich ist, so steigt die Compressionscurve weniger rasch an, als beim Dampfe mit geringem Wassergehalte. Es läge sonach ein Mittel vor, aus dem Verlaufe der Compressionscurve eines Indicatordiagrammes einen Schluss auf den Wassergehalt des Dampfes zu ziehen, der, im Dampfcylinder abgeschlossen, comprimirt wird und dann mit dem frisch eintretenden Dampf zur Mischung gelangt. Entscheidende Versuche und Beobachtungsresultate über diese Frage, auf die weiter unten zurückzukommen sein wird, liegen leider noch nicht vor.

Anwendungen.

I. Zustandsänderungen der nassen Dämpfe auf umkehrbarem Wege.

§ 11. Erwärmung oder Abkühlung nasser Dämpfe bei constantem Volumen.

Steht die Gewichtseinheit Mischung von Flüssigkeit und Dampf unter dem Drucke p_1 und ist die specifische Dampfmenge x_1, so ist das Volumen v_1 durch

$$v_1 = x_1 u_1 + \sigma$$

gegeben; geht nun durch Mittheilung oder Entziehung von Wärme der Druck in den Werth p über, und ist x die specifische Dampfmenge am Ende, so ist, weil eine Aenderung des Volumens hierbei nicht stattfinden soll, auch

$$v_1 = xu + \sigma.$$

Durch Gleichsetzen beider Gleichungen folgt die Dampfmenge x am Ende:

$$x = \frac{x_1 u_1}{u}, \tag{1}$$

lässt sich also aus dem angenommenen Enddruck p, weil mit diesem auch u bekannt ist, berechnen. Da nun im vorliegenden Falle $dv = 0$ ist, so folgt nach Gl. (43) S. 48

$$dQ = dq + d(x\varrho),$$

und hieraus die mitzutheilende Wärmemenge

$$Q = q - q_1 + x\varrho - x_1\varrho_1,$$

oder mit Hülfe vorstehender Gl. (1)

$$Q = q - q_1 + x_1 u_1 \left(\frac{\varrho}{u} - \frac{\varrho_1}{u_1}\right). \tag{2}$$

Die entsprechende Zunahme des Wärmegewichtes findet sich nach Gl. (58) S. 54

$$P - P_1 = \frac{1}{A}\left(\tau - \tau_1 + \frac{x r}{T} - \frac{x_1 r_1}{T_1}\right), \tag{3}$$

in welche Formel der Werth x aus Gl. (1) ebenfalls eingesetzt werden kann. Wenn man die letztberechnete Grösse als Abscisse und die zugehörige Temperatur T als Ordinate für verschiedene Werthe p aufträgt, so erhält man die Abbildung der vorgelegten Druckcurve. Die Druckcurve selbst ist hier eine der Ordinatenaxe parallele Gerade.

Denkt man im vorliegenden Falle an Wärmemittheilung, also an Temperatur- und Druckzunahme, so wird in einem gewissen Augenblicke die vorher vorhandene Flüssigkeit vollständig verdampft, also $x = 1$ geworden sein. Bezeichnet man mit p_2 den Druck in diesem Zustande, so folgt nach Gl. (1)

$$u_2 = x_1 u_1, \tag{1^a}$$

und die Wärmemenge Q_2, welche bis dahin mitzutheilen wäre,

$$Q_2 = q_2 - q_1 + x_1 u_1 \left(\frac{\varrho_2}{u_2} - \frac{\varrho_1}{u_1}\right). \tag{2^a}$$

Eine weitere Wärmezuführung würde Spannung und Temperatur noch weiter erhöhen, die vorstehenden Formeln würden aber zur Beurtheilung der weiteren Vorgänge hinfällig, weil, von diesem Grenzzustande an, der Dampf in den überhitzten Zustand übergeht.

Beispiel. In einem Gefässe befinde sich eine Mischung von G kg Wasser und Wasserdampf; davon seien $0{,}763\, G$ kg dampfförmig und der Rest $0{,}237\, G$ in flüssigem Zustande vorhanden; der Druck betrage 1,5 Atmosphären und es soll durch Wärmeentziehung bei constantem Volumen der Druck auf 0,1 Atmosphäre sinken.

Hier ist nach Tab. 11 des Anhanges dem Drucke von 1,5 Atm. entsprechend:

$$u_1 = 1{,}1259 \qquad q_1 = 112{,}408 \qquad \frac{\varrho_1}{u_1} = 432{,}56$$

und entsprechend dem Drucke von 0,1 Atm.

$$u = 14{,}552 \qquad q = 46{,}282 \qquad \frac{\varrho}{u} = 37{,}029.$$

Zu der anfänglichen specifischen Dampfmenge $x_1 = 0{,}763$ findet sich daher nach Gl. (1) die specifische Dampfmenge am Ende

$$x = 0{,}0590\ ,$$

also schliesslich die vorhandene Dampfmenge $Gx = 0{,}059 \,.\, G$ und die Wassermenge $G(1 - x) = 0{,}941 \,.\, G$. Die Wärmemenge, welche hierbei der Masse, auf die Gewichtseinheit berechnet, zu entziehen ist, ergiebt sich unter Benutzung vorstehender Zahlenwerthe nach Gl. (2) zu 405,86 Cal., also für G kg Mischung:

$$Q = 405{,}86 \,.\, G.$$

Hätte man die Wärmeentziehung dadurch bewerkstelligt, dass man an den äusseren Wandungen des Gefässes kaltes Wasser hinströmen liesse, hätte sich dasselbe hierbei von t_0 auf t_0 erwärmt, und wäre hierbei eine Kühlwassermenge von G_0 kg verwendet worden, so würde dieselbe die Wärmemenge

$$Q = G_0(q_0' - q_0)$$

aufgenommen haben; angenommen, es wäre hierbei das Kühlwasser von $t_0 = 15^0$ auf $t_0' = 35^0$ erwärmt worden, so findet sich, weil nach Tab. I^b des Anhanges für die angenommenen Temperaturen $q_0 = 15{,}005$ und $q_0' = 35{,}037$ ist,

$$Q = 20{,}03\ G_0\ ,$$

und daher folgt durch Gleichsetzen der beiden ermittelten Werthe von Q die Kühlwassermenge

$$G_0 = \frac{405{,}86}{20{,}03} \cdot G = 20{,}26 \,.\, G\ .$$

Mit demselben anfänglich vorhandenen nassen Dampfe vom Drucke 1,5 Atmosphären und der specifischen Dampfmenge $x_1 = 0{,}763$ kg mag jetzt andererseits folgender Versuch gemacht werden: es möge demselben bei constantem Volumen Wärme mitgetheilt werden, bis bei dem zu bestimmenden Drucke p_2 das letzte Wasserelement in Dampf übergegangen ist.

Hier ist nach Gl. (1^a)

$$u_2 = 0{,}8589\ ,$$

und diesem Werthe entspricht nach Tab. II (Anhang) der Druck von $p_2 = 2$ Atmosphären und die Temperatur $t_2 = 120{,}60^0$. Weiter giebt die Tabelle

$$q_2 = 121{,}417,\qquad \frac{\varrho_2}{u_2} = 558{,}86\ ;$$

daher findet sich nach Gl. (2^a) die erforderliche Wärmemenge für G Kilogramm der Mischung

$$Q_2 = 117{,}53\, G \text{ Calorien.}$$

Um die Zustandsänderung des nassen Dampfes bei constantem Volumen zu untersuchen, hätte man auch von der allgemeinen Gl. (51^a) S. 51 nämlich

$$dQ = \omega\, dt + A\, T\, d\left(v \frac{dp}{dt}\right)$$

Gebrauch machen können. Deutet man die Erwärmung bei con-

stantem Volumen dadurch an, dass man dQ mit dem Index v versieht, so ist, da $v = v_1$ constant ist, nach vorstehender Formel auch:

$$\frac{dQ_v}{dt} = \omega + A v T \frac{d^2 p}{dt^2}, \tag{4}$$

oder auch unter Benutzung von Gl. (36) S. 38

$$\frac{dQ_v}{dt} = \omega + v \frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right).$$

Diese Grösse repräsentirt aber nichts anderes, als die specifische Wärme des nassen Dampfes bei constantem Volumen; bezeichnet man dieselbe mit c_v, welcher Werth bei Gasen constant ist, so wäre demnach

$$c_v = \omega + v \frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right), \tag{4^a}$$

wonach c_v hier als eine Function des Druckes und des Volumens erscheint. Setzt man $v = xu + \sigma$, und berücksichtigt man die Beziehung (50) S. 50, so folgt auch:

$$c_v = c + xu \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right), \tag{4^b}$$

wo c die specifische Wärme des Wassers ist. Nach Gl. (36) S. 38 schreibt sich weiterhin auch

$$c_v = c + A x u T \frac{d^2 p}{dt^2},$$

oder unter Benutzung der Clapeyron'schen Gleichung (22) S. 29 nach einigen leicht zu verfolgenden Umformungen

$$c_v = c + x\left[\frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} - \frac{r}{u}\frac{du}{dt}\right]. \tag{4^c}$$

Für trockenen gesättigten Dampf wäre $x = 1$ zu setzen; dabei wäre aber an eine Wärmeentziehung bei constantem Volumen zu denken, da bei einer Wärmemittheilung der Dampf in den überhitzten Zustand übergehen würde und in diesem Falle die Gleichungen ihre Gültigkeit verlieren. Die Gleichungen (4^b) und (4^c) geben für trockenen Dampf:

$$c_v = c + u \frac{d}{dt}\left(\frac{\varrho}{u}\right), \tag{4^d}$$

oder

$$c_v = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} - \frac{r}{u}\frac{du}{dt},$$

und wenn man in der letzten Gleichung noch die Clausius'sche Temperaturfunction h nach Gl. (56) S. 53 benutzt,

$$c_v = h - \frac{r}{u}\frac{du}{dt}, \qquad (4^e)$$

eine Gleichung, welche auf anderem Wege auch von J. J. Müller gefunden worden ist*), nur ersetzt derselbe näherungsweise die Grösse u durch das specifische Volumen s des trockenen Dampfes. Zur Berechnung der specifischen Wärme c_v des Wasserdampfes sind unter Benutzung der Hülfstabelle S. 57 Col. 11 am bequemsten die Gln. (4^a) oder (4^d) zu benutzen.

So erhält man für trocken gesättigten Wasserdampf von:

$p =$	0,5	1	5	10	14	Atmosphären,
$c_v =$	19,583	16,957	11,603	9,638	8,732	

Die Werthe nehmen mit wachsendem Drucke, also zunehmender Temperatur ab und nähern sich, wie Gl. (4^d) zeigt, dem Werthe c, einem Grenzwerthe, der, wie schon J. J. Müller bemerkte, in der Nähe von 400° liegen dürfte.

Mit Hülfe von Gl. (4^b) liesse sich auch für verschiedene Pressungen die specifische Dampfmenge x oder aus Gl. (4^a) das specifische Volumen v des nassen Dampfes unter der Voraussetzung berechnen, dass c_v für alle Punkte der betreffenden Curve constant wäre.

Die Formeln, auf welche das vorgelegte Problem geführt hat, geben das Mittel an die Hand, eine Frage zu behandeln, die bezüglich des Dampfkesselbetriebes von technischer Bedeutung ist**).

Es möge nämlich untersucht werden, nach welchem Gesetze in einem Dampfkessel die Dampfspannung bei fortgesetztem Heizen mit der Zeit wächst, wenn von einem gewissen Zeitpunkte an das Ventil im Dampfabflussrohr gesperrt wird.

*) J. J. Müller, Ueber die specifische Wärme der gesättigten Dämpfe Poggendorff's Annalen. Jubelband. 1874. S. 227.

**) Vergl. die Abhandlung des Verfassers »Neue Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe«. Schweizerische polytechnische Zeitschrift. Jahrg. 1863. Bd. 8.

Es sei im Momente des Abschlusses G das Gewicht von Dampf und Wasser im Kessel, Gx_1 das Gewicht des vorhandenen Dampfes, die Temperatur t_1 und der Druck p_1; es sei dann durch fortgesetztes Heizen des Kessels in der Zeit ϑ die Dampfmenge auf Gx, die Temperatur auf t und der Druck auf p gestiegen; die in den Kessel während dieser Zeit eingeführte Wärmemenge Q ist daher, weil hier Wärmemittheilung bei constantem Volumen vorliegt, nach Gl. (2)

$$Q = G\left[q - q_1 + x_1 u_1 \left(\frac{\varrho}{u} - \frac{\varrho_1}{u_1}\right)\right].$$

Bezeichnet man noch die Wärmemenge, welche in jeder Minute in den Kessel tritt, mit Q_m, so findet sich die Zeit (in Minuten), innerhalb welcher der Kesseldruck von p_1 auf p steigt:

$$\vartheta = \frac{G}{Q_m}\left[q - q_1 + x_1 u_1 \left(\frac{\varrho}{u} - \frac{\varrho_1}{u_1}\right)\right], \tag{5}$$

und damit wäre die vorgelegte Frage beantwortet; die vorstehende Gleichung lässt sich aber für die Fälle der Praxis hinreichend genau in einfacherer Form schreiben. Bei den gewöhnlichen Dampfkesseln ist das Gewicht des eingeschlossenen Dampfes gegen das des vorhandenen Wassers so klein, dass man in Gl. (5) das mit x_1 behaftete Glied weglassen kann; ferner kann man für die bei Dampfkesseln vorkommenden Druckgrenzen die Flüssigkeitswärme q durch die Formel $q = ct$ berechnen und hierbei für die specifische Wärme c des Wassers den Mittelwerth $c = 1{,}0224$ substituiren; unter diesen Voraussetzungen erhält man mit hinreichender Genauigkeit

$$\vartheta = \frac{Gc(t - t_1)}{Q_m}, \tag{5a}$$

und hieraus ist zu erkennen, dass die Zeit ϑ, innerhalb welcher in einem Dampfkessel der Druck von p_1 auf p zunimmt, sobald die Dampfableitung unterbrochen wird, 1) der Temperaturerhöhung $(t - t_1)$ proportional ist; 2) proportional ist dem Gesammtgewicht G von Dampf und Wasser, oder da das Dampfgewicht als sehr klein unbeachtet bleiben kann, dem vorhandenen Wassergewicht proportional zu setzen ist, endlich dass 3) diese Zeit der Wärmemenge Q_m, die in der Zeiteinheit in den Kessel tritt, umgekehrt proportional ist. Dass bei ein und demselben Kessel bei gleicher

Füllung gleichen Zeiten nahezu gleiche Temperaturintervalle entsprechen, ist auf Grund besonderer Versuche zuerst von Fairbairn (1853) gefunden worden*); meine Formeln erklären aber nun den Vorgang vollständig und deuten auch noch auf den grossen Einfluss hin, welchen das Gewicht der vorhandenen Wassermenge, sowie (hinsichtlich des Werthes Q_m) die Grösse der Heizfläche des Kessels übt. So erklärt sich leicht, dass in Locomotivkesseln, welche eine grosse Heizfläche und kleinen Inhalt haben, eine weit raschere Steigerung des Dampfdruckes stattfindet, wenn der Dampfabfluss unterbrochen wird, als in Kesseln stationärer Maschinen; denn aus obigen Formeln lässt sich leicht der weitere Schluss ziehen, dass die Zeit, welche eine bestimmte Druckerhöhung fordert, nahezu dem Volumen des Dampfkessels direct und der Grösse der Heizfläche umgekehrt proportional ist; für einen bestimmten Kessel geben übrigens die Werthe p der Col. 3 der Tab. 1^a nahezu das Gesetz an, nach welchem in gleichen Zeitintervallen der Dampfdruck zunimmt.

Die Temperaturzunahme dt erfordert nach Gl. (5^a) die Zeit

$$d\vartheta = \frac{Gc}{Q_m}\,dt. \tag{6}$$

Man kann nun den Werth $\frac{dp}{d\vartheta}$ die Geschwindigkeit nennen, mit welcher in einem abgeschlossenen Dampfkessel bei fortgesetztem Heizen der Dampfdruck wächst; bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit w, so findet sich für dieselbe:

$$w = \frac{dp}{d\vartheta} = \frac{Q_m}{Gc} \cdot \frac{dp}{dt}, \tag{7}$$

sie ist also dem Differentialquotienten des Druckes p nach der Temperatur t proportional.

Die Werthe der Col. 4 der Tab. 1^a, ebenso die der Col. 3 der Hülfstafel S. 56 geben sonach ein Maass für diese Geschwindigkeit, und es zeigt sich, dass dieselbe rasch mit dem Drucke wächst.

Legen wir der Berechnung der Geschwindigkeit w die genauere Formel unter, so findet sich:

*) Vergl. v. Burg, »Ueber die Wirksamkeit der Sicherheitsventile«. Sitzungsberichte der k. k. Akademie der Wissenschaften zu Wien. Bd. XLV. S. 312.

$$w = \frac{Q_m}{Gc}\frac{dp}{dt}\left[\frac{c}{c + x_1 u_1 \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\varrho}{u}\right)}\right]. \tag{7a}$$

Der Ausdruck in der Klammer ist so wenig von Eins verschieden, dass man ohne Bedenken zur Berechnung der Geschwindigkeit der Druckzunahme bei Dampfkesseln die einfachere Gl. (7) verwenden darf.

Bei normalem Betriebe einer Dampfkesselheizung soll die Geschwindigkeit w der Druckänderung klein sein und sollen Unregelmässigkeiten in der Heizung, d. h. Variationen im Werthe der Wärmemenge Q_m, die in der Zeiteinheit in den Kessel tritt, geringen Einfluss auf w haben; das ist nach Gl. (7) der Fall, wenn das Gewicht von Wasser und Dampf im Kessel sehr gross und der Differentialquotient $\frac{dp}{dt}$ klein ist. Hiernach ist es weit leichter, einen grossen Tiefdruckkessel zu bedienen, als einen kleinen Hochdruckkessel, besonders wenn letzterer, wie ein Locomotivkessel, mit einer grossen Heizfläche versehen ist.

Beispiel. Ein gewöhnlicher cylindrischer Dampfkessel habe 18 Quadratmeter Heizfläche und 11 Cubikmeter Inhalt (der Kessel entspricht ohngefähr einer Maschine von 15 Pferdestärken) und erzeuge bei normalem Gange pro Quadratmeter Heizfläche stündlich 25 Kilogr. Dampf von 5 Atmosphären Pressung, also von der Temperatur $t_1 = 152{,}22$; der Kessel sei ferner auf 0,6 seines Inhaltes mit Wasser gefüllt und werde mit Wasser von 15° Temperatur gespeist; dann findet sich zunächst die Dampfmenge, welche bei regelmässiger Dampfableitung in der Minute erzeugt wird:

$$\frac{18 \cdot 25}{60} = 7{,}5 \text{ Kilogramm.}$$

Wird der Dampf aus Wasser von 0° Temperatur unter constantem Drucke von 5 Atmosphären erzeugt, so erfordert ein Kilogr. die Gesammtwärme $\lambda = q + r = q + \varrho + Apu = 652{,}93$ (Tab. 11); da aber das Speisewasser schon die Temperatur von $t_0 = 15°$ besitzt, so ist von λ der entsprechende Werth $q_0 = 15{,}005$ abzuziehen; man erhält $\lambda - q_0 = 637{,}93$ und die Wärmemenge Q_m, die in der Minute bei normalem Gange der Maschine in den Kessel tritt: $Q_m = 7{,}5 \times 637{,}93 = 4784{,}5$ Cal. Das Wasservolumen im Kessel beträgt $0{,}6 \cdot 11$ und das Dampfvolumen $0{,}4 \cdot 11$ Cubikmeter; da ein Cubikmeter Wasser 1000 Kilogr. und ein Cubikmeter Dampf von 5 Atmosphären Pressung (Tab. 11) 2,75 Kilogr. wiegt, so ist das Wassergewicht 6600 Kilogr. und das Dampfgewicht 12,10 Kilogr., also das Gesammtgewicht $G = 6612{,}1$ Kilogr. und die specifische Dampfmenge:

$$x_1 = \frac{12{,}10}{6612{,}1} = 0{,}00183.$$

Es soll nun die Dampfableitung unterbrochen, die Wärmemittheilung an den Kessel aber unverändert fortgeführt werden; in welcher Zeit wird dann der Druck auf 10 Atmosphären wachsen?

Dem Anfangsdrucke von 5 Atmosphären entsprechen nach Tab. 11 die Werthe $q_1 = 153{,}74$; $u_1 = 0{,}3626$; $\varrho_1 : u_1 = 1254{,}7$, und dem Enddrucke von 10 Atmosphären die Werthe: $q = 182{,}72$; $\varrho : u = 2293{,}0$, und daher ergiebt Gl. (5) die Zeit

$$\vartheta = 41{,}00 \text{ Minuten.}$$

Die Näherungsformel (5a) giebt, wenn man im Mittel $c = 1{,}0224$ und dann die entsprechenden Temperaturwerthe einführt:

$$\vartheta = 1{,}413\,(t - t_1) = 39{,}69 \text{ Minuten,}$$

also genau genug übereinstimmend.

Für dasselbe Beispiel berechnet sich nach Gl. (7) die Geschwindigkeit der Druckzunahme

$$w = 0{,}708\,\frac{dp}{dt},$$

und daher für den Anfangs- und Enddruck, wenn man für den vorstehenden Differentialquotienten die entsprechenden Werthe der Hülfstabelle S. 56 nimmt, dieselben aber, um w in Atmosphären zu erhalten, vorher durch 10333 dividirt:

$$w = 0{,}094 \text{ für } 5,$$
$$0{,}162 \text{ für } 10 \text{ Atmosphären.}$$

Diese Werthe geben für diesen Kessel und für die entsprechenden Spannungen die Druckzunahme in der Minute, in Atmosphären gemessen, unter der Voraussetzung, dass von dem betreffenden Momente an die Druckzunahme der Zeit proportional wird.

Die oben erwähnten Versuche von Fairbairn, die, wie hervorgehoben wurde, die Richtigkeit der hier gegebenen Formeln bestätigen, wurden an einem Locomotivkessel angestellt und führten Fairbairn auf die Beziehung

$$\vartheta = \frac{1}{4{,}44}\,(t - t_1),$$

wo die Temperaturen nach Fahrenheit gemessen waren.

Rechnet man nach Celsius, so findet sich für Fairbairn's Kessel die Zeit:

$$\vartheta = 0{,}405\,(t - t_1)$$

und die Geschwindigkeit der Druckzunahme

$$w = 2{,}466\,\frac{dp}{dt},$$

also die Zeit ϑ kleiner und die Geschwindigkeit w wesentlich grösser, als bei dem von uns angenommenen stationären Kessel, wie das aber nach dem oben Gegebenen erklärlich ist.

Die Bedeutung des Factors 0,405 seiner Formel hat Fairbairn nicht erkannt; wenn daher derselbe unter Zugrundelegung des numerischen Werthes 0,405 die Frage beantwortet, nach welcher Zeit die Explosion eines

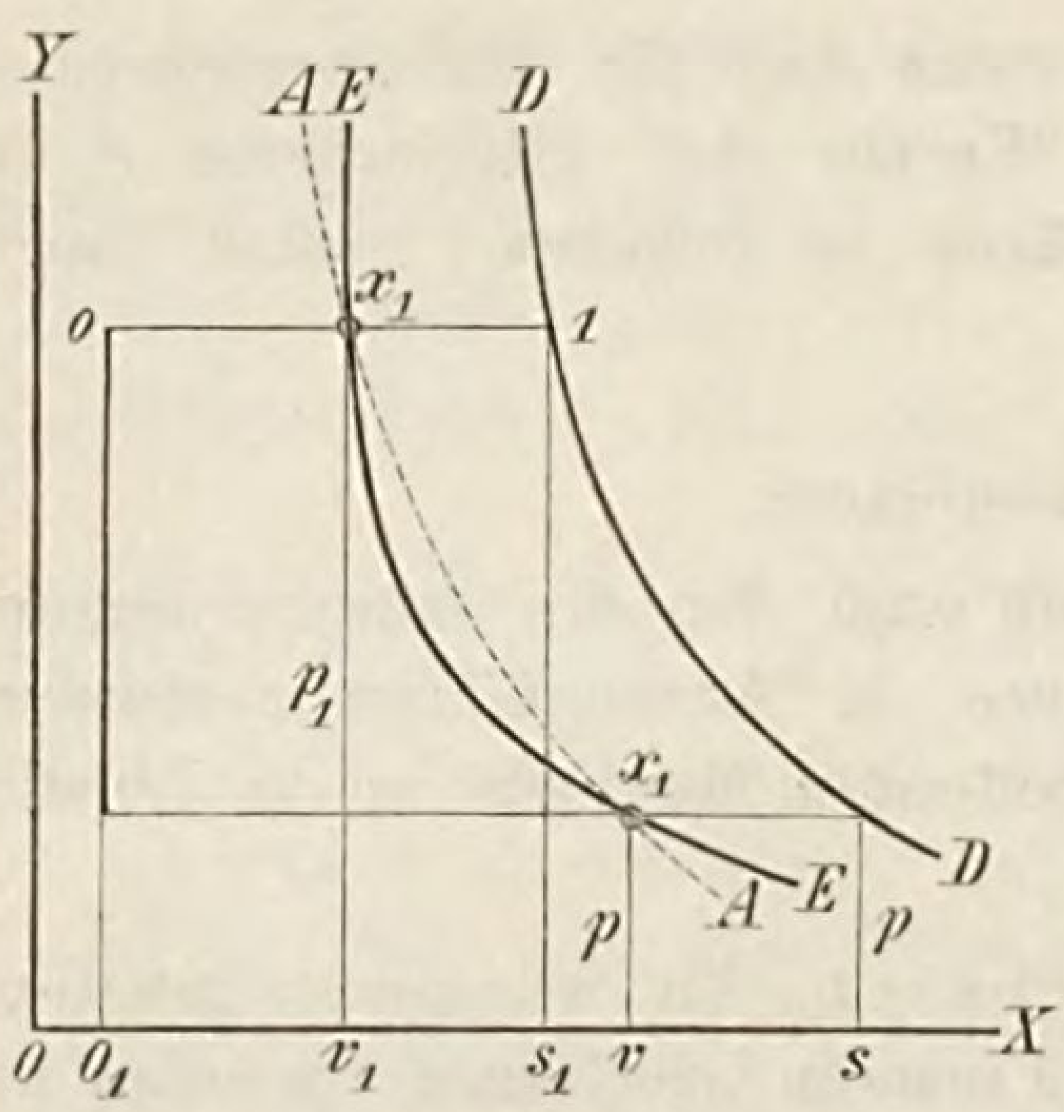
Kessels eintreten müsse, d. h. die Spannung einen angenommenen Maximalwerth erreicht, so kann das Resultat nur für den Kessel gelten, an welchem die Versuche ausgeführt wurden. Die oben gegebenen Formeln lösen aber nun dieses Problem für jeden vorgelegten Fall.

§ 12. Die Curve constanter Dampfmenge und die Nullcurve nasser Dämpfe.

a. Curve constanter Dampfmenge.

Geht man von einem gewissen Anfangszustand (p_1, v_1, x_1) der Gewichtseinheit nassen Dampfes aus, so lässt sich nach dem Verlaufe der Druckcurve EE (Fig. 7) fragen, welche vorliegt, wenn während der Zustandsänderung die specifische Dampfmenge x_1 constant vorausgesetzt werden soll. Während hier für den Anfangszustand das specifische Volumen durch

Fig. 7.



$$v_1 = x_1 u_1 + \sigma$$

gegeben ist, folgt unter der gemachten Voraussetzung das Volumen für irgend einen andern Druck:

$$v = x_1 u + \sigma ,$$

und damit ist auch schon das Mittel an die Hand gegeben, den Verlauf der Curve constanter Dampfmenge zu verfolgen. Für $x_1 = 1$ geht diese Curve in die Grenzcurve DD über; bezeichnet man, wie früher, das specifische Volumen des trockenen Dampfes, welches dem Drucke p entspricht, mit s, so ist auch:

$$s = u + \sigma .$$

Aus der Verbindung der beiden letzten Gleichungen folgt, wenn man u eliminirt,

$$v - \sigma = x_1 (s - \sigma) . \tag{8}$$

Ist hiernach die Grenzcurve DD dargestellt, so lässt sich leicht für jeden anderen Werth $x_1 < 1$ die neue Curve angeben. Trägt man $O O_1 = \sigma$ auf, so stehen die von O_1 ab gerechneten, gleichem Drucke entsprechenden Abscissen in constantem Verhältniss, es ist einfach in der Figur

$$x_1 = \frac{\overline{O_1 v}}{\overline{O_1 s}} = \frac{\overline{O_1 v_1}}{\overline{O_1 s_1}}. \tag{8a}$$

Durch Differentiiren von Gl. (8) ergiebt sich, wenn man noch auf beiden Seiten mit p multiplicirt,

$$p\,dv = x_1 p\,ds,$$

oder durch Integration

$$L = x_1 L_1, \tag{9}$$

wenn L_1 die Arbeit bedeutet, welche durch Expansion nach der Grenzcurve gewonnen wird, und L die Arbeit darstellt, welche zwischen gleichen Grenzpressungen bei den Zustandsänderungen nach der Curve constanter Dampfmenge gewonnen wird.

Die Wärmemenge Q_1, welche bei der Expansion nach der Grenzcurve DD zuzuführen ist, folgt nach Gl. (43) S. 48

$$Q_1 = q - q_1 + \varrho - \varrho_1 + AL_1,$$

dagegen für die Curve EE, wenn man Gl. (9) benutzt,

$$Q = q - q_1 + x_1(\varrho - \varrho_1 + AL_1),$$

woraus durch Verbindung folgt:

$$Q = (1 - x_1)(q - q_1) + x_1 Q_1. \tag{10}$$

Die der Grenzcurve entsprechende Wärmemenge Q_1 findet sich nach den Darlegungen auf S. 62 nach der Formel

$$Q_1 = \int_{t_1}^{t} h\,dt.$$

Beispiel. Ist die Anfangspressung 5 Atmosphären und erfolgt die Expansion so weit, bis der Druck auf eine Atmosphäre gesunken ist, so ergiebt sich nach der letzten Formel für die Grenzcurve (vergl. Beispiel S. 63)

$$Q_1 = 51{,}987 \text{ Cal.};$$

wegen $q_1 = 153{,}741$ und $q = 100{,}500$ folgt daher nach Gl. (10) für die Curve constanter Dampfmenge x_1 bei gleichen Grenzpressungen

$$Q = 105{,}228\, x_1 - 53{,}241 = 105{,}228\,(x_1 - 0{,}506).$$

Hieraus folgt für $x_1 > 0{,}506$ der Werth Q positiv, dagegen negativ für $x_1 < 0{,}506$. Im erstern Falle ist Wärme zuzuführen, im andern Falle solche abzuleiten, damit am Ende die specifische Dampfmenge wieder dieselbe, wie im Anfange sei. Für die anfängliche Dampfmenge $x_1 = 0{,}506$ ergiebt sich für die angenommenen Grenzpressungen $Q = 0$, ein Beweis, dass die Curve constanter Dampfmengen in den beiden Punkten x_1 Fig. 7 von einer adiabatischen Curve AA (in der Figur durch Punktirung angedeutet) durchschnitten wird.

b) Nullcurve nasser Dämpfe*).

Die Wärmemenge, welche einer unendlich kleinen Zustandsänderung der Gewichtseinheit nassen Dampfes entspricht, schrieb sich u. A. nach Gl. (57) S. 53

$$dQ = (1 - x) c dt + x h dt + r dx. \tag{11}$$

Nun ist, wie oben bereits hervorgehoben wurde, die Clausius'sche Temperaturfunction

$$h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} \tag{11^a}$$

bei den Dämpfen innerhalb gewisser Grenzen, speciell bei Wasserdämpfen, in allen praktisch vorkommenden Fällen, negativ. Es lässt sich daher eine Druckcurve denken, bei welcher die specifische Dampfmenge x solcher Art variirt, dass die beiden ersten Glieder der rechten Seite vorstehender Gleichung (11) der Null gleich sind, also die Beziehung:

$$(1 - x) c + x h = 0 \tag{12^a}$$

besteht.

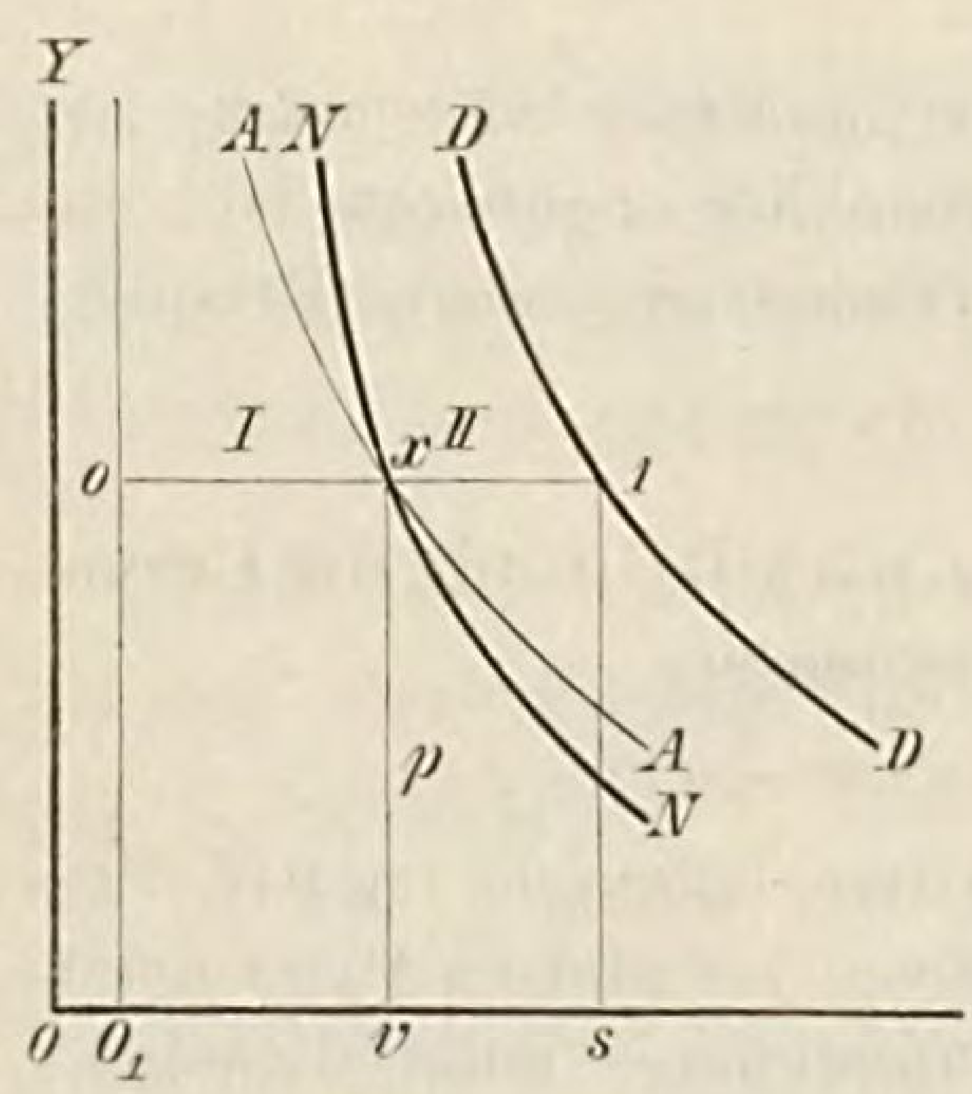
Hieraus bestimmt sich:

$$x = \frac{c}{c - h}, \tag{12}$$

und das entsprechende specifische Volumen

$$v = \frac{c u}{c - h} + \sigma, \tag{13}$$

Fig. 8.



und das ist dann die Gleichung der gesuchten Curve, der Nullcurve. Da die Grössen c, h und u als Functionen der Temperatur und damit des Druckes gegeben sind, so lässt sich v für jeden Druck berechnen und hiernach die Curve bildlich darstellen.

In Fig. 8 stelle DD wieder die Grenzcurve dar und NN repräsentire die Nullcurve.

*) Die Bezeichnung Nullcurve rührt von J. Weyrauch her, welcher zuerst auf die merkwürdigen Eigenschaften dieser Curve aufmerksam gemacht hat. Vergl. dessen Abhandlung: »Zur Theorie der Dämpfe«. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 20. 1876. S. 193.

Aus Gl. (13) folgt

$$v - \sigma = \frac{cu}{c - h}.$$

Für die Grenzcurve ist bei gleichem Drucke

$$s - \sigma = u,$$

und hieraus durch Division

$$\frac{v - \sigma}{s - \sigma} = \frac{c}{c - h}.$$

Trägt man in Fig. 8 $OO_1 = \sigma$ auf, so ist daher

$$\frac{\overline{Ov}}{\overline{Os}} = \frac{c - h}{c}.$$

Da sich hier der Ausdruck rechts für jede Temperatur berechnen lässt, so würde sich leicht die Nullcurve rückwärts aus der Grenzcurve construiren lassen.

Für den Schnittpunkt der Nullcurve mit der Grenzcurve ist $x = 1$; aus Gl. (12) folgt demnach, dass für diesen Punkt $h = 0$ ist. Aus den auf S. 61 zur Berechnung von h gegebenen empirischen Formeln liesse sich daher, wenn ein Bedürfniss hierfür vorläge, die entsprechende Temperatur t und damit der Druckwerth für den Schnittpunkt ermitteln.

Speciell für Wasserdampf findet sich für:

	$p =$ 0.1	0.5	1	2	4	8	14 Atmosph.
1.	$t =$ 46°21	81°71	100°00	120°60	144°00	170°81	195°53
2.	$c =$ 1.0038	1.0039	1.0130	1.0179	1.0244	1.0331	1.0420
3.	$-h =$ 1.4942	1.2439	1.1333	1.0209	0.9063	0.7894	0.6930
4.	$x = \frac{c}{c-h} =$ 0.4018	0.4479	0.4720	0.4992	0.5306	0.5669	0.6005
5.	x nach (14) $=$ 0.3999	0.4475	0.4720	0.4996	0.5309	0.5669	0.6000

Trägt man die Temperatur t als Abscisse und den Werth x (nach Zeile 4) als Ordinate auf, so liegen die Punkte, worauf Weyrauch aufmerksam gemacht hat (bei Wasserdampf), fast genau in einer geraden Linie; man kann daher setzen

$$x = \frac{c}{c - h} = \alpha + \beta t, \tag{14}$$

und zwar findet sich für Wasserdampf

$$x = \frac{c}{c - h} = 0{,}338 + 0{,}00134 \cdot t. \tag{14^a}$$

Der Vergleich der Werthe in Zeile (4) und (5) vorstehender Zusammenstellung zeigt die vortreffliche Uebereinstimmung zwischen den Druckgrenzen 0,5 bis 14 Atmosphären, welche bei Wasserdampf selten überschritten werden dürften.

Die Heranziehung der Gl. (13) giebt dann als Gleichung der Nullcurve:

$$v = (\alpha + \beta t) u + \sigma. \tag{15}$$

Für den Schnittpunkt der Nullcurve mit der Grenzcurve ist $x = 1$, daher $h = 0$, wonach aus Gl. (14[a]) sich die Temperatur für den Schnittpunkt bei Wasserdampf 494° ergeben würde, wenn man überhaupt die benutzte empirische Formel für diese weit abliegende Temperatur noch als zuverlässig ansehen dürfte. Die Differentiation der Gl. (14) giebt

$$dx = \beta dt.$$

Bei der Expansion nach der Nullcurve ist daher nach Gl. (11) unter Berücksichtigung von Gl. (12[a])

$$dQ = r dx = \beta r dt, \tag{16}$$

welche Gleichung integrirt werden kann, da r als Function von t bekannt ist; bei der Expansion ist Wärmemittheilung, bei der Compression Wärmeentziehung erforderlich; im ersten Fall nimmt die specifische Dampfmenge ab, im anderen Fall findet eine Zunahme statt.

Aus der Grundgleichung:

$$dQ = dq + d(x\varrho) + A dL$$

berechnet sich dann auch leicht die Arbeit L, wenn man dQ nach Gl. (16) und x aus Gl. (14) substituirt.

Die Nullcurve steht in eigenthümlichen Beziehungen zur Adiabate und zur Curve constanter Dampfmenge.

Aus Gl. (11) folgt für die adiabatische Curve, wenn man dort $dQ = 0$ setzt:

$$dx = -\frac{c-h}{r}\left[\frac{c}{c-h} - x\right] dt. \tag{17}$$

Die Nullcurve NN theilt nun den Flächenraum innerhalb der Grenzcurve DD in zwei Theile I und II, Fig. 8 S. 90; für alle Punkte im Raume I links von der Nullcurve ist bei gleichem Druck

$$x < \frac{c}{c-h},$$

und rechts derselben im Raume II

$$x > \frac{c}{c - h},$$

beim Durchgang durch die Nullcurve sind die verglichenen Werthe einander gleich.

Die Werthe $(c - h)$, r und c sind positiv; denkt man an adiabatische Expansion und ist AA in Fig. 8 die betreffende Adiabate, so ist dt negativ und nach vorstehender Gl. (17) im Raume I der Werth dx positiv, im Raume II dagegen negativ; daraus folgt, dass mit jeder adiabatischen Expansion im Raume I eine Verdampfung, dagegen im Raume II eine Condensation verbunden ist. Durchdringt, wie in Fig. 8, die Adiabate AA die Nullcurve, so ist im Durchschnittspunkte $dx = 0$, es findet daher in demselben ein Zeichenwechsel statt; vorher liegt bei der Expansion Verdampfung, nachher Condensation vor; das Umgekehrte findet natürlich statt, wenn man adiabatische Compression voraussetzt.

Für die Curve constanter Dampfmenge giebt (Gl. 11), wenn man daselbst $x = x_1$ constant voraussetzt:

$$dQ = (c - h)\left[\frac{c}{c - h} - x_1\right] dt. \tag{18}$$

Für alle Punkte im Raume I ist (bei gleichem Druck) der Klammerausdruck rechts der vorstehenden Gleichung positiv, im Raume II dagegen negativ. Denkt man an Expansion nach der Curve constanter Dampfmenge, so ist dt negativ; daraus folgt dQ negativ im Raume I und positiv im Raume II.

Bei der Expansion nach der Curve constanter Dampfmenge ist daher im Raume I eine Wärmeentziehung, im Raume II eine Wärmemittheilung erforderlich.

Durchschneidet die Curve constanter Dampfmenge in ihrem Verlaufe die Nullcurve, so ist im Schnittpunkte selbst $dQ = 0$; vorher ist Wärme zu entziehen, nachher Wärme mitzutheilen. Bei der Compression nach derselben Curve kehren sich die Verhältnisse um.

Der Umstand, dass beim Durchschnitt einer Adiabate mit der Nullcurve $dx = 0$ ist und ebenso beim Durchschnitt mit der Curve constanter Dampfmenge $dQ = 0$ ausfällt, hat Weyrauch veranlasst, der hier besprochenen Curve den Namen Nullcurve zu geben.

Sehr leicht lässt sich auch die Abbildung der Nullcurve geben. Setzt man in der Formel

$$AP = \tau + \frac{xr}{T}$$

für das Wärmegewicht P nasser Dämpfe den Werth x nach Gl. (12) ein, so folgt:

$$AP = \tau + \frac{c}{c-h} \cdot \frac{r}{T}.$$

Trägt man nun P als Abscisse und die Temperatur T als Ordinate auf, so ergiebt sich die verlangte Abbildung; ebenso lassen sich Curven constanter Dampfmenge, für welche in der vorletzten Formel nur $x = x_1$ constant zu setzen ist, abbilden. Schneiden sich die Abbildungen dieser und der Nullcurve, so liegt an der Schnittstelle das Curvenelement der ersteren Curve vertical, es bildet ein Element der Abbildung einer adiabatischen Curve, welche letztere Abbildung nach früheren Darlegungen eine verticale gerade Linie ist.

§ 13. Untersuchung verschiedener Hypothesen über die Expansion des Dampfes im Cylinder der Dampfmaschinen.

Der Verlauf der Expansionscurve im Indicatordiagramm der Dampfmaschine hat schon zu vielfachen Erörterungen Anlass gegeben; für die Beurtheilung der Leistung bestehender und für die Berechnung neuer Dampfmaschinen ist die Frage aber auch von grosser Wichtigkeit. Der Umstand, dass es bis jetzt noch nicht gelungen ist, den Verlauf der Expansionscurve auf analytischem Wege so darzustellen, dass eine Uebereinstimmung der Rechnungen mit den Beobachtungen an Indicatordiagrammen hervortritt, ist leicht erklärlich: einmal ist es zweifellos, dass zwischen dem expandirenden Dampfe und den Cylinderwandungen ein Wärmeaustausch stattfindet, zum anderen ist als sicher anzunehmen, dass die Expansionscurve keine Gleichgewichtsdruckcurve ist.

Auf die Frage des erwähnten Wärmeaustausches wird unten bei der speciellen Betrachtung der Dampfmaschine zurückzukommen sein; an dieser Stelle mag nur hervorgehoben werden, dass gewisse, ebenfalls noch näher zu besprechende Beobachtungen,

darauf hindeuten, dass im Allgemeinen die Wandungen im ersten Theile der Expansion dem Dampfe Wärme entziehen, gegen das Ende derselben dagegen Wärme an den Dampf abgeben. Dieser Vorgang dürfte aber kein Hinderniss bilden, den Verlauf der Expansionscurve auf analytischem Wege zum Ausdruck zu bringen; anders steht es bezüglich des anderen Einflusses, der vorhin erwähnt wurde und auf den ich zuerst hingewiesen habe*).

Der Dampfkolben bewegt sich (beim Kurbelmechanismus) mit veränderlicher Geschwindigkeit; an den beiden Hubenden steht er momentan still und hat nahezu in der Mitte des Hubes die grösste Geschwindigkeit. Der Dampf geräth nun während der Admission in stürmische Bewegung, die erst gegen das Ende des Kolbenhubes sich beruhigt; es wird daher im Allgemeinen am Ende der Admission und im ersten Theile der Expansion der Dampf nicht mit vollem Gleichgewichtsdruck gegen den Kolben wirken und daher das Indicatordiagramm an diesen Stellen den Dampfdruck etwas zu klein anzeigen, kleiner, als er sich ergeben würde, wenn der Dampfkolben langsam und gleichförmig vorwärts schreiten würde. Zweifellos fördert übrigens diese stürmische Bewegung den Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinderwandung. Findet bis zum Ende des Kolbenhubes vollständige Beruhigung statt, so ist mit dem ganzen Vorgange ein Arbeitsverlust nicht verbunden, weil gegen das Ende des Kolbenhubes eine Druckverstärkung eintritt. Vergleicht man daher den Verlauf der Expansionscurve bei langsamer und gleichförmiger Kolbenbewegung mit demjenigen, der bei Kurbelmaschinen vorliegen wird, so muss sich eine eigenthümliche Verschiebung der Expansionscurve herausstellen, die um so bemerkbarer hervortreten wird, je rascher die Maschine läuft: im ersten Theile wird die Curve etwas herabgedrückt, im zweiten Theile etwas gehoben erscheinen. Ueber die Stärke dieser Verschiebung mit der Geschwindigkeit des Laufes der Maschine lässt sich zur Zeit allerdings Bestimmtes nicht angeben. Die gewöhnliche Ausnutzung des Indicatordiagrammes zur Ermittelung der indicirten Arbeit einer Dampfmaschine wird durch das Gegebene nur in untergeordnetem Maasse berührt. Anders liegt aber die Frage, wenn man die

*) »Calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen«. Civilingenieur. Bd. 27. 1881. p. 395.

Druckabmessungen im Indicatordiagramm rückwärts dazu benutzen will, auf die augenblickliche Beschaffenheit des Dampfes im Cylinder Schlüsse zu ziehen; jedenfalls sind hier die Angaben des Diagrammes beim Beginn der Expansion nicht als ganz zuverlässig anzusehen, ganz abgesehen davon, dass auch wegen des keineswegs plötzlichen Abschliessens der Eintrittsöffnung am Ende der Admission eine Einwirkung auf die Grösse und das Aenderungsgesetz des Dampfdruckes im Cylinder stattfindet.

Weit günstiger liegen die Verhältnisse bei der Compressionscurve der Indicatordiagramme; hier liegt zweifellos jederzeit eine Gleichgewichtscurve oder umkehrbare Druckcurve vor; man braucht nur das Indicatordiagramm einer Kaltdampfmaschine mit dem einer Heissdampfmaschine zu vergleichen, um sogleich zu erkennen, dass dort die Compressionscurve einen weit regelmässigeren Verlauf hat, als die Expansionscurve der letzteren; könnte man bei einer Dampfmaschine versuchsweise vom Ende des Kolbenhubes ab den Dampf, der vorher expandirte, wieder comprimiren und auf dem vorherigen Wege der Admission wieder in den Kessel zurückdrücken, so wird sich kaum behaupten lassen, dass sich Compressions- und Expansionscurve decken werden, auch abgesehen von etwaigem Einfluss der Wandungen beim Hin- und Rückgang des Kolbens.

Durch die vorstehenden Bemerkungen sollte im Voraus auf die Gründe hingedeutet werden, welche eine Erklärung für den Umstand geben, dass die verschiedenen bis jetzt aufgestellten Hypothesen über den Verlauf der Expansionscurven auf mehr oder weniger starke Abweichungen von dem Verlaufe wirklich beobachteter Curven führen.

Erste Hypothese. Polytropische Curve*).

Denkt man, die Gewichtseinheit von nassem Dampf expandire vom Volumen v_1 auf das Volumen v, der Druck ändere sich hierbei von p_1 auf p, und die Gleichung der Expansionscurve sei:

$$pv^n = p_1 v_1^n, \tag{19}$$

so findet sich die Expansionsarbeit L, wenn der Exponent n als eine Constante gegeben ist, durch die Formel**):

*) Vergl. Bd. I S. 143.

**) Ebendaselbst S. 145.

$$L = \frac{1}{n-1}\left[p_1 v_1 - p v\right]. \tag{20}$$

Speciell für Wasserdampf, der hier allein in Betracht kommen soll, gilt nun als Beziehung zwischen Druck p und Volumen s des trocken gesättigten Dampfes, d. h. als Gleichung der oberen Grenzcurve

$$p s^{n_1} = p_1 s_1^{n_1}, \tag{21}$$

eine Beziehung, die bereits auf S. 42 als eine Näherungsformel gegeben und zwischen den in der Praxis vorkommenden Druckgrenzen als hinreichend genau erwiesen wurde; der Exponent ist hierbei $n_1 = 1{,}0646$ anzunehmen. Die Grenzcurve ist daher innerhalb der praktischen Grenzen ebenfalls als eine polytropische Curve anzusehen.

Wird nun im Weiteren angenommen, dass der Dampf im Dampfcylinder zwar nass sei, dass aber das vorhandene Dampfgewicht immer grösser, als das Gewicht des vorhandenen Wassers, also $x > 0{,}5$ sei, so lässt sich in den Formeln

$$v = xu + \sigma \quad \text{und} \quad s = u + \sigma$$

der kleine Werth σ vernachlässigen, und man erhält daher an Stelle der beiden Gleichungen (19) und (21)

$$p(xu)^n = p_1(x_1 u_1)^n \quad \text{und} \quad p u^{n_1} = p_1 u_1^{n_1}. \tag{21^a}$$

Eliminirt man aus beiden Gleichungen u und u_1, so erhält man unter gleichzeitiger Berücksichtigung von Gl. (19)

$$\frac{x}{x_1} = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{n_1 - n}{n_1 n}} \quad \text{oder auch} \quad \frac{x}{x_1} = \left(\frac{v}{v_1}\right)^{\frac{n_1 - n}{n_1}}. \tag{22}$$

Man kann hiernach, von einem gewissen Anfangszustand (p_1, v_1) ausgehend, für irgend einen anderen Werth von p oder v die specifische Dampfmenge x berechnen, wenn der anfängliche Werth x_1 derselben gegeben ist.

Aus der zweiten der vorstehenden Gleichungen erkennt man sofort, ob mit der Expansion nach der vorgelegten polytropischen Curve Verdampfen oder Condensation verbunden ist. Ist nämlich $n < n_1$, also $n < 1{,}0646$, so ergiebt sich $x > x_1$, d. h. die Dampfmenge wächst, es verdampft ein Theil des vorhandenen Wassers; umgekehrt liegt für $n > n_1$ Condensation während der Expansion vor.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Sehr leicht lässt sich nun auch feststellen, ob in dem vorgelegten Falle mit der Expansion eine Mittheilung oder Entziehung von Wärme verbunden ist.

Aus Gl. (20) folgt wegen $v = xu$ auch

$$AdL = -\frac{Ad(pux)}{n-1},$$

und nach der Grundgleichung:

$$dQ = dq + d(x\varrho) + AdL$$

sogleich:

$$dQ = dq + d\left[x\left(\varrho - \frac{Apu}{n-1}\right)\right], \tag{23}$$

woraus durch Integration folgt:

$$Q = q - q_1 + x\left(\varrho - \frac{Apu}{n-1}\right) - x_1\left(\varrho_1 - \frac{Ap_1u_1}{n-1}\right), \tag{24}$$

in welche Gleichung der Werth von x nach einer der Gln. (22) zu substituiren ist. Je nachdem Q positiv oder negativ ausfällt, ist Wärmemittheilung oder Wärmeentziehung erforderlich.

Liegt nicht gerade die Gewichtseinheit vor, sondern ist G das Gewicht der expandirenden Dampf- und Flüssigkeitsmischung, so hat man einfach die rechte Seite der Gl. (24) mit G zu multipliciren; berücksichtigt man dabei die Beziehungen

$$Gx_1u_1 = V_1 \quad \text{und} \quad Gxu = V, \tag{25}$$

so folgt:

$$Q = G(q - q_1) + V\left(\frac{\varrho}{u} - \frac{Ap}{n-1}\right) - V_1\left(\frac{\varrho_1}{u_1} - \frac{Ap_1}{n-1}\right). \tag{26}$$

Dabei würde beim Cylinder einer Dampfmaschine V_1 das Volumen des Dampfes bei Beginn der Expansion und V das Volumen bei irgend einer anderen Kolbenposition darstellen, aber in beiden Fällen mit Einschluss des Volumens des schädlichen Raumes.

Bei der praktischen Verwerthung dieser Gleichung stösst man aber auf eine besondere Schwierigkeit, und zwar bei der Bestimmung des Gewichtes G der eingeschlossenen Dampfmenge. Dieser Werth G ist nicht identisch mit dem Gewichte der pro Kolbenschub aus dem Dampfkessel herbeikommenden Dampf- und Flüssigkeitsmenge, sondern derselbe schliesst noch das Gewicht der Masse ein, welche vom vorigen Schube im schädlichen Raume zurück-

Bayerische Staatsbibliothek München

geblieben ist, und die Bestimmung dieses Gewichtes kann zur Zeit noch nicht mit Sicherheit erfolgen, da noch kein Mittel aufgefunden worden ist, die Wassermenge zu ermitteln, welche im schädlichen Raume neben dem Dampfe vorhanden ist.

Natürlich gilt vorstehende Gl. (26) auch nur unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass die Expansionscurve als eine polytropische Curve angesehen werden kann, dass also wirklich der Exponent n für alle Theile der Curve des Indicatordiagrammes sich als gleich gross herausgestellt hat. Zur Beantwortung dieser Frage bestimmt man im Indicatordiagramm für eine Reihe von Punkten das Volumen V und den zugehörigen Druck p. Sind für eines der Intervalle Anfangs- und Endvolumen V' und V'', und die zugehörigen Drucke p' und p'', so bestimmt sich nach Gl. (19)

$$n = \frac{\log p' - \log p''}{\log V'' - \log V'} . \tag{27}$$

Findet sich dieser Werth für alle Intervalle von gleicher oder nahezu gleicher Grösse, so würde damit folgen, dass die Annahme, die Expansionscurve sei eine polytropische Curve, zulässig ist.

Nur wenige Untersuchungen in der angegebenen Richtung sind veröffentlicht worden. Leloutre*) hält die Annahme eines constanten Werthes n für den ganzen Verlauf der Expansionscurve für zulässig, schliesst aber aus Versuchen, dass n für verschiedene Maschinen verschieden sei, je nach der Höhe des Admissionsdruckes und des Expansionsverhältnisses.

Lüders**) findet aus Indicatordiagrammen, welche Bissinger***) gegeben hat, dass der Werth n durchgängig kleiner als 1 ist, aber ziemlich stark mit der Expansion abnimmt (in dem betreffenden speciellen Fall von $n = 0{,}903$ auf $n = 0{,}535$); ein gleiches Resultat ergeben meine eigenen Untersuchungen†) unter Benutzung von Versuchsresultaten, welche Hallauer an

*) Leloutre, »Recherches expérimentales« (Bulletin de la société industrielle du Nord de la France. 1874).

**) Lüders, »Zur Theorie des Indicatordiagrammes«. Civilingenieur 1881. Bd. 27. S. 225.

***) Bissinger, »Versuche über den Nutzen des Dampfmantels«. Civilingenieur 1874. Bd. 20. S. 339.

†) »Calorimetrische Untersuchungen etc.« Civilingenieur 1881. Bd. 27. S. 405.

einer Corlissmaschine gefunden hat (hier ändert sich der Werth von $n = 0{,}900$ auf $n = 0{,}436$).

Für die beiden aufgeführten Fälle speciellerer Untersuchung ist daher die Expansionscurve nicht als polytropische Curve hervorgetreten, wohl aber ergiebt sich, da durchgängig $n < 1{,}0646$, nach Gl. (22) während des ganzen Verlaufes der Expansion ein Verdampfen vorhandenen Wassers.

Möglich, dass in gewissen Fällen die Untersuchung anderer Indicatordiagramme auf polytropische Expansion führt.

Zweite Hypothese. Pambour.

In seinem, früher hochangesehenen Werke über die Theorie der Dampfmaschine ging Pambour von der Annahme aus, dass der Dampf im Cylinder der Dampfmaschine trocken gesättigt sei und dass derselbe auch während der Expansion und der damit verbundenen Druckverminderung trocken bleibe, sich also weder condensire, noch in den überhitzten Zustand übergehe. Nach unserer Ausdrucksweise nahm also Pambour an, der Dampf expandire nach der Grenzcurve.

Da nun nach dem oben Gegebenen bei Wasserdampf innerhalb der in der Praxis vorkommenden Druckgrenzen diese Grenzcurve ebenfalls eine polytropische Curve ist, nur dass für dieselbe einfach $n = n_1 = 1{,}0646$ wird, so gelten die vorhin entwickelten Formeln (22) bis (26) hier ebenfalls; nur ergiebt sich aus Gl. (22) $x = x_1$, und zwar nach Pambour's Ansicht auch noch für den ganzen Verlauf der Expansion $x = x_1 = 1$.

Man übersieht übrigens, dass die Substitution $n = n_1$ in Gl. (22) zunächst überhaupt auf die Curve constanter Dampfmenge führt, und dass eine solche daher mit der Grenzcurve von gleicher Gattung ist.

Es ist hiernach für die Curve constanter Dampfmenge wegen $x = x_1$:

$$p_1 v_1^{n_1} = p v^{n_1}, \tag{19^a}$$

die durch die Gewichtseinheit gewonnene Arbeit nach Gl. (20)

$$L = \frac{x_1}{n_1 - 1}\left[p_1 u_1 - p u\right] \tag{20^a}$$

und die zuzuführende Wärmemenge:

$$Q = q - q_1 + x_1 \left[\left(\varrho - \frac{Apu}{n_1 - 1} \right) - \left(\varrho_1 - \frac{Ap_1 u_1}{n_1 - 1} \right) \right]. \qquad (24^a)$$

Durch diese Formeln werden die Sätze erweitert, welche oben für die Curven constanter Dampfmenge gegeben worden sind, wobei allerdings nicht übersehen werden darf, dass die hier gegebenen Formeln Näherungsformeln sind, welche nur so lange gültig sind, als man das specifische Volumen σ des Wassers gegenüber dem Volumen $x_1 u$ des in der Gewichtseinheit enthaltenen Dampfes vernachlässigen darf.

Setzt man in vorstehende Gleichungen $x_1 = 1$ ein, so ergeben sich die betreffenden Grössen für die Expansion nach der Grenzcurve, wobei man zum Zweck der grösseren Genauigkeit u_1 und u wieder durch v_1 und v ersetzt; es ist daher die Arbeit:

$$L = \frac{1}{n_1 - 1} \left[p_1 v_1 - pv \right] \qquad (20^b)$$

und die mitzutheilende Wärmemenge:

$$Q = (q + \varrho) - (q_1 + \varrho_1) + AL. \qquad (24^b)$$

Dass bei der hier vorausgesetzten Expansion eine Wärmemittheilung angenommen werden muss, konnte Pambour allerdings nicht erkennen, derselbe berechnete auch die Dampfarbeit nach einer anderen Formel.

Man bestimmte früher nach Navier das specifische Gewicht des trocken gesättigten Wasserdampfes nach der Formel:

$$\gamma = \beta (a + p),$$

wobei β und a gewisse constante Grössen waren, die man auch noch für Tief- und Hochdruckdämpfe verschieden wählen sollte. Aus der Beziehung $v\gamma = 1$ ergab sich dann nach Pambour die Gleichung der Expansionscurve (Grenzcurve) zu

$$(a + p)v = (a + p_1)v_1, \qquad (28)$$

wonach diese Curve eine gleichseitige Hyperbel sein sollte, bei welcher die horizontale Asymptote in der Entfernung a unter der Abscissenaxe liegen und die verticale Asymptote mit der Ordinatenaxe zusammenfallen würde.

Unter Benutzung von Gl. (28) findet sich dann die Expansionsarbeit nach Pambour:

$$L = \int_{v_1}^{v} p\,dv = (a + p_1)v_1 \operatorname{logn} \frac{v}{v_1} - a(v - v_1), \qquad (29)$$

während sich diese Arbeit richtiger nach Gl. (20) unter Benutzung von Gl. (19) findet:

$$L = \frac{p_1 v_1}{n_1 - 1}\left[1 - \left(\frac{v}{v_1}\right)^{n_1 - 1}\right].$$

Die Ingenieure machen mit Recht von den Pambour'schen Formeln keinen Gebrauch mehr.

Dritte Hypothese. Poncelet.

Poncelet macht die Annahme, die Expansionscurve sei eine gleichseitige Hyperbel, deren Asymptoten mit den Coordinatenaxen zusammenfallen; derselbe setzt einfach:

$$pv = p_1 v_1. \qquad (30)$$

Hiernach wäre die Curve ebenfalls polytropisch, mit dem Exponenten $n = 1$.

Die Expansionsarbeit findet sich dann einfach

$$L = \int p\,dv = p_1 v_1 \operatorname{logn} \frac{v}{v_1}, \qquad (31)$$

oder auch

$$L = p_1 v_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p}. \qquad (31^a)$$

Diese Formeln sind es, welche heut zu Tage fast allgemein bei der Berechnung der Dampfmaschinen in Anwendung kommen und zwar mit gewisser Berechtigung, da in der That in den meisten Fällen die Expansionscurven der Indicatordiagramme einen Verlauf haben, der selten nach der einen oder anderen Seite von der gleichseitigen Hyperbel beträchtlich abweicht. Es erscheint daher angemessen, diese Curve noch nach den thermodynamischen Sätzen der Prüfung zu unterziehen.

Gl. (30) schreibt sich, vorausgesetzt dass der Dampf im Anfange nass ist:

$$p(xu + \sigma) = p_1(x_1 u_1 + \sigma), \qquad (32)$$

oder, wenn man wieder den Werth σ als sehr klein vernachlässigt,

$$pxu = p_1 x_1 u_1,$$

oder

$$x = \frac{A p_1 u_1}{A p u} x_1. \qquad (32^a)$$

Da nun speciell bei Wasserdampf der Werth Apu mit abnehmendem Druck abnimmt, so fällt $x > x_1$ aus*). Die Poncelet'sche Hypothese führt daher zu dem Satze, dass mit der Expansion ein Verdampfen verbunden ist; wäre daher der Dampf im Anfange trocken, oder würde er trocken im Verlaufe der Expansion, so würde derselbe am Ende überhitzt sein.

Während dieser Art der Expansion muss, wie man sogleich weiter schliessen kann, Wärmemittheilung an den expandirenden Dampf, also Wärmeabgabe von Seiten der Cylinderwandungen vorliegen. Die Wärmemenge Q, welche die Gewichtseinheit Mischung aufnimmt, bestimmt sich durch die Gleichung

$$Q = q - q_1 + x\varrho - x_1\varrho_1 + AL, \qquad (33)$$

wobei x durch Gl. (32^a) und L durch Gl. (31) bestimmt ist. Die Verwerthung dieser Gleichungen fordert natürlich die Kenntniss der specifischen Dampfmenge x_1 im Anfange der Expansion, eine Frage, welche unten bei der Betrachtung der Dampfmaschinen weiter zu besprechen sein wird.

§ 14. Fortsetzung der Untersuchung verschiedener Expansionscurven.

Vierte Hypothese. Adiabatische Curve.

Würde man den Einfluss der Cylinderwandungen auf den expandirenden Dampf als geringfügig vernachlässigen dürfen, so müsste die Expansionscurve mit der adiabatischen Linie zusammenfallen.

Nun ist aber bereits auf S. 72 u. f. gezeigt worden, dass man den Verlauf der Adiabate bei nassen Wasserdämpfen mit hinreichender Genauigkeit durch die Gleichung

*) Auf S. 76 ist ein ähnlicher Ausdruck, wie Gl. (32^a) angegeben, nur dass der Bruch auf der rechten Seite umgekehrt erscheint und dort, nach Charpentier, das Verhältniss der specifischen Dampfmengen bei adiabatischer Expansion darstellen sollte.

$$pv^n = p_1 v_1{}^n$$

darstellen kann, wobei, wenn die anfängliche specifische Dampfmenge x_1 ist und dieser Werth zwischen 0,7 und 1 fällt, der Exponent n durch die Gl. (76) S. 75, nämlich:

$$n = 1{,}035 + 0{,}1\, x_1$$

gegeben ist.

Unter den gemachten Voraussetzungen erscheint also die Curve wieder als polytropische, nur ist hier zwischen den angegebenen Grenzen von x_1 der Werth $n > n_1$, wonach sich Gl. (22) S. 97 schreibt:

$$\frac{x}{x_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\frac{n-n_1}{n_1}} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{n-n_1}{n n_1}}.$$

Hieraus folgt, dass mit wachsendem Volumen die specifische Dampfmenge abnimmt, also mit der Expansion ein Niederschlagen von Dampf verbunden ist, wie es schon oben bei der näheren Betrachtung der adiabatischen Expansion nasser Dämpfe hervorgehoben worden ist.

Die Expansionsarbeit der Gewichtseinheit nassen Dampfes wäre dann nach der Formel

$$L = \frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v}\right)^{n-1}\right]$$

zu berechnen. (Vergl. S. 75.)

Die Abmessungen an Indicatordiagrammen haben ergeben, dass im Allgemeinen die wirkliche Expansionscurve weniger rasch abfällt, als die Adiabate, selbst wenn man im Anfange der Expansion grossen Wassergehalt voraussetzt; man ist daher zu dem Schluss gezwungen, dass die Cylinderwandungen an den expandirenden Dampf Wärme abgeben, wenn man an der Annahme festhalten will, dass die Expansionscurve als Gleichgewichtsdruckcurve angesehen werden dürfe. Giebt man aber, wie es in den einleitenden Bemerkungen des § 13 S. 94 besprochen worden ist, die Möglichkeit zu, dass hier eine nicht umkehrbare Druckänderung vorliege und dem entsprechend die Expansionscurve im Anfange herabgedrückt und gegen das Ende hin gehoben werden müsse, so braucht man keineswegs die Beobachtungen ausschliesslich auf den Wärmeaustausch zwischen Cylinderwandung und Dampf zurückzuführen. In Wirklichkeit treten wohl beide Wirkungen gleichzeitig ins Spiel.

Fünfte Hypothese. Expansion unter Wärmemittheilung, welche der Temperaturänderung proportional ist.

Beträgt die im Cylinder abgesperrte Dampf- und Flüssigkeitsmenge G kg, so ist die bei einer unendlich kleinen Zustandsänderung aufgenommene Wärmemenge dQ nach Gl. (55) S. 52

$$dQ = G\,T d\left(\tau + \frac{xr}{T}\right).$$

Denkt man sich nun diese Masse mit einem Körper vom Gewichte G' in Berührung, dessen Temperatur in jedem Augenblick gleich der der Dampfmasse und dessen specifische Wärme von constantem Werthe c ist, so ist auch

$$dQ = -c\,G'\,d\,T. \tag{34}$$

Durch Gleichsetzen beider Ausdrücke erhält man dann, wenn man noch der Einfachheit wegen

$$\frac{G'}{G} = \mu \tag{35}$$

setzt:

$$-\mu c\,d\,T = T d\left(\tau + \frac{xr}{T}\right),$$

oder:

$$d\left(\mu c \operatorname{logn} T + \tau + \frac{xr}{T}\right) = 0,$$

und hieraus durch Integration

$$\mu c \operatorname{logn} T + \tau + \frac{xr}{T} = \mu c \operatorname{logn} T_1 + \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}, \tag{36}$$

während die Verbindung der Gleichungen (34) und (35) die übertragene Wärmemenge

$$Q = \mu c\,G(T_1 - T) \tag{37}$$

ergiebt.

Für die besondere Annahme, dass der Wärme liefernde Körper G' Wasser wäre, würde c die variable specifische Wärme des Wassers darstellen und Gl. (34) würde sich schreiben $dQ = -G'dq$. Gl. (36) geht dann in die Form

$$(\mu + 1)\,\tau + \frac{xr}{T} = (\mu + 1)\,\tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}, \tag{36a}$$

und Gl. (37) in die Form

$$Q = \mu G(q_1 - q) \qquad (37^a)$$

über.

Unter der Voraussetzung, dass das Verhältniss μ gegeben ist, berechnet sich nach Gl. (36) bez. Gl. (36^a) für beliebigen Druck p die specifische Dampfmenge x und nach Gl. (37) bez. Gl. (37^a) die Wärmemenge, welche bis dahin an den expandirenden Dampf abgegeben worden ist. Die Gln. (36) bez. (36^a) entsprechen je nach dem Werthe μ einer unendlichen Schaar von Expansionscurven gleicher Gattung; für $\mu = 0$ tritt die adiabatische Curve hervor.

Die in Wärmeeinheiten gemessene Expansionsarbeit bestimmt sich durch die Formel

$$AL = Q - G[q - q_1 + x\varrho - x_1 \varrho_1], \qquad (38)$$

wobei Q aus Gl. (37) bez. (37^a) zu substituiren ist.

Um nun zu erkennen, ob bei Dampfmaschinen die hier besprochene Expansionscurve vorliegt, müsste man für verschiedene Punkte derselben das Volumen V und den Druck p messen, aus der Beziehung

$$V = G(xu + \sigma)$$

den Werth x bestimmen und in Gl. (36) bez. (36^a) substituiren. Würde sich dann das Verhältniss μ wirklich als constant oder nahezu constant für die verschiedenen Punkte herausstellen, so wäre damit erwiesen, dass der hier angenommene Verlauf der Expansionscurve vorliegt.

Emil Herrmann*) glaubt auf Grund der näheren Untersuchung der Indicatordiagramme bei zwei verschiedenen Maschinen die vorliegende Hypothese als bestätigt ansehen zu dürfen: auch Hirn, der schon früher die Frage in Betracht zog, kommt zu demselben Schluss. Meine eigenen Untersuchungen**) auf Grund des von Hallauer angegebenen Verlaufes der Expansionscurve an einer Corlissmaschine gaben aber keine Bestätigung, ergaben vielmehr für die in vorstehenden Formeln auftretende Grösse μ mit zunehmender Expansion eine sehr starke Zunahme.

Nach allen bis jetzt vorliegenden Beobachtungen wird der Verlauf der Expansionscurve nach keiner der im Vorstehenden behandelten fünf Hypothesen hinreichend genau für alle Fälle

*) Compendium der mech. Wärmetheorie. Berlin 1879. S. 214.

**) Civilingenieur, Bd. 27. 1881. S. 405.

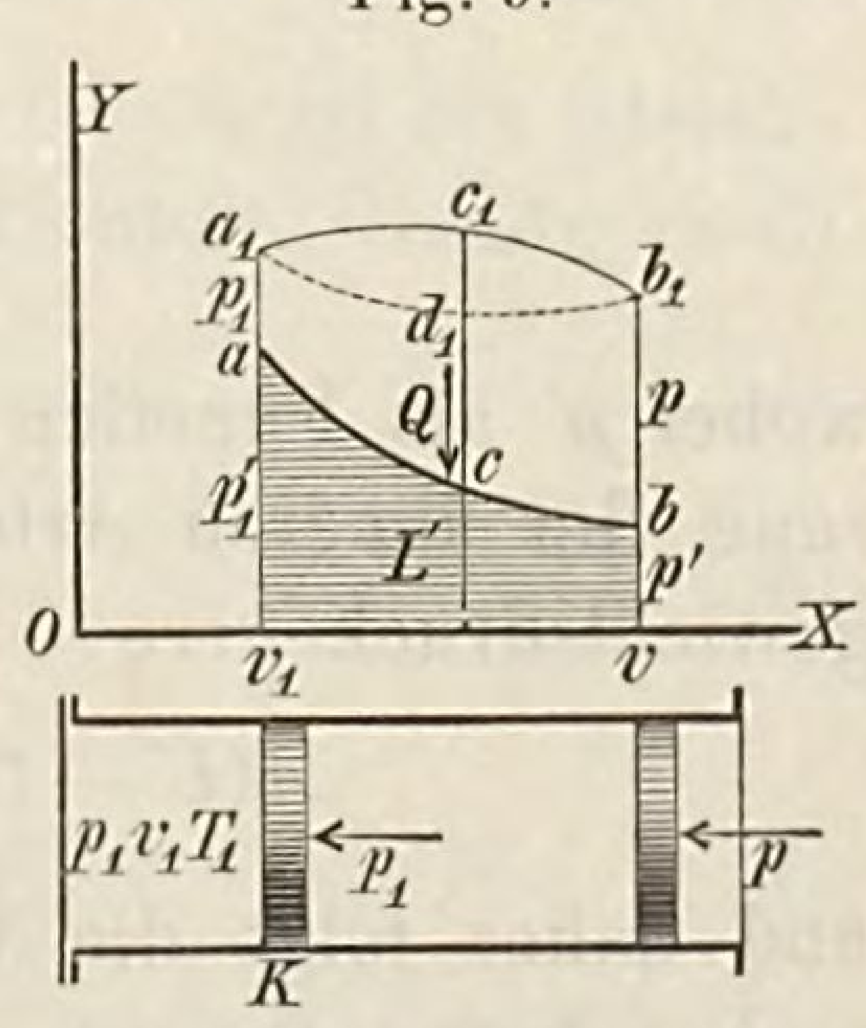
wiedergegeben. In dem einen Falle führt die eine, im anderen Falle die andere Annahme zu besserer Uebereinstimmung. Eine vollständige Klarlegung des Verlaufes der Curve lässt sich aber auch von der analytischen Behandlung nicht erwarten; dass die Curve bei einem Cylinder mit Dampfmantel einen anderen Verlauf haben wird, als bei einem solchen ohne Mantel, erscheint ohne Weiteres als selbstverständlich. Weiter werden folgende Umstände von Einfluss sein: die Höhe der Anfangsspannung und der Grad der Expansion, der Wassergehalt des Dampfes am Ende der Admission, die Geschwindigkeit, mit welcher die Kurbel umläuft, die Art und Wirkungsweise der Steuerung u. s. w.

Zum Zweck der Berechnung neuer Maschinen wird man daher noch auf lange Zeit hin die Poncelet'sche Annahme zu Grunde legen, auch schon deswegen, weil dieselbe für die Expansions- und Compressionsarbeit auf die einfachsten Formeln führt; bei rein theoretischen Untersuchungen dagegen wird man, wie das auch weiter unten geschehen wird, adiabatische Zustandsänderungen voraussetzen, weil die Thermodynamik solche für den vollkommenen (Carnot'schen) Process der Dampfmaschinen fordert.

II. Zustandsänderung der nassen Dämpfe auf nicht umkehrbarem Wege.

§ 15. Expansion nasser Dämpfe unter verschiedenen Umständen.

Fig. 9.



In § 15 S. 72 des ersten Bandes ist der nicht umkehrbare Process allgemein behandelt und dann in § 33 S. 153 Bd. I das Verhalten der Gase daraufhin der Untersuchung unterworfen worden. Die dort gewonnenen Sätze lassen sich leicht auf den hier vorliegenden Fall übertragen.

Es sei (Fig. 9) durch einen Kolben K in einem Cylinder die Gewichtseinheit von nassem Dampf abgeschlossen; Druck, Volumen und Temperatur seien durch p_1, v_1 und t_1 gegeben, und x_1 sei die specifische Dampfmenge. Wird nun plötzlich der von

aussen her gegen den Kolben wirkende Druck von p_1 auf p_1' erniedrigt, so wird das Gleichgewicht gestört und der Kolben von der Dampfmasse arbeitsverrichtend zurückgeschoben; das Gesetz, welchem hierbei der äussere Druck unterworfen ist, werde durch die Curve acb, die Arbeitsdruckcurve, bestimmt.

Wird nun nach der Ausdehnung von v_1 auf v der (gewichtslos gedachte) Kolben plötzlich festgehalten, und ist p' der augenblickliche äussere Druck, so wird die stürmisch bewegte Masse allmählich in den Gleichgewichtszustand übergehen, der Druck wird von p' auf p, den Gleichgewichtsdruck wachsen und diesem Drucke die Gleichgewichtstemperatur t entsprechen; die specifische Dampfmenge wird sich auf einen bestimmten Werth x einstellen, welcher der Gleichung

$$v = xu + \sigma \tag{1}$$

entspricht, während im anfänglichen Gleichgewichtszustand die Beziehung

$$v_1 = x_1 u_1 + \sigma \tag{2}$$

vorlag.

Die Punkte a_1 und b_1 liegen in der Gleichgewichtsdruckcurve $a_1 c_1 b_1$ (Fig. 9).

Die Einleitung des ganzen Vorganges geschieht hier durch »Auslösung« und zwar findet diese hier durch plötzliche Verminderung des anfänglichen äusseren Druckes p_1 auf den Werth p_1' statt.

Die äussere Arbeit L', welche hierbei gewonnen wurde, ist durch die unter der Arbeitsdruckcurve acb liegende Fläche (in der Figur schraffirt) gegeben und bestimmt sich durch

$$L' = \int_{v_1}^{v} p' dv , \tag{3}$$

wobei p' als Function von v gegeben sein müsste. Die Veränderung der inneren Arbeit $U - U_1$ bestimmt sich aus der Gleichgewichtsdruckcurve:

$$A(U - U_1) = (q + x\varrho) - (q_1 + x_1 \varrho_1) ,$$

und daher folgt die Wärmemenge Q', welche bei diesem nicht umkehrbaren Processe zuzuführen ist,

$$Q' = (q + x\varrho) - (q_1 + x_1 \varrho_1) + AL' , \tag{4}$$

oder wenn man zum Differential übergeht

$$dQ' = dq + d(x\varrho) + Ap'dv \,. \tag{5}$$

Die vorstehenden Formeln geben nun die Lösung des vorgelegten Problemes, dabei ist aber die Bestimmung der Temperatur und der specifischen Dampfmenge unmittelbar am Schlusse des Vorganges nicht möglich.

Die vorstehenden Gleichungen sind unter der Annahme entwickelt, dass die beiden Curven, die Arbeitsdruckcurve acb und die Gleichgewichtsdruckcurve $a_1 c_1 b_1$, gegeben, sowie dass die äussere Arbeit L' und die zuzuführende Wärme Q' zu bestimmen seien. Fallen beide Curven zusammen, ist also auf dem ganzen Wege der Zustandsänderung $p' = p$, so liegt der umkehrbare Process vor, der in den obigen Paragraphen ausführlich behandelt worden ist und der also nur als ein Specialfall des vorliegenden allgemeinen Falles zu betrachten ist.

Die hier gegebenen Formeln lassen sich an der Hand der früher für den umkehrbaren Process entwickelten Beziehungen leicht in andere Formen überführen; die allgemeine Darlegung in Bd. I § 15 S. 72 giebt hierzu Anleitung, wie auch dort die Abbildung nicht umkehrbarer Zustandsänderungen bereits ausführlich besprochen worden ist.

Zu bemerken ist nur noch, dass die hier gegebenen Gleichungen natürlich ihre Gültigkeit verlieren, sobald der Dampf während der Zustandsänderung sich überhitzen sollte.

Erster Specialfall. Isothermische nicht umkehrbare Expansion.

Bei constanter Gleichgewichtstemperatur $t = t_1$ ist die Gleichgewichtsdruckcurve $a_1 c_1 b_1$ (Fig. 9) eine horizontale Gerade, weil der Druck $p = p_1$ constant ausfällt.

Aus Gl. (1) und (2) findet sich dann

$$v - v_1 = (x - x_1)\, u_1 \,, \tag{6}$$

und Gl. (4) giebt

$$Q' = (x - x_1)\varrho_1 + A\int_{v_1}^{v} p'dv \,. \tag{7}$$

Je nach der Art, wie sich der äussere Druck p' mit dem Volumen v ändert, liegen hier unendlich viele einzelne Fälle vor.

Um nur einen dieser Fälle herauszuheben, möge angenommen werden, der äussere Druck p' werde während der Expansion constant erhalten; dann ist auch die Arbeitsdruckcurve acb (Fig. 9) eine horizontale Gerade.

Die äussere Arbeit L' findet sich dann

$$L' = Ap'(v - v_1) = Ap'u_1(x - x_1)\,, \tag{8}$$

und die zuzuleitende Wärmemenge

$$Q' = (x - x_1)(\varrho_1 + Ap'u_1) = (v - v_1)\left(\frac{\varrho_1}{u_1} + Ap'\right)\,. \tag{9}$$

Wäre im besonderen Falle $p' = 0$, würde also beispielsweise der nasse Dampf aus dem Raume vom Volumen v_1 in einen luft- und dampfleeren Raum $v - v_1$ expandiren, so wäre

$$L' = 0 \quad \text{und} \quad Q' = (x - x_1)\varrho_1 = (v - v_1)\frac{\varrho_1}{u_1}\,,$$

wobei aber nach Gl. (6) die Bedingung

$$v - v_1 \leqq (1 - x_1)u_1$$

erfüllt sein muss, damit schliesslich keine Ueberhitzung vorliegt. Wäre endlich der Gleichgewichtsdruck p_1 mit dem äusseren Druck p' identisch, so läge der umkehrbare Process vor; die Gln. (8) und (9) ergeben dann die Formeln

$$L' = Ap_1u_1(x - x_1) \quad \text{und} \quad Q' = (x - x_1)r_1\,,$$

welche oben bei Untersuchung der Dampfbildung unter constantem Druck auf umkehrbarem Wege aufgestellt worden sind.

Zweiter Specialfall. Isodynamische nicht umkehrbare Expansion.

In dem vorgelegten Falle ist die Gleichgewichtsdruckcurve die isodynamische Curve, für welche $U = U_1$ gilt. Daher folgt nach den vorhin aufgestellten Gleichungen

$$q + x\varrho = q_1 + x_1\varrho_1\,, \tag{10}$$

und nach Gl. (4)

$$Q' = AL' = A\int_{v_1}^{v} p'dv\,. \tag{11}$$

Auch hier liegen je nach der Veränderlichkeit des äusseren Druckes p' wieder unendlich viele Einzelfälle vor.

Ist z. B. wieder p' constant, so folgt:

$$Q' = AL' = Ap'(v - v_1) = Ap'(xu - x_1 u_1),$$

welche Gleichung, wie auch Gl. (10), nur so lange gültig bleibt, so lange $x \leqq 1$, oder so lange

$$v - v_1 \leqq u - x_1 u_1$$

vorliegt.

Dritter Specialfall. Adiabatische nicht umkehrbare Expansion.

In dem vorgelegten Falle ist, da weder Mittheilung, noch Entziehung von Wärme stattfinden soll, $Q' = 0$ und daher nach Gl. (4)

$$A\int_{v_1}^{v} p'dv = (q_1 + x_1 \varrho_1) - (q + x\varrho) . \qquad (12)$$

Unter den unendlich vielen besonderen Fällen, die auch hier je nach dem Aenderungsgesetz des äusseren Druckes p' eintreten können, mag wieder die besondere Annahme, dass p' constant sein soll, herausgegriffen werden. Hier findet sich

$$L' = p'(v - v_1) = p'(xu - x_1 u_1), \qquad (13)$$

und daher nach Gl. (12)

$$q + x(\varrho + Ap'u) = q_1 + x_1(\varrho_1 + Ap'u_1) . \qquad (14)$$

Aus dieser Gleichung bestimmt sich, wenn für den Anfangszustand p_1 und x_1 gegeben und ebenso der äussere constante Druck p' bekannt ist, für irgend einen angenommenen Gleichgewichtsdruck $p < p_1$ die zugehörige specifische Dampfmenge x und dann nach den Gln. (1) und (2) S. 108 das Volumen v und das Anfangsvolumen v_1, wonach sich die hier vorliegende adiabatische Curve (Gleichgewichtscurve) bildlich darstellen lässt.

Da hier der Gleichgewichtsdruck p fortwährend abnimmt, der äussere Druck p' aber constant bleibt, so wird ein gewisses Expansionsverhältniss $v : v_1$ vorliegen, bei welchem $p = p'$ ist.

Wird p' als gegeben angesehen, so ist für den Endwerth $p = p'$ in Gl. (14) auch $q' = q$, $\varrho' = \varrho$, $u' = u$ bekannt; es bestimmt sich daher der zugehörige Werth $x' = x$ aus:

$$q' + x'r' = q_1 + x_1\left(\varrho_1 + Ap_1 u_1 \cdot \frac{p'}{p_1}\right), \qquad (14^a)$$

und dann das zugehörige Volumen $v' = x'u' + \sigma$ und die entsprechende äussere Arbeit

$$L' = p'(v' - v_1) = p'(x'u' - x_1 u_1) \,. \qquad (13^a)$$

Beispiel 1. Expandirt die Gewichtseinheit nassen Wasserdampfes von 5 Atmosphären Anfangsdruck unter Ueberwindung des äusseren constanten Druckes von einer Atmosphäre adiabatisch so weit, bis der Gleichgewichtsdruck am Ende noch 2 Atmosphären beträgt, so ist nach Tab. 11 des Anhanges

$$\begin{aligned} &\text{für } p_1 = 5{,}10333;\; q_1 = 153{,}741;\; \varrho_1 = 454{,}994;\; u_1 = 0{,}3626;\\ &\text{für } p\; = 2{,}10333;\; q\; = 121{,}417;\; \varrho\; = 480{,}005;\; u\; = 0{,}8589, \end{aligned}$$

und Gl. (14) giebt, wegen $p' = 1{,}10333$

$$x = 0{,}0645 + 0{,}9259\, x_1 \,.$$

Das Anfangsvolumen ist

$$v_1 = x_1 u_1 + \sigma = 0{,}3626\, x_1 + 0{,}0010 \,.$$

Das Endvolumen

$$v = xu + \sigma = 0{,}7953\, x_1 + 0{,}0564 \,,$$

und die gewonnene äussere Arbeit nach Gl. (13)

$$L' = 4471{,}1\, x_1 + 572{,}4 \text{ Meterkilogramm.}$$

War der Dampf Anfangs trocken gesättigt, also $x_1 = 1$, so folgt aus vorstehenden Formeln:

$$x = 0{,}9904;\; v_1 = 0{,}3636;\; v = 0{,}8517;\; L' = 5043{,}5 \,.$$

Da hier $x < x_1$ ausfällt, so liegt bei der angenommenen Zustandsänderung Condensation vor, dagegen hätte Verdampfung vorgelegen, wenn $x > x_1$ hervorgetreten oder $x_1 < 0{,}870$ angenommen worden wäre.

Beispiel 2. Expandirt die Gewichtseinheit nassen Wasserdampfes von 5 Atmosphären Anfangsdruck unter Ueberwindung des äusseren constanten Druckes von einer Atmosphäre adiabatisch so weit, bis der Gleichgewichtsdruck am Ende gleich dem äusseren Druck geworden ist, so ergiebt sich mit Hülfe der Tabellen des Anhanges aus Gl. (14a) die specifische Dampfmenge x' am Ende durch die Formel:

$$x' = 0{,}8645\, x_1 + 0{,}0992 \,,$$

und die äussere Arbeit L' nach Gl. (13a)

$$L' = 10988{,}1\, x_1 + 1690{,}5 \text{ Meterkilogramm.}$$

War der Dampf im Anfang trocken gesättigt, also $x_1 = 1$, so ergiebt sich aus vorstehenden Formeln:

$$x' = 0{,}9637 \text{ und } L' = 12678{,}5 \,,$$

also wiederum Condensation; der Dampf muss demnach im Anfange überhitzt sein, wenn er am Ende gerade trocken gesättigt, also $x' = 1$ sein soll; denn in diesem Falle giebt vorstehende Formel für $x' = 1$ das Resultat $x_1 = 1{,}042$, also $x_1 > 1$, welche unerfüllbare Bedingung eben auf die Ueberhitzung hinweist.

Die oben gegebenen Gleichungen (13) und (14) gelten natürlich auch unter der Voraussetzung, dass anfänglich kein Dampf, sondern lediglich Flüssigkeit vorhanden ist, wenn dieselbe nur unter einem Drucke steht, der dem ihrer Temperatur entsprechenden Dampfdrucke gleich ist; in diesem Falle ist $x_1 = 0$ und daher nach Gl. (13) die äussere Arbeit:

$$L' = p'xu\,, \tag{13^b}$$

wobei sich x nach Gl. (14) aus der Beziehung:

$$x(\varrho + Ap'u) = q_1 - q \tag{14^b}$$

ermittelt.

Findet hierbei wiederum die Expansion so weit statt, bis der Gleichgewichtsdruck am Ende mit dem constanten äusseren Druck identisch geworden ist, so berechnet sich die specifische Dampfmenge x' am Ende nach Gl. (14ᵃ)

$$x' = \frac{q_1 - q'}{r'}\,, \tag{14^c}$$

und die äussere Arbeit nach Gl. (13ᵃ)

$$L' = (q_1 - q')\frac{p'u'}{r'}\,. \tag{13^c}$$

Die letzten Gleichungen entsprechen dem Vorgange, den man in älteren technischen Schriften gewöhnlich als »spontane Verdampfung« bezeichnete; sie fanden dort aber eine theoretische Begründung, die nach den Lehren der Thermodynamik heute nicht mehr als richtig anerkannt werden kann und keineswegs den vorstehenden Formeln entspricht.

Beispiel. Die Gewichtseinheit Wasser stehe unter dem Drucke von 10 Atmosphären und habe die dem gleichen Dampfdrucke entsprechende Temperatur $t_1 = 180{,}31°$ (Tab. 11 des Anhanges); es werde nun plötzlich der äussere Druck auf eine Atmosphäre gebracht und während der darauf folgenden Zustandsänderung (Verdampfung) constant erhalten. Hier findet sich, weil $q_1 = 182{,}719$ Cal. und, dem Drucke von einer Atmospäre entsprechend, $q' = 100{,}500$, sowie $r' = \varrho' + Ap'u' = 536{,}50$ ist, die specifische Dampfmenge x' am Ende nach Gl. (14ᶜ)

$$x' = 0{,}1717\,,$$

und die äussere Arbeit nach Gl. (13c)

$$L' = 2926 \text{ Meterkilogramm.}$$

Das Volumen $v_1 = \sigma = 0{,}0010$ nimmt dabei auf $v = x'u' + \sigma = 0{,}2832$ cbm zu.

Dieser Fall läge vor, wenn ein Dampfkessel unter dem Drucke von 10 Atmosphären explodiren würde, dabei aber keine Arbeit auf die Zerstörung des Kessels zu rechnen wäre. Abgesehen von der im Kessel vorhandenen Dampfmenge würde, da hierbei der äussere atmosphärische Druck überwunden wird, die Wassermenge

$$(1 - x')G = 0{,}8283\,G$$

zurückbleiben, wenn anfänglich G kg Wasser im Kessel vorhanden waren.

Zum Schlusse möge noch darauf hingewiesen werden, dass die oben gegebenen Gleichungen (13) und (14) auch den Fall der Expansion nassen Dampfes in den leeren Raum in sich schliessen; hier ist $p' = 0$, daher auch $L' = 0$, und dann nach Gl. (14)

$$x = \frac{q_1 + x_1\varrho_1 - q}{\varrho}\,, \tag{15}$$

wonach sich die specifische Dampfmenge x berechnet, wenn der Druck p am Ende der Ausbreitung des Dampfes nach dem leeren Raume hin bekannt ist. Das Anfangsvolumen $v_1 = x_1 u_1 + \sigma$ ist als bekannt anzunehmen; ist nun weiter das Endvolumen $v = xu + \sigma$ durch die Angabe $v - v_1$ des leeren Raumes, nach welchem die Expansion erfolgen soll, gegeben, so findet sich aus der Verbindung mit Gl. (15)

$$\frac{\varrho}{u} = \frac{q_1 + x_1\varrho_1 - q}{v - \sigma}\,,$$

dazu der zugehörige Enddruck p und endlich nach Gl. (15) die specifische Dampfmenge x, — oder umgekehrt, wenn der Enddruck p nach der Ausbreitung und nach dem Uebergang in den Gleichgewichtszustand gegeben ist, das Volumen am Ende $v = xu + \sigma$ und daher das Volumen des anfänglich leeren Raumes $v - v_1$ *).

Beispiel. Die Gewichtseinheit von nassem Wasserdampf von 5 Atmosphären expandire nach einem leeren Raume und habe schliesslich nach der Druckausgleichung den Druck von einer Atmosphäre.

*) Vergl. die Abhandlung des Verfassers »Beiträge zur Theorie der Dämpfe« in Poggendorff's Annalen. 1860.

Hier ist nach der Tabelle 11 des Anhanges

$$q_1 = 153{,}741\,;\ \varrho_1 = 454{,}994\,;\ \varrho = 496{,}300 \text{ und } q = 100{,}500\ ,$$

daher nach Gl. (15)

$$x = 0{,}1073 + 0{,}9168\,x_1\ , \tag{15a}$$

und das Volumen am Ende, wegen $u = 1{,}6495$,

$$v = xu + \sigma = 0{,}1780 + 1{,}5123\,x_1\ ,$$

während das Anfangsvolumen sich zu

$$v_1 = x_1 u_1 + \sigma = 0{,}0010 + 0{,}3626\,x_1$$

herausstellt und daher der Inhalt des anfänglich leeren Raumes sein müsste:

$$v - v_1 = 0{,}1770 + 1{,}1497\,x_1\ .$$

Wäre nun Anfangs trocken gesättigter Dampf vorhanden, also $x_1 = 1$, so ergäbe vorstehende Formel für x den Werth:

$$x = 1{,}0241\ ,$$

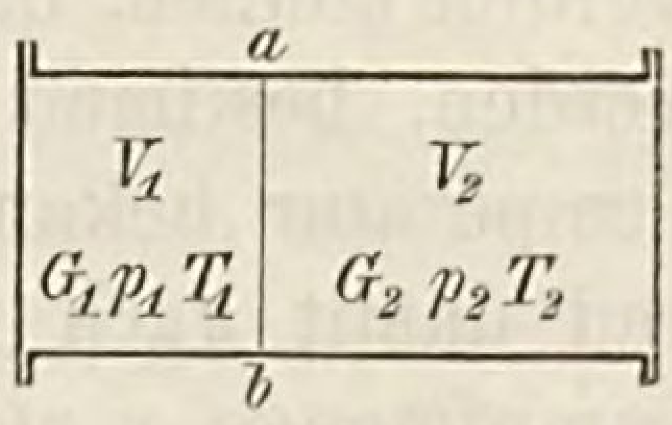
was darauf hinweist, dass trockner gesättigter Dampf in den überhitzten Zustand übergeht, wenn derselbe nach einem leeren Raume expandirt, dass demnach in diesem Falle die gegebenen Formeln ihre Gültigkeit verlieren.

Sollte im vorgelegten Beispiele der Dampf nach der Ausbreitung in den leeren Raum gerade trocken gesättigt, also $x = 1$ sein, so würde das nach Gl. (15a) für den Anfang die specifische Dampfmenge $x_1 = 0{,}9737$ voraussetzen. Dann wäre nach vorstehenden Formeln das Anfangsvolumen $v_1 = 0{,}3541$, das Endvolumen $v = 1{,}6505$, das Volumen des anfänglich leeren Raumes $v - v_1 = 1{,}2964$ cbm.

§ 16. Mischung nasser Dämpfe gleicher Art.

Die beiden Räume V_1 und V_2 (Fig. 10) enthalten Dampf der gleichen Art; im Raume V_1 sind G_1 kg vom Drucke p_1 und der specifischen Dampfmenge x_1 abgeschlossen; im Raume V_2, der durch die Scheidewand ab vom ersteren abgesperrt ist, befinden sich G_2 kg Dampf vom Drucke p_2 und der specifischen Dampfmenge x_2.

Fig. 10.



Es bestehen dann die Beziehungen

$$V_1 = G_1(x_1 u_1 + \sigma) \quad \text{und} \quad V_2 = G_2(x_2 u_2 + \sigma)\ . \tag{16}$$

Der Wärmeinhalt J_1 im ersteren Raume, d. h. der Mehrbetrag der darin enthaltenen Wärme gegenüber derjenigen, welche G_1 kg Wasser von der Temperatur 0° C. enthalten ist:

$$J_1 = G_1(q_1 + x_1 \varrho_1)\ , \tag{17}$$

und ebenso der Wärmeinhalt im zweiten Raume

$$J_2 = G_2(q_2 + x_2\varrho_2)\,. \tag{17^a}$$

Denkt man sich nun die Scheidewand *ab* beseitigt, so tritt eine Mischung ein und es werden nach Eintritt des Gleichgewichtszustandes, wenn Wärme hierbei weder zu- noch abgeleitet wurde, ein mittlerer Druck p und eine specifische Dampfmenge x sich einstellen, die sich leicht berechnen lassen.

Das Volumen nach der Mischung wird nämlich sein:

$$V = (G_1 + G_2)(xu + \sigma)\,,$$

und der Wärmeinhalt:

$$J = (G_1 + G_2)(q + x\varrho)\,.$$

Nach den gemachten Annahmen ist aber:

$$V = V_1 + V_2$$

und

$$J = J_1 + J_2\,,$$

und daher folgt unter Benutzung der Gln. (16) und (17)

$$(G_1 + G_2)xu = G_1x_1u_1 + G_2x_2u_2$$

und

$$(G_1 + G_2)(q + x\varrho) = G_1(q_1 + x_1\varrho) + G_2(q_2 + x_2\varrho_2)$$

oder

$$xu = \frac{G_1x_1u_1 + G_2x_2u_2}{G_1 + G_2}\,, \tag{18}$$

und

$$q + x\varrho = \frac{G_1q_1 + G_2q_2}{G_1 + G_2} + \frac{G_1x_1\varrho_1 + G_2x_2\varrho_2}{G_1 + G_2}\,. \tag{19}$$

Aus diesen Gleichungen, die auch für den Fall angeschrieben werden können, dass mehr als zwei Räume in Verbindung gebracht werden, bestimmt sich nun, da u, q und ϱ als Functionen der Temperatur bekannt sind, die Temperatur t nach der Mischung und damit auch der zugehörige Druck p, sowie die specifische Dampfmenge x am Ende. Allerdings wird dabei vorausgesetzt, dass sich nicht etwa $x > 1$ herausstellt; in diesem Falle wäre der Dampf am Ende der Mischung überhitzt und der Vorgang nach anderen Formeln, die unten gegeben werden sollen, zu beurtheilen.

Sind die Werthe der rechten Seite der Gln. (18) und (19) bekannt, so ermittelt sich die Mischungstemperatur t freilich nur

auf dem Wege des Probirens. Enthalten die beiden Räume Anfangs nur Flüssigkeit ohne Dampf, ist also $x_1 = 0$, wie auch $x_2 = 0$, so ergiebt Gl. (18) $x = 0$, wonach auch nach der Vereinigung nur Flüssigkeit ohne Dampf vorhanden ist; aus Gl. (19) folgt dann weiter

$$q = \frac{G_1 q_1 + G_2 q_2}{G_1 + G_2};$$

die bekannte Formel, die man längst schon zur Ermittelung der Mischungstemperatur der Flüssigkeiten benutzt hat, nur dass man gewöhnlich näherungsweise an Stelle der Flüssigkeitswärme die Temperatur substituirt.

Würde dagegen vor der Mischung in beiden Räumen trocken gesättigter Dampf vorliegen, also $x_1 = 1$ und $x_2 = 1$ sein, so geben die beiden Gln. (18) und (19)

$$xu = \frac{G_1 u_1 + G_2 u_2}{G_1 + G_2}, \qquad (18^a)$$

$$q + x\varrho = \frac{G_1(q_1 + \varrho_1) + G_2(q_2 + \varrho_2)}{G_1 + G_2}. \qquad (19^a)$$

Wollte man hierbei noch voraussetzen, dass sich gesättigte Dämpfe wie Gase verhalten, so fände sich der Druck p nach der Mischung auch direct durch die Gleichung (Bd. I, S. 165, Gl. 20^a):

$$p = \frac{V_1 p_1 + V_2 p_2}{V_1 + V_2}. \qquad (20)$$

Beispiel. Im Raume V_1 befinden sich G_1 kg trockner gesättigter Dampf von 10 Atmosphären, im Raume V_2 dagegen $G_2 = 0{,}3836\, G_1$ kg trockner Dampf von 1 Atmosphäre Druck.

Unter Benutzung der den beiden Pressungen zukommenden Werthe der Tab. 11 des Anhanges findet sich hier nach den Gln. (18^a) und (19^a)

$$xu = 0{,}5926,$$
$$q + x\varrho = 610{,}31.$$

Aus diesen beiden Ausdrücken berechnet sich der den Werthen u, q und ϱ zukommende Druck p zu 3 Atmosphären und die specifische Dampfmenge $x = 1{,}012$.

Der Dampf ist sonach nach der Mischung schwach überhitzt, der Werth weicht aber so wenig von 1 ab, dass man annähernd trocknen gesättigten Dampf annehmen kann, und zwar beträgt der Druck dieses Dampfes, wie gefunden, 3 Atmosphären.

Hätte man den Druck p des Dampfes unter den Voraussetzungen bestimmt, unter denen vorstehende Gl. (20) hingestellt worden ist, so hätte sich wegen:

$$V_1 = (u_1 + \sigma) G_1 = 0{,}1897\, G_1 \quad \text{und} \quad V_2 = (u_2 + \sigma) G_2 = 0{,}6331\, G_1$$

$$p = 3{,}075 \text{ Atmosphären}$$

ergeben, also wenig abweichend von dem vorher gefundenen Werth.

Gl. (20) ist zur Bestimmung des Mischungsdruckes trockner gesättigter Dämpfe schon mehrfach, aber ohne Beweis ihrer Zuverlässigkeit, angewendet worden; man stösst auf die betreffende Frage bei der nähern Untersuchung der Woolf'schen und Compound-Dampfmaschinen, wenn man die plötzlichen Druckänderungen bei der Verbindung des Receiver-Raumes mit dem einen oder dem andern Dampfcylinder der Berechnung unterziehen will.

Untersucht man nach dem Vorgange des vorstehenden Beispieles die Frage auch noch für andere Werthe der Pressungen p_1 und p_2, so findet sich immer die specifische Dampfmenge x nach der Mischung so wenig von der Einheit verschieden, dass man in praktischen Fällen recht wohl annehmen darf, der Dampf, der aus der Mischung von trocken gesättigten Dämpfen hervorgeht, sei wieder trocken gesättigt und sein Druck p lasse sich mit hinreichender Genauigkeit nach Gl. (20) berechnen. Eine weitere Verfolgung auf dem angegebenen Wege führt sogar zu dem Resultate, dass man Gl. (20) zur Berechnung des Mischungsdruckes p selbst dann noch benutzen darf, wenn der Dampf vor der Mischung in dem einen, wie in dem andern Raume nass ist, wenn nur die dem Dampfe beigemischte Wassermenge nicht zu beträchtlich ist und die Dampfdrucke die bei Dampfmaschinen in der Praxis gebräuchlichen Grenzen nicht überschreiten.

Für das Mischen trockner gesättigter Dämpfe lässt sich der hier gegebene Satz noch in etwas allgemeinerer Form entwickeln.

Ist v_1 das specifische Volumen des trocknen Dampfes im Raume V_1 (Fig. 10) S. 115, ferner v_2 das im Raume V_2 und endlich v dasjenige des trocknen gesättigten Dampfes nach der Mischung, so gilt die Beziehung

$$(G_1 + G_2) v = G_1 v_1 + G_2 v_2 \,, \tag{21}$$

und ferner nach Gl. (20)

$$(G_1 v_1 + G_2 v_2) p = G_1 v_1 p_1 + G_2 v_2 p_2 \,. \tag{22}$$

Dividirt man beide Gleichungen durch G_1 und eliminirt aus beiden das Verhältniss $G_2 : G_1$, so findet sich

$$(a + p)v = C, \tag{23}$$

wobei die beiden constanten Grössen a und C durch

$$a = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{v_2 - v_1} \quad \text{und} \quad C = \frac{v_1 v_2 (p_1 - p_2)}{v_2 - v_1}$$

bestimmt sind: die vorstehende Gleichung (23) ist nichts Anderes, als die Gleichung der Grenzcurve des Wasserdampfes nach Pambour (vergl. S. 101), die in der That für nicht zu weit auseinander liegende Pressungen p_1 und p_2 den wirklichen Verlauf dieser Curve für Näherungsrechnungen hinreichend genau wiedergiebt. Unter Zugrundelegung der Gl. (23) hätte man für trockne gesättigte Wasserdämpfe die Gl. (20) direct ableiten können.

In der hier behandelten Aufgabe über das Mischen nasser Dämpfe bei constantem Gesammtvolumen ist vorausgesetzt worden, dass während des Mischens weder Zu- noch Ableitung von Wärme stattgefunden habe.

Setzt man aber zur Erweiterung der Frage voraus, dass beim Mischen die Wärmemenge Q von aussen zugeführt worden sei, so ist nach den auf S. 115 eingeführten Bezeichnungen der Wärmeinhalt J nach der Mischung durch die Formel

$$J = J_1 + J_2 + Q$$

gegeben, woraus sich nach den gegebenen Formeln findet:

$$Q = (G_1 + G_2)(q + x\varrho) - G_1(q_1 + x_1\varrho_1) - G_2(q_2 + x_2\varrho_2), \tag{25}$$

während sich andererseits, hier wie dort, findet

$$(G_1 + G_2)xu = G_1 x_1 u_1 + G_2 x_2 u_2. \tag{26}$$

Ist daher der Zustand des Dampfes im einen, wie im andern Raume (Fig. 10 S. 115) vor der Mischung bekannt und der Druck p nach der Mischung gegeben, so berechnet sich die specifische Dampfmenge x nach der Mischung aus Gl. (26) und die Wärmemenge Q nach Gl. (25).

Setzt man im Besondern voraus, dass nach der Mischung im ganzen Raume der Druck $p = p_2$, also gleich dem Anfangsdrucke in dem einen der Räume sei, so geben vorstehende beiden Gleichungen, wenn man $u = u_2$, $q = q_2$ und $\varrho = \varrho_2$ substituirt:

$$x = \frac{G_1 x_1 u_1 + G_2 x_2 u_2}{(G_1 + G_2) u_2}, \tag{26a}$$

und nach einigen leicht zu verfolgenden Reductionen aus Gl. (25)

$$Q = G_1 \left[q_2 - q_1 + x_1 u_1 \left(\frac{\varrho_2}{u_2} - \frac{\varrho_1}{u_1} \right) \right]. \tag{25a}$$

Aus dieser Formel folgt, dass man auch dem Raume V_1 vor der Mischung die Wärme Q bei constantem Volumen hätte zuführen, oder wenn Q negativ erscheint, entziehen können, bis daselbst der Druck mit dem im Raume V_2 herrschenden identisch geworden wäre, um dann erst die Mischung zu bewerkstelligen.

Beispiel. In dem einen Raume V_1 (Fig. 10) befinden sich G_1 kg trockner, gesättigter Wasserdampf vom Drucke 1,5 Atmosphären, im andern Raume $G_2 = 25\, G_1$ kg Dampf und Wasser mit der specifischen Dampfmenge $x_2 = 0{,}01$ und einem Drucke von 0,1 Atmosphäre.

Nach der Mischung bei constantem Volumen soll der Druck $p = p_2 = 0{,}1$ Atmosphäre betragen. Benutzt man die entsprechenden Werthe der Tabelle 11 des Anhanges, so ergiebt hier zunächst Gl. (26a)

$$x = 0{,}0126$$

und dann Gl. (25a)

$$Q = -\,511{,}45\, G_1.$$

Es ist hiernach Wärme zu entziehen. Das Beispiel entspricht Verhältnissen, wie sie bei Condensationsdampfmaschinen vorkommen können.

§ 17. Theorie des Oberflächen-Condensators.

Es stelle (Fig. 11) A den Cylinder einer Dampfmaschine vor, der Kolben K stehe am Ende und der Cylinder sei mit G_1 kg Dampf vom Drucke p_1 und der specifischen Dampfmenge x_1 gefüllt.

C repräsentire den Oberflächen-Condensator, einen Raum, welcher eine Reihe verticaler Röhren einschliesst, durch welche der aus dem Cylinder kommende Dampf von oben nach unten hindurchströmt.

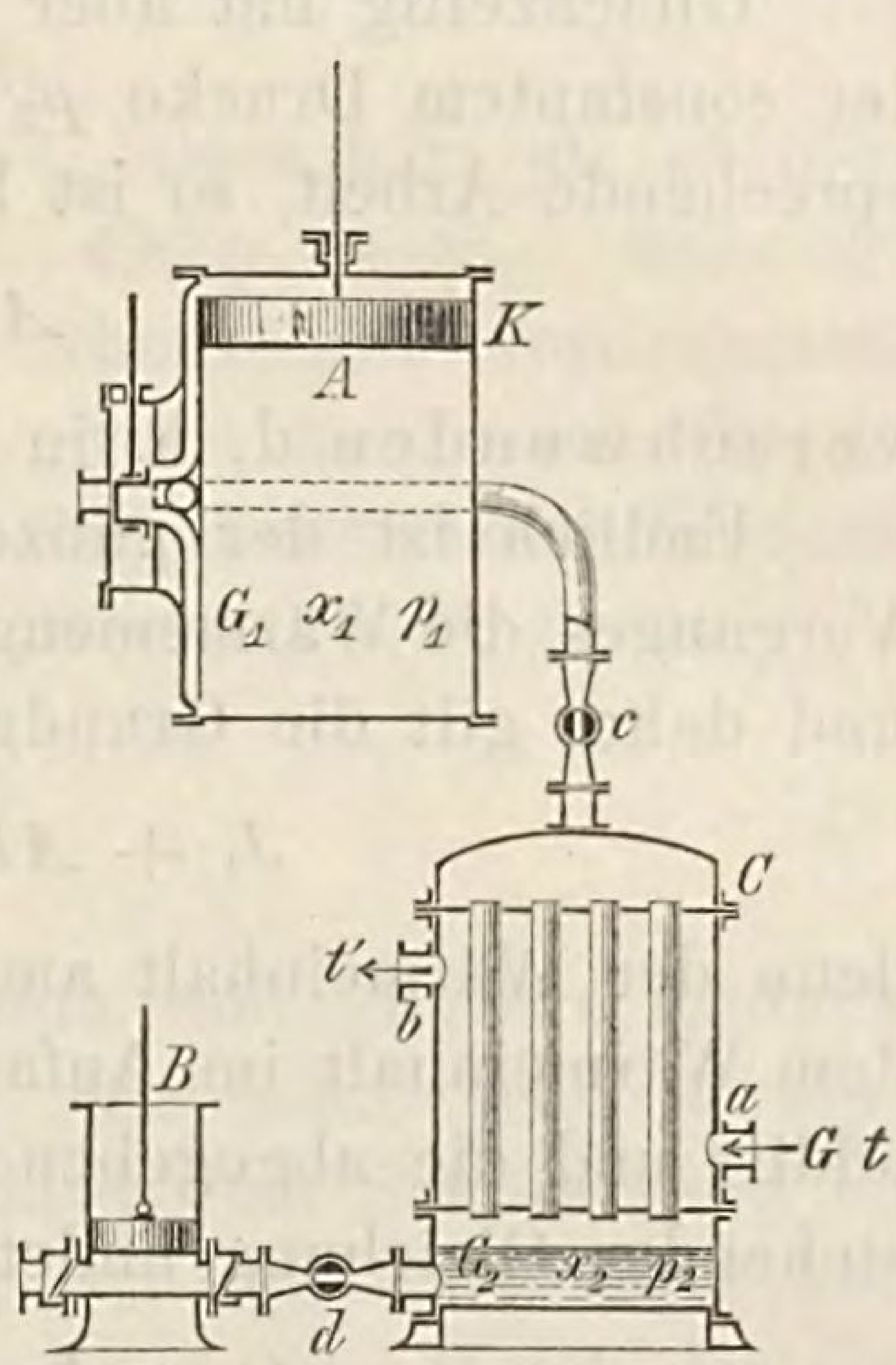
Die Röhren sind von kaltem Wasser umgeben, welches bei a eintritt und durch das Rohr b abströmt.

Beim Durchgang des Dampfes durch die Röhren findet nun die Condensation des Dampfes statt, das Wasser sammelt sich im untern Theile des Condensators und wird von hier durch eine

Pumpe B, die Luft- und Warmwasserpumpe, aus dem Condensator entfernt.

Man denke sich zunächst den Raum des Dampfcylinders vom Condensatorraume durch den Hahn c abgesperrt und ebenso durch den Hahn d die Verbindung zwischen dem Condensator und der Pumpe B, in welcher der Kolben eben die unterste Stellung einnimmt, aufgehoben.

Fig. 11.



Im Condensator befinden sich G_2 kg Dampf und Wasser, die specifische Dampfmenge sei x_2 und der Druck p_2.

Hier bestimmt sich zunächst der Wärmeinhalt J_1 der Masse im Dampfcylinder sammt derjenigen im Condensator:

$$J_1 = G_1(q_1 + x_1 \varrho_1) + G_2(q_2 + x_2 \varrho_2). \quad (27)$$

Jetzt denke man sich die beiden Hähne c und d geöffnet; in Folge dessen findet eine Mischung des Dampfes im Cylinder mit der Masse im Condensator statt; wegen der gleichzeitig stattfindenden Abkühlung durch das Kühlwasser stellt sich der Druck in beiden Räumen auf den Werth p_2 ein, der Dampfkolben K geht vorwärts und schiebt die ganze Dampfmasse nach dem Condensator, von wo aus das Gewicht G_1 in Form von Wasser nach dem Pumpencylinder B angesaugt wird.

Am Ende des Prozesses ist der Wärmeinhalt J_2 der ganzen Masse im Condensator und im Pumpencylinder

$$J_2 = G_2(q_2 + x_2 \varrho_2) + G_1 q_2, \quad (28)$$

denn im letzteren befindet sich jetzt das Gewicht G_1 in Form von Wasser von der Condensatortemperatur t_2, während im Condensator der Zustand am Ende mit dem im Anfange übereinstimmen muss, da die Entwickelung für den Beharrungszustand der Maschine gelten soll.

Während des Ueberganges hat aber die ganze Masse Wärme in Form von Arbeit im Dampfcylinder a u f g e n o m m e n, denn der

Dampfkolben hat unter constantem Druck p_2 das Volumen $G_1(x_1 u_1 + \sigma)$ zurückgelegt. Ist L_1 die entsprechende Arbeit, so ist damit die Wärme

$$AL_1 = AG_1(x_1 u_1 + \sigma)p_2 \tag{29}$$

erzeugt und von der ganzen Masse aufgenommen worden.

Gleichzeitig hat aber der Pumpenkolben den Raum $G_1\sigma$ unter constantem Drucke p_2 zurückgelegt; bezeichnet L_2 die entsprechende Arbeit, so ist hierbei die Wärmemenge:

$$AL_2 = AG_1 p_2 \sigma \tag{30}$$

verschwunden d. h. in Arbeit verwandelt worden.

Endlich ist der ganzen Masse während des angenommenen Vorganges die Wärmemenge Q vom Kühlwasser entzogen worden und daher gilt die Grundgleichung:

$$J_1 + AL_1 - AL_2 - Q = J_2,$$

denn der Wärmeinhalt am Ende muss sich finden, wenn man zu dem Wärmeinhalt im Anfange die aufgenommenen Wärmemengen addirt und die abgegebenen Wärmemengen subtrahirt. Aus vorstehender Gleichung findet sich:

$$Q = J_1 - J_2 + AL_1 - AL_2,$$

und wenn man hier die Gln. (27) bis (30) benutzt,

$$Q = G_1[q_1 - q_2 + x_1(\varrho_1 + Ap_2 u_1)]. \tag{31}$$

Diese Wärmemenge ist es nun, welche vom Kühlwasser aufgenommen werden muss. Wird das Wassergewicht, welches während des besprochenen Prozesses mit der Temperatur t durch das Rohr a (Fig. 11) ein- und mit der Temperatur t' durch das Rohr b abgeführt wird, mit G bezeichnet, so ist auch

$$Q = G(q' - q). \tag{32}$$

Durch Gleichsetzen mit der vorhergehenden Formel findet sich demnach

$$\frac{G}{G_1} = \frac{q_1 - q_2 + x_1(\varrho_1 + Ap_2 u_1)}{q' - q}, \tag{33}$$

und in dieser Gleichung ist nun das Hauptresultat für Oberflächencondensatoren enthalten, denn sie bestimmt das Gewicht G des Kühlwassers, welches für die Condensation des Dampf- und Flüssigkeitsgemisches G_1 erforderlich ist.

In der Praxis wird man der Sicherheit wegen die Werthe der rechten Seite dieser Gleichung solcher Art wählen, dass die Kühlwassermenge G grösser ausfällt, als streng genommen nöthig wäre; man wird daher die specifische Dampfmenge x_1 am Ende der Expansion im Dampfcylinder zu $x_1 = 1$ annehmen und auch den Enddruck p_1 der Expansion grösser voraussetzen, als er bei Condensationsmaschinen gewöhnlich ist.

Nimmt man diesen Druck zu $p_1 = 1$ Atmosphäre an, so wäre in Gl. (33) zu setzen $q_1 = 100{,}50$; $\varrho_1 = 496{,}30$, sowie, wenn der Druck im Condensator zu $p_2 = 0{,}1$ Atmosphäre vorausgesetzt wird, $Ap_2u_1 = 4{,}02$. Es folgt daher, wenn man noch für die niedrigen Temperaturen an Stelle der Flüssigkeitswärme die Temperaturen selbst setzt, für praktische Zwecke genau genug

$$\frac{G}{G_1} = \frac{600 - t_2}{t' - t} \,. \qquad (33^a)$$

Diese Formel ist von gleichem Bau und gleicher Einfachheit, wie die alte Watt'sche Formel, die heute noch in allen technischen Handbüchern zu finden, aber vom Standpunkte der Thermodynamik aus falsch begründet ist; die Watt'sche Formel enthält an Stelle des Zahlenwerthes 600 den Werth der Gesammtwärme des Dampfes, die der Temperatur $t_1 = 100^\circ$ entsprechend, zu rund 640 Cal. angenommen wird. Watt's Formel giebt daher noch grössere Werthe für die Kühlwassermenge G, als der vorstehende Ausdruck; in diesem Umstande kann aber keine Berechtigung dazu gefunden werden, eine falsch begründete Formel an Stelle der richtigen anzuwenden.

Beispiel. Der Enddruck der Expansion betrage bei einer Dampfmaschine $p_1 = 0{,}6$ Atmosphäre und die specifische Dampfmenge $x_1 = 0{,}80$.

Der Druck im Condensator sei 0,1 Atmosphäre und die Kühlwassermenge soll sich von $t = 15^\circ$ auf $t' = 35^\circ$ erwärmen.

Hier ergiebt die genaue Formel (33), weil die Temperatur im Condensator $t_2 = 46^\circ{,}21$ beträgt, unter Beachtung der entsprechenden Werthe der Tabellen des Anhanges

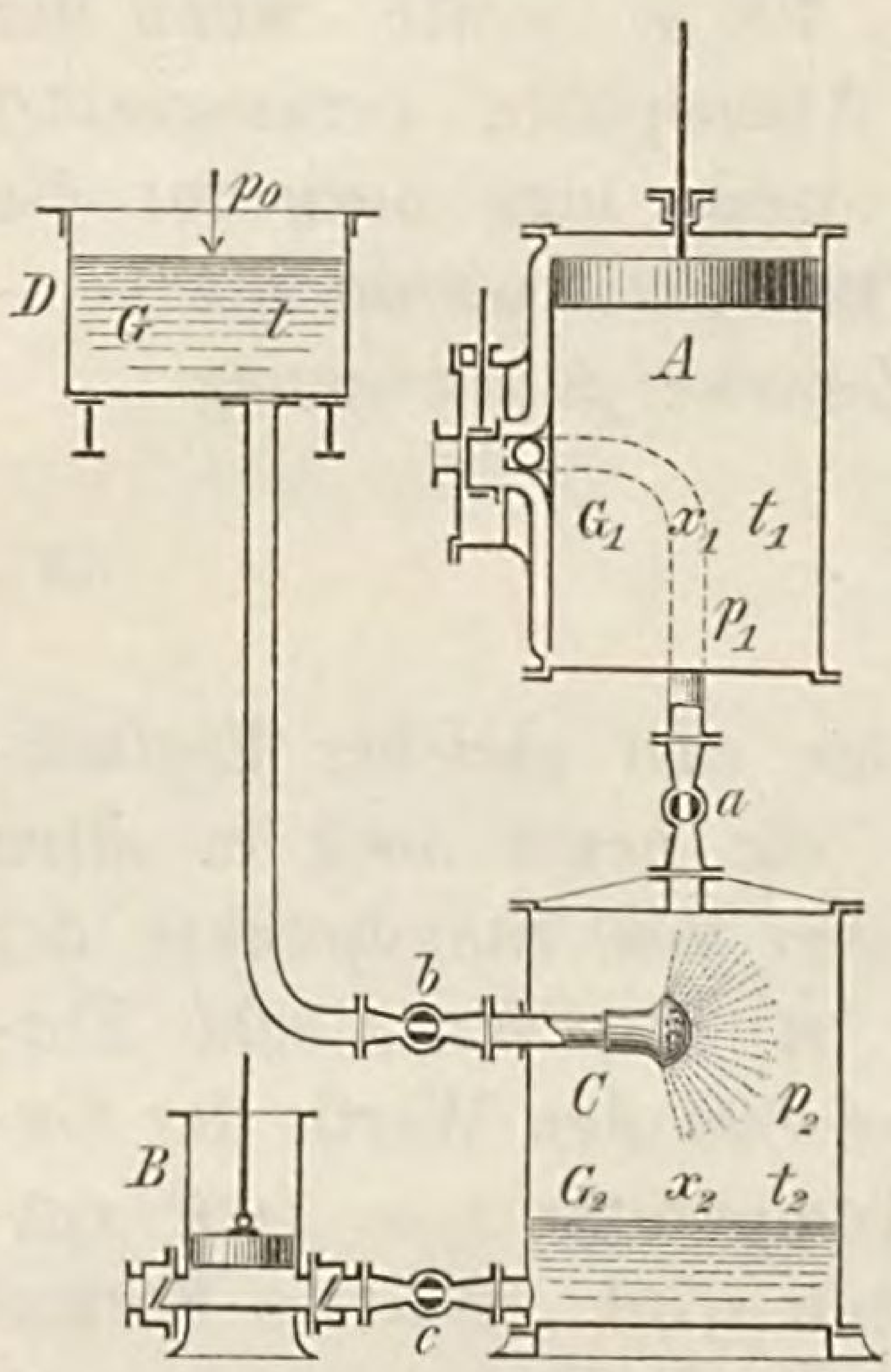
$$\frac{G}{G_1} = 23{,}24.$$

Die Näherungsformel (33a) giebt hierfür 27,69 und die Watt'sche Formel: 29,69.

§ 18. Theorie des Einspritz-Condensators.

In Fig. 12 stellt A den Cylinder einer Dampfmaschine vor; der Kolben stehe am obern Ende und der Cylinder enthalte G_1 kg Dampf vom Drucke p_1 und der specifischen Dampfmenge x_1.

Fig. 12.



C repräsentirt den Condensator, in welchem sich G_2 kg Dampf und Wasser unter dem Drucke p_2 befinden, die specifische Dampfmenge daselbst betrage x_2.

In den Condensator mündet seitwärts ein Rohr ein, welches in einer Brause endigt und mit einem Gefässe D in Verbindung steht, in welchem sich, unter dem atmosphärischen Drucke p_0 stehend, G kg kaltes Wasser von der Temperatur t befinden. Mit dem unteren Theile des Condensators communicirt durch ein Rohr der Pumpencylinder B.

Es seien nun zunächst die vier Räume durch Hähne a, b und c von einander abgesperrt; es ist dann der Wärmeinhalt der Dampf- und Wassermenge im Cylinder A durch $G_1(q_1 + x_1\varrho_1)$, der der Masse im Condensator durch $G_2(q_2 + x_2\varrho_2)$ und der Einspritzwassermenge im Gefässe D durch Gq bestimmt und demnach der gesammte Wärmeinhalt J_1 in den genannten drei Räumen

$$J_1 = G_1(q_1 + x_1\varrho_1) + G_2(q_2 + x_2\varrho_2) + Gq. \qquad (34)$$

Nun mögen die drei Hähne geöffnet gedacht werden, der Kolben im Dampfcylinder gehe vorwärts und schiebe das Dampf- und Flüssigkeitsgemisch G_1 kg in den Condensator, was unter Ueberwindung des constanten Druckes p_2 geschieht. Die Einspritzwassermenge G tritt unter dem atmosphärischen Drucke p_0 aus dem Gefäss D durch die Brause in den Condensator, und endlich geht der Kolben der Luft- und Warmwasserpumpe B saugend unter dem Drucke p_2 zurück und nimmt sowohl die Einspritz-

wassermenge G, wie auch das Dampf- und Flüssigkeitsgewicht G_1 in Form von Wasser auf.

Am Ende des Vorganges ist die gesammte Masse im Condensator und im Pumpencylinder vereinigt, und zwar beträgt jetzt der Wärmeinhalt J_2, in beiden Räumen zusammengenommen,

$$J_2 = G_2(q_2 + x_2\varrho_2) + (G_1 + G)q_2 \,. \tag{35}$$

Das Glied, welches den Wärmeinhalt der Masse im Condensator darstellt, wird, da der Beharrungszustand der Maschine vorausgesetzt wird, am Ende wieder denselben Werth haben müssen, wie im Anfange.

Weiter hat nun die Masse im Dampfcylinder die Arbeit L_1 und das Einspritzwasser im Gefässe D die Arbeit L_2 aufgenommen, und diese Arbeitsmengen betragen in Wärme ausgedrückt:

$$AL_1 = AG_1(x_1u_1 + \sigma)p_2 \,, \tag{36}$$

$$AL_2 = AG\sigma p_0 \,. \tag{37}$$

Endlich ist im Pumpencylinder eine Arbeit L_3 abgegeben worden, welche, in Wärmeeinheiten gemessen,

$$AL_3 = A(G + G_1)\sigma p_2 \tag{38}$$

beträgt.

Nun ist offenbar der Wärmeinhalt J_2 am Ende gleich dem Inhalt J_1 im Anfange, vermehrt um die algebraische Summe der, in Wärmeeinheiten ausgedrückten, aufgenommenen Arbeitsquantitäten, also

$$J_2 = J_1 + AL_1 + AL_2 - AL_3 \,.$$

Benutzt man hier die vorstehenden Gleichungen (34) bis (38) und ordnet man die Glieder nach G und G_1, so findet sich als Grundgleichung für den Einspritzcondensator:

$$\frac{G}{G_1} = \frac{q_1 - q_2 + x_1(\varrho_1 + Ap_2u_1)}{q_2 - q - A\sigma(p_0 - p_2)} \,, \tag{39}$$

wonach sich die Einspritzwassermenge G berechnet. Zum Zweck der Umformung dieser Gleichung für den praktischen Gebrauch, d. h. zur Gewinnung einer einfachen Näherungsformel, kann man das sehr kleine Glied $A\sigma(p_0 - p_2)$ im Nenner vernachlässigen, ferner $x_1 = 1$, also trocknen Dampf im Dampfcylinder voraussetzen und für den Enddruck der Expansion eine Atmosphäre annehmen;

ist überdies der Condensatordruck $p_2 = 0{,}1$ Atmosphäre, so ist anzunehmen

$$q_1 = 100{,}50;\ \varrho_1 = 496{,}30;\ Ap_2u_1 = \frac{p_2}{p_1}Ap_1u_1 = 4{,}02\ ,$$

und daher

$$\frac{G}{G_1} = \frac{600 - q_2}{q_2 - q}\ ,$$

oder wenn man noch für die auftretenden Flüssigkeitswärmen die Temperaturen selbst setzt:

$$\frac{G}{G_1} = \frac{600 - t_2}{t_2 - t}\ . \qquad (39^a)$$

Diese Formel unterscheidet sich von derjenigen, welche oben Gl. (33^a) S. 123 für den Oberflächencondensator gefunden wurde, nur dadurch, dass im Nenner auf der rechten Seite t_2 an Stelle von t' erscheint.

Bezüglich des Vergleiches dieser Formel mit der gebräuchlichen Watt'schen Formel gilt hier dasselbe, was bereits auf S. 123 ausgesprochen wurde.

Beispiel. Bei einer Dampfmaschine betrage der Enddruck der Expansion $p_1 = 0{,}6$ Atmosphäre und die specifische Dampfmenge $x_1 = 0{,}80$. Der Druck im Condensator sei 0,1 Atmosphäre und die Temperatur des Einspritzwassers $t = 15^\circ$. Hier berechnet sich das Glied $A\sigma(p_0 - p_2)$ im Nenner der Gl. (39) wegen $p_0 = 10333$ und $p_2 = 0{,}1 \cdot p_0$ zu 0,026 und dann im Weiteren unter Benutzung der Tabelle 11 des Anhangs

$$\frac{G}{G_1} = 14{,}37\ .$$

Die Gl. (39^a) giebt für mittlere Verhältnisse:

$$\frac{G}{G_1} = 17{,}69\ ,$$

während sich nach Watt's Formel 18,97 herausstellt, wenn man in Gl. (39^a) den Werth 640 an Stelle von 600 einsetzt.

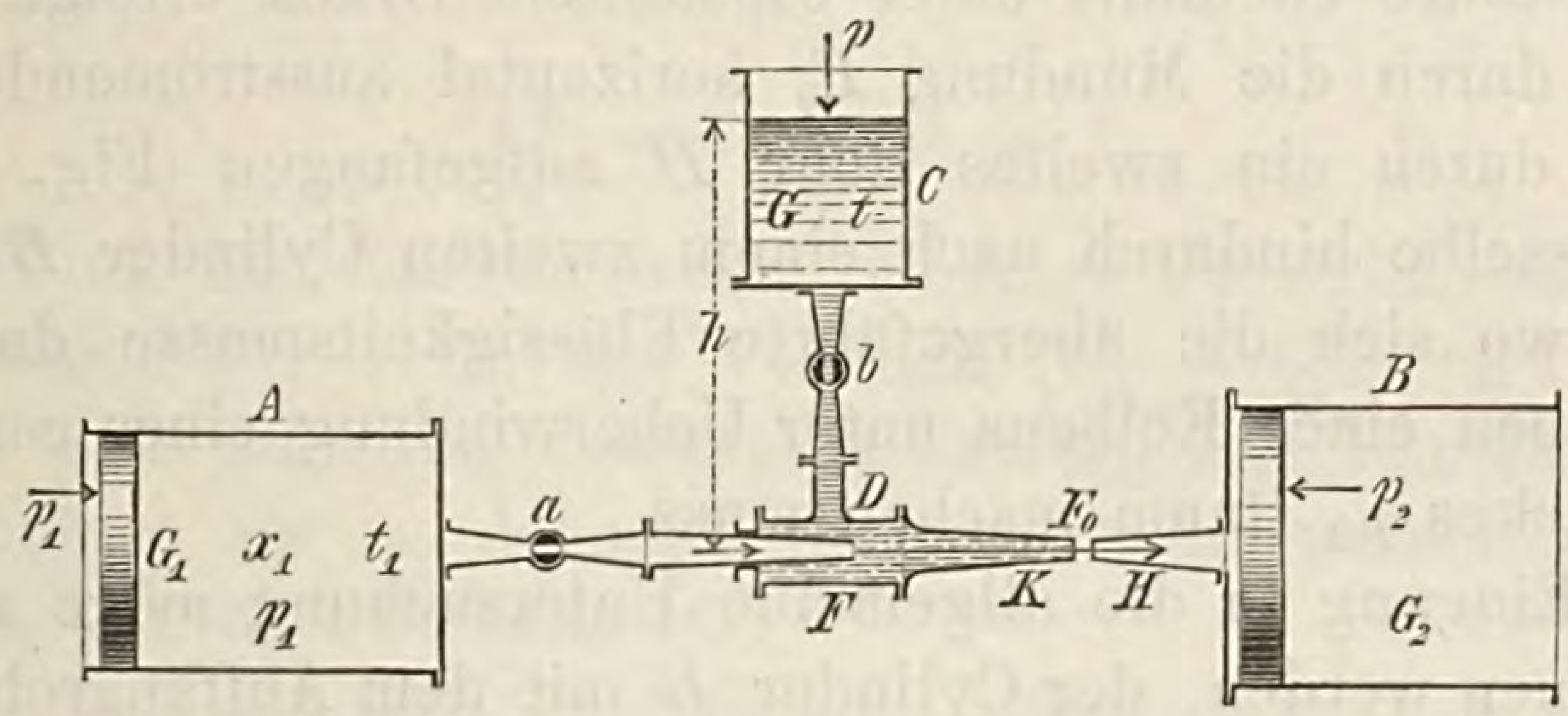
Bei den Einspritzcondensatoren tritt, dem Volumen nach gemessen, eine grosse Menge Luft mit in den Condensator, welche vom Einspritzwasser absorbirt ist, von ihm mitgeführt und im Condensator, wo höhere Temperatur und ein weit geringerer Druck als aussen herrscht, zum grössten Theil abgegeben wird; aber dadurch wird die vorstehende Theorie des Condensators nicht, oder besser gesagt, in ganz untergeordnetem Maasse berührt.

Man wird zur Berücksichtigung dieses Umstandes nur die Dimensionen der Luft- und Warmwasserpumpe *B* Fig. 12 reichlicher bemessen müssen. Gewöhnlich rechnet man bekanntlich das Volumen der Luft, welche mit Wasser gleichzeitig dem Condensator durch die Pumpe entzogen werden muss, zu $^{11}/_{14}$ des Volumens $G\sigma$ der Einspritzwassermenge.

§ 19. Calorimetrische Untersuchung der Giffard'schen Dampfstrahlpumpe (Injector).

Fig. 13 zeigt in schematischer Darstellung einen Apparat, aus dessen Wirkungsweise sich die Vorgänge am Giffard'schen Injector ableiten lassen*).

Fig. 13.



A stellt einen mit einem Kolben versehenen Cylinder dar, in welchem sich G_1 kg Dampf und Wasser vom Drucke p_1 und der zugehörigen Temperatur t_1 befinden; die specifische Dampfmenge daselbst sei x_1.

Der Cylinder ist mit einem conischen Abflussrohr versehen, dessen Ausflussöffnung *F* im Inneren des Gehäuses *D* liegt, welches mit einem weiteren Rohre *K* versehen ist, das bei F_0 ins Freie mündet.

Das Gehäuse *D* steht durch ein verticales Rohr mit einem offenen Gefässe *C* in Verbindung, in welchem kaltes Wasser von der Temperatur *t*, unter dem atmosphärischen Drucke *p* stehend,

*) Eine erste Untersuchung der im Text behandelten Frage habe ich im Civilingenieur Bd. 6. 1860. S. 315 gegeben.

enthalten ist. Beide Räume A und C mögen vorerst durch die Hähne a und b abgesperrt gedacht werden.

Werden jetzt beide Hähne geöffnet, so wird durch die Düse F Dampf ausströmen, der aber sofort durch das aus dem Gefässe C herbeikommende kalte Wasser condensirt wird. Der durch die äussere Mündung F_0 tretende Wasserstrahl besteht demnach aus der Mischung des kalten Wassers mit dem condensirten Dampfe.

Der Druck p_1 im Cylinder A mag während des Ausströmens dadurch auf constanter Höhe erhalten werden, dass man sich den im Cylinder befindlichen Kolben mit constantem Druck p_1 vorwärts geschoben denkt. Ferner denke man sich, der Wasserspiegel im Gefässe C werde durch zuströmendes Wasser immer in der gleichen Lage erhalten, sodass er während des ganzen Vorganges um die Höhe h über der Axe des Rohres K liegt, demnach das Wassereinströmen in das Gehäuse D und das Hinströmen nach dem Mischungsrohre ebenfalls unter constantem Druck erfolgt.

Der durch die Mündung F_0 horizontal ausströmende Strahl soll nun durch ein zweites Rohr H aufgefangen (Fig. 13) und durch dasselbe hindurch nach einem zweiten Cylinder B geführt werden, wo sich die übergeführte Flüssigkeitsmasse durch Zurückschieben eines Kolbens unter Ueberwindung eines constanten Gegendruckes p_2 Raum machen muss.

Als Eingang in die allgemeine Untersuchung möge zunächst angenommen werden, der Cylinder B mit dem Auffangrohr H sei fortgenommen und der Wasserstrahl ströme mit der Geschwindigkeit w_0 und der Temperatur t_2 direct ins Freie.

Vor der Eröffnung der beiden Hähne a und b ist $G_1(q_1 + x_1\varrho_1)$ der Wärmeinhalt des nassen Dampfes im Cylinder A, und Gq der Wärmeinhalt des kalten Wassers im Gefässe C, daher folgt der Wärmeinhalt J_1 in beiden Räumen zusammengenommen:

$$J_1 = G_1(q_1 + x_1\varrho_1) + Gq\,. \tag{40}$$

Oeffnet man jetzt die Hähne, und bezieht man der besseren Uebersicht wegen die Gewichte G_1 und G auf die Secunde, so gelangt innerhalb dieser Zeit durch die Mündung F_0 die Wassermenge $(G_1 + G)$ Kilogramm zum Ausfluss und da die Temperatur der Mischung t_2 und die Geschwindigkeit w_0 sein soll, so wird der Wärmeinhalt J_2 der ganzen Masse sein:

$$J_2 = (G + G_1)\left(q_2 + A\frac{w_0^2}{2g}\right), \tag{41}$$

wobei $A \frac{w_0^2}{2g}$ die in Wärmeeinheiten gemessene kinetische Energie der Gewichtseinheit Flüssigkeit darstellt.

Nun ist der Wärmeinhalt J_1 im Anfange keineswegs mit dem Werthe J_2 am Ende des Vorganges identisch, denn während desselben ist von der ganzen Masse Arbeit aufgenommen und abgegeben worden.

Im Cylinder A wurde der Kolben mit constantem Druck p_1 durch den Raum $G_1(x_1 u_1 + \sigma)$ hindurch bewegt, die aufgenommene Arbeit L_1 beträgt daher, in Wärmeeinheiten gemessen:

$$AL_1 = AG_1 p_1 (x_1 u_1 + \sigma) . \tag{42}$$

Im Gefässe C steht der Spiegel unter dem atmosphärischen Druck p und bewegt sich durch den Raum $G\sigma$; hierzu kommt noch die Arbeit Gh der Schwerkraft; demnach ist hier der Betrag der aufgenommenen Arbeit L_2, ebenfalls in Wärmeeinheiten gemessen:

$$AL_2 = AG(p\sigma + h) . \tag{43}$$

Endlich hat das durch die Mündung F_0 strömende Flüssigkeitsgewicht $(G_1 + G)$ das Volumen $(G_1 + G)\sigma$ und hat beim Austritt den äusseren constanten atmosphärischen Druck p zu überwinden. Es ist demnach die Arbeit L_3, welche abgegeben wird, in Wärme ausgedrückt:

$$AL_3 = A(G_1 + G)p\sigma . \tag{44}$$

Nun ist der Wärmeinhalt J_2 am Ende offenbar gleich dem Wärmeinhalt J_1 im Anfang, vermehrt um die Wärmemengen, welche den aufgenommenen, und vermindert um die, welche den abgegebenen Arbeiten entsprechen; es folgt daher

$$J_2 = J_1 + AL_1 + AL_2 - AL_3 ,$$

oder, wenn man noch die Beziehung $\varrho_1 + Ap_1 u_1 = r_1$ beachtet:

$$(G + G_1)\left(q_2 + A\frac{w_0^2}{2g}\right) = G_1 (q_1 + x_1 r_1 + A\sigma(p_1 - p)) + G(q + Ah) . \tag{45}$$

Das ist die erste Hauptgleichung, auf welche das vorgelegte Problem führt; die weitere Untersuchung möge nun in zwei Theile zerfallen, von denen der erstere eine Verwerthung der vorstehenden Formel umfasst, der zweite Theil die Untersuchung des Giffard'schen Injectors fortführen soll.

Erster Theil. Der aus der Mündung F_0 (Fig. 13) ins Freie strömende Strahl werde in einem Aichgefäss aufgefangen, in welchem sich Anfangs G_2 kg Wasser von der Temperatur t_3 befinden; am Ende enthält dann das Aichgefäss das Flüssigkeitsgewicht $(G_1 + G_2 + G)$. Die Temperatur betrage t_4.

Es ist daher der Wärmeinhalt J_4 am Ende

$$J_4 = (G_1 + G_2 + G) q_4 .$$

Vor der Mischung dagegen:

$$J_3 = G_2 q_3 + (G_1 + G)\left(q_2 + A\frac{w_0^2}{2g}\right) .$$

Da nun hier beim Mischen Arbeit weder aufgenommen, noch abgegeben wird, so ist $J_3 = J_4$, oder nach vorstehenden Gleichungen auch:

$$(G + G_1)\left(q_2 + A\frac{w_0^2}{2g}\right) = (G + G_1 + G_2) q_4 - G_2 q_3 , \quad (46)$$

für vorliegenden besonderen Fall die zweite Hauptgleichung.

Die Verbindung der Gln. (45) und (46) ergiebt ferner:

$$G_1 (q_1 - q_4 + x_1 r_1 + A\sigma(p_1 - p)) = G(q_4 - q - Ah) + G_2 (q_4 - q_3) . \quad (47)$$

Es lassen sich nun aber leicht alle Grössen dieser Gleichung mit Ausnahme der specifischen Dampfmenge x_1 durch Beobachtung feststellen.

Ist daher der Injector direct an einen Dampfkessel angeschlossen, so ist hier ein Mittel gegeben, um zu bestimmen, ob der aus dem Dampfkessel nach dem Injector tretende Dampf trocken oder nass ist, und im letzteren Falle, welche specifische Dampfmenge x_1 vorliegt.

Werden die Flüssigkeitsmengen G und G_1 auf die Secunde bezogen und ist F_0 der Querschnitt der Ausflussmündung im Rohre K, in Quadratmetern gemessen, so folgt aus der Formel

$$F_0 w_0 = (G + G_1) \sigma \quad (48)$$

die Ausflussgeschwindigkeit w_0 und damit die in Wärmeeinheiten gemessene kinetische Energie:

$$A\frac{w_0^2}{2g} = \frac{A}{2g}\left(\frac{(G + G_1)\sigma}{F_0}\right)^2 . \quad (49)$$

Weiterhin bestimmt sich dann nach Gl. (46) auch die Flüssigkeitswärme q_2 und die zugehörige Temperatur t_2 des Wasserstrahles in der Mündung F_0.

Bei Benutzung der Gl. (48) liegt allerdings eine gewisse Unsicherheit vor; der aus der Wasserdüse F_0 eines Injectors tretende Wasserstrahl hat ein milchweisses Ansehen und erscheint locker und aufgebläht, sodass wohl das specifische Volumen σ grösser ist, als bei gewöhnlichem Wasser. Manche erklären die Erscheinung damit, dass der Strahl an dieser Stelle noch uncondensirte Dampftheilchen mit sich führe, was möglich ist; ich habe allerdings ganz dieselbe Erscheinung eines milchweissen Strahles auch bei Wasserstrahlapparaten beobachtet*), bei denen also gar kein Dampf vorlag, wenn nur beim Mischen beider Strahlen der eine eine grosse Geschwindigkeit besass. Die Färbung und Undurchsichtigkeit des Strahles dürfte demnach auch von Wirbeln und eigenthümlicher Bewegung der Theilchen im Innern des Strahles herrühren und von der Luft, welche das Wasser absorbirt enthält und welche frei wird, wenn das Wasser unter geringeren Druck tritt und erwärmt wird.

Beispiel. Bei einem Versuche mit dem Injector, der unmittelbar am Dampfkessel angeschlossen war, wurde die als Wasserstrahl aus der Mündung F_0 (Fig. 13) kommende Mischung des Kühlwassers mit dem condensirten Dampf in einem sorgfältig ausgeführten Aichgefäss aufgefangen, in welchem sich bei Beginn des Versuches $G_2 = 44{,}665$ kg Wasser von der Temperatur $t_3 = 32{,}6^\circ$ C. befanden.

Die Versuchsdauer war genau 60 Secunden, und nach dieser Zeit befanden sich im Aichgefäss $G + G_1 + G_2 = 92{,}977$ kg Wasser von der Temperatur $t_4 = 35{,}7^\circ$.

In der gleichen Zeit strömte aus dem Gefässe C (Fig. 13), welches ebenfalls als ein genaues Aichgefäss hergestellt war, die Wassermenge $G = 46{,}266$ kg, deren Temperatur $t = 12{,}0^\circ$ betrug.

Hieraus bestimmt sich zunächst das Gewicht G_1 der Dampf- und Flüssigkeitsmenge, welche in der Zeit von 60 Sec. aus dem Kessel durch den Injector gegangen war, zu

$$G_1 = (G_1 + G_2 + G) - G - G_2 = 2{,}046 \text{ kg}.$$

Nun betrug aber der absolute Dampfdruck im Kessel 1743,5 Millimeter Quecksilbersäule, welcher Druck an einem Quecksilbermanometer abgelesen wurde. Der Kesseldruck war daher 2,3 Atmosphären und diesem entsprechen nach der Tabelle 11 des Anhangs die Werthe

$$t_1 = 125{,}07^\circ; \quad q_1 = 125{,}97; \quad r_1 = 518{,}677.$$

*) Das Locomotiven-Blasrohr. Zürich 1863. S. 117.

Setzt man die gegebenen Werthe in Gl. (47) ein und vernachlässigt man den sehr kleinen Werth Ah, der hier, wegen $h = 1{,}4$ m, nur 0,003 Cal. beträgt, so findet sich aus der angezogenen Gleichung:

$$x_1 = 0{,}993\,,$$

also so nahe der Einheit, dass man annehmen darf, der aus dem Dampfkessel nach dem Injector strömende Dampf sei trocken gesättigt.

Die Substitution der angegebenen Beobachtungswerthe in Gl. (46) giebt im vorliegenden Falle:

$$q_2 + A\frac{w_0^2}{2g} = 38{,}56\,.$$

Nun geht durch den Mündungsquerschnitt F_0, dessen Durchmesser $d_0 = 10{,}2$ mm, dessen Querschnitt demnach $F_0 = 81{,}71$ qmm beträgt, in der Minute die Flüssigkeitsmenge $G + G_1 = 48{,}312$ kg oder in der Secunde 0,8052 kg hindurch; es ergiebt sich daher nach Gl. (48) die Durchflussgeschwindigkeit

$$w_0 = 9{,}85 \text{ m}\,,$$

wobei allerdings $\sigma = 0{,}0010$ angenommen worden ist; hiernach folgt noch

$$\frac{w_0^2}{2g} = 4{,}458 \text{ m} \quad \text{und} \quad A\frac{w_0^2}{2g} = 0{,}012 \text{ Cal.}$$

und daher nach vorstehender Gleichung

$$q_2 = 38{,}55\,, \quad \text{also} \quad t_2 = 38{,}^\circ 5$$

als Temperatur des Strahles in der Mündung*).

*) Das Beispiel im Text ist einer ausgedehnten Versuchsreihe entnommen, welche ich im Anfange des Jahres 1870 an dem Versuchs-Dampfkessel der Maschinenmodellsammlung des eidgenössischen Polytechnikums in Zürich mit einem grossen Injector ausgeführt habe, theils um die merkwürdigen Vorgänge im Injector, insbesondere die Druckverhältnisse im Condensationsraume gründlicher zu studiren, theils um die Theorie des Dampfausströmens experimentell zu begründen, auf welch letztere Frage weiter unten zurückzukommen sein wird. Aus den durchgeführten 53 Versuchen, die unter verschiedenen Verhältnissen ausgeführt wurden, ist der im Text behandelte einzelne Versuch beliebig herausgegriffen worden. Obgleich die Versuche als gelungene zu bezeichnen sind, habe ich doch eine Veröffentlichung derselben bis jetzt unterlassen, weil ich hoffte, die Versuche in ausgedehnterem Maasse, insbesondere mit grösserem Kesseldruck, vielleicht unter noch günstigeren Verhältnissen wieder aufnehmen und fortsetzen zu können; die Züricher Versuche gingen nur bis zu 3,3 Atmosphären Kesseldruck; aber auch die Erwartung, dass inzwischen vielleicht von anderer Seite ähnliche, den wissenschaftlichen Bedürfnissen entsprechende Versuche ausgeführt werden würden, hat sich nicht erfüllt. Es ist gewiss eine eigenthümliche Erscheinung, dass wir noch heute nicht eine auf zuverlässige Versuche gestützte Theorie des Injectors besitzen, obgleich dieser Apparat in zahl-

Bei diesem Versuche war übrigens die verstellbare Dampfdüse so weit vorgeschoben, dass der Zuflussquerschnitt für das kalte Wasser sehr verengt und das Verhältniss des Dampfgewichtes G_1 zum Gewichte G des angesaugten Wassers abnorm erschien. Als Speiseapparat würde der Injector bei den diesem Versuche zu Grunde liegenden Daten seine Dienste versagt haben, was auch schon aus dem Werthe der der Geschwindigkeit w_0 entsprechenden Geschwindigkeitshöhe 4,458 m zu schliessen ist, da der Dampfüberdruck im Kessel bei 1,3 Atmosphären Ueberdruck einer Wassersäule von 13,4 m entspricht.

Zweiter Theil. Es möge nun weiter angenommen werden, dass der aus der Mündung F_0 (Fig. 13) tretende Wasserstrahl von der Fangdüse H aufgenommen und in den Cylinder B geführt werde, wo die Masse zur Ruhe übergeht und unter Ueberwindung des constanten Gegendruckes p_2 den Kolben zurückschiebt.

Am Ende, nach der Ausbreitung sei die Temperatur t_2', daher ist der Wärmeinhalt $J_2' = (G + G_1) q_2'$. Der anfängliche Wärmeinhalt J_2 (in der Mündung F_0) ist nach Gl. (41) bestimmt. Die im Cylinder B verrichtete Arbeit L ermittelt sich zu:

$$L = (G + G_1)(p_2 - p)\sigma ,$$

und so folgt aus der Gleichung

$$J_2 = J_2' + AL$$

unter Benutzung der angegebenen Ausdrücke

$$q_2 + A\frac{w_0^2}{2g} = q_2' + A(p_2 - p)\sigma . \qquad (50)$$

Setzt man nun diesen Werth in Gl. (45) ein, so ergiebt sich:

$$G(q_2' - q + A\sigma(p_2 - p) - Ah) = G_1(q_1 - q_2' + x_1 r_1 + A\sigma(p_1 - p_2)). \qquad (51)$$

Denkt man sich den Injector als Speiseapparat und demnach

losen Exemplaren in Gebrauch ist und Versuche, wie ich sie meine und die mehr als nur den rein praktischen Bedürfnissen entsprechen, keineswegs mit grossen Geldopfern verbunden sein würden.

Zu meinen Züricher Versuchen will ich nur noch bemerken, dass bei allen einzelnen Versuchen, wie bei dem im Text behandelten Fall der Dampf aus dem Kessel trocken gesättigt in den Injector trat. Die angewandten Aichgefässe bestanden aus parallelepipedischen Kästen, die aus gehobelten Eisenplatten zusammengefügt und mit Noniusablesungen zur genauen Bestimmung des Wasserstandes in denselben versehen waren.

den Cylinder A, wie den Cylinder B durch den Dampfkessel ersetzt, so ist $p_2 = p_1$ und Gl. (51) verwandelt sich in

$$G(q_2' - q + A\sigma(p_1 - p) - Ah) = G_1(q_1 - q_2' + x_1 r_1) \,. \quad (51^a)$$

Addirt man jetzt auf beiden Seiten dieser Gleichung den Werth $G(q_1 - q_2')$, so folgt:

$$G[q_1 - q + A\sigma(p_1 - p) - Ah] = (G_1 + G)(q_1 - q_2') + G_1 x_1 r_1 \,. \quad (52)$$

Diese Gleichung bildet das Hauptresultat der calorimetrischen Untersuchung der Giffard'schen Dampfstrahlpumpe.

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt nämlich nichts anderes dar, als die Wärmemenge Q, welche der Betrieb des Injectors fordert. G_1 ist ja das Gewicht der Dampf- und Wassermenge, welche in gegebener Zeit, nehme man an, in der Secunde, vom Kessel nach dem Injector geht; sie kehrt, mit der Speisewassermenge G vereinigt, nach dem Kessel zurück und hat daselbst nach der Ausbreitung die Temperatur t_2'.

Es muss nun das Wassergewicht $(G_1 + G)$ von der Temperatur t_2' auf die Kesseltemperatur t_1 gebracht werden, was die Wärmemenge $(G_1 + G)(q_1 - q_2')$ fordert, und dann muss die verbrauchte Dampfmenge $G_1 x_1$ bei constantem Druck wieder verdampft werden, was eine Wärmemenge $G_1 x_1 r_1$ erforderlich macht; es ist daher in der That, wie behauptet wurde, die zum Injectorbetrieb erforderliche Wärmemenge

$$Q = (G_1 + G)(q_1 - q_2') + G_1 x_1 r_1 \,.$$

Nach Gl. (52) findet sich dann aber auch

$$Q = G[q_1 - q + A\sigma(p_1 - p) + Ah] \,, \quad (53)$$

wenn man das Zeichen von h ändert, also annimmt, dass das Speisewasser dem Injector nicht mit der Druckhöhe h zugedrückt wird, sondern, dass der Injector das Wasser um die Höhe h aufwärts saugen muss, wie es gewöhnlich der Fall ist.

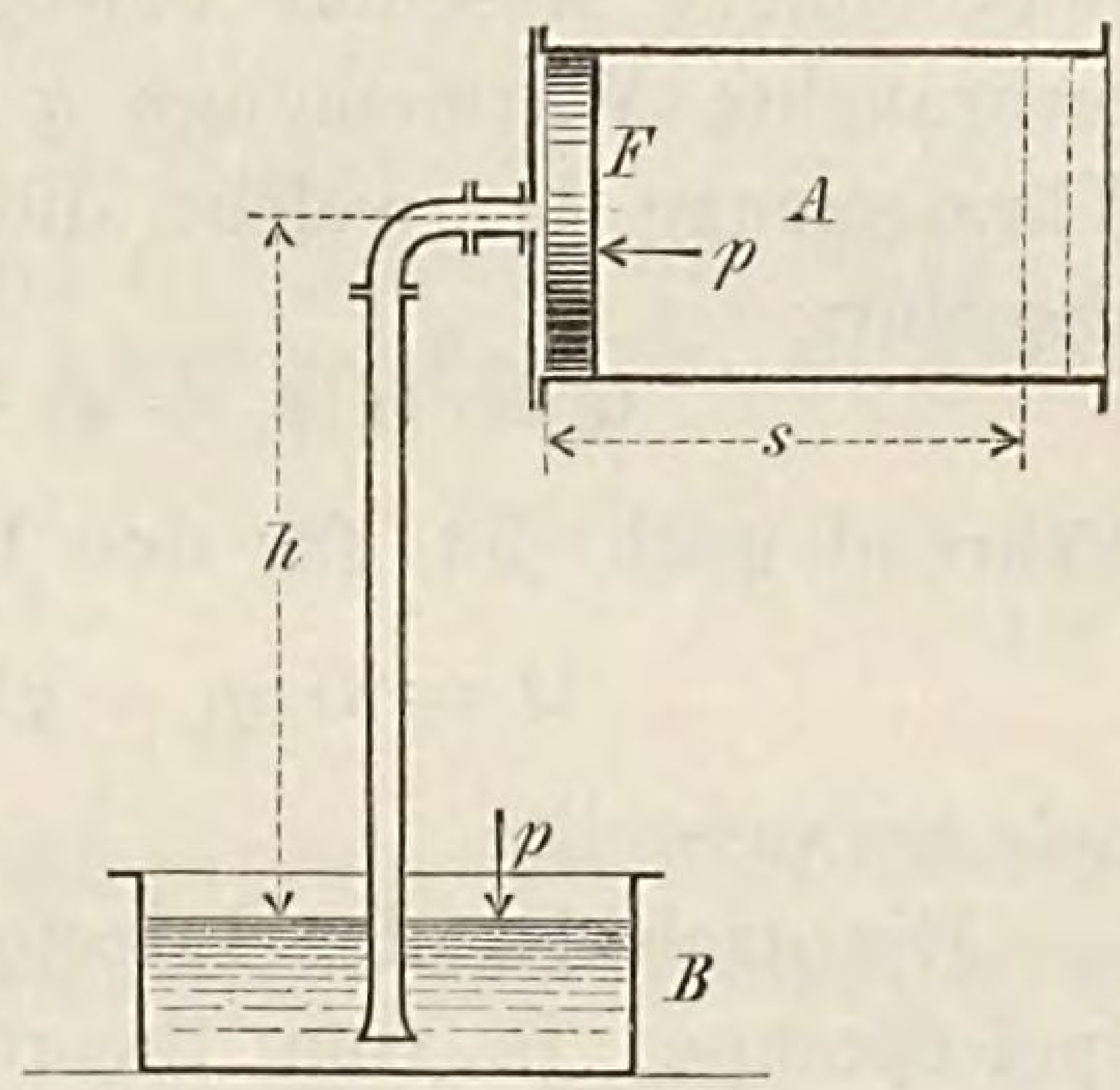
Die vorstehende Gleichung führt auf sehr merkwürdige Resultate; sie zeigt, dass der Wärmebedarf beim Speisen mit dem Injector ganz unabhängig ist von der Menge und Beschaffenheit des Dampfes (von G_1 und x_1), welchen er zu seinem Betriebe fordert; er ist auch unabhängig von der Temperatur t_2 des Strahles in der Mündung F_0 (Fig. 13) und von der Temperatur t_2', mit welcher das Wasser in den Kessel eintritt, ferner von allen Einzel-

dimensionen des Injectors, wenn derselbe nur überhaupt in Thätigkeit ist und nicht versagt.

Die beiden Glieder $A\sigma(p_1 - p)$ und Ah sind in den gewöhnlichen praktischen Fällen so klein, dass sie vernachlässigt werden können; die Grösse der Saughöhe h, sowie der Druck p ist demnach auf die Wärmemenge Q von ganz untergeordnetem Einfluss, es ist also gleichgültig, ob der Druck p, wie beim Giffard'schen Injector, mit dem äusseren Atmosphärendruck oder wie beim Schau'schen Injector mit dem Druck im Mischungsraume identisch ist.

Die erhaltenen Formeln geben allerdings keinerlei Aufschluss über die einzelnen Dimensionen, welche dem Injector zu geben sind, für das Anlassen und die Inbetriebsetzung wird aber die Saughöhe h und die Temperatur t des Speisewassers von wesentlichem Einfluss sein.

Fig. 14.



Von technischer Wichtigkeit ist noch der Vergleich des Injectors mit der gewöhnlichen Speisepumpe.

Es sei A der Cylinder einer Speisepumpe (Fig. 14), F der Kolbenquerschnitt, s der Kolbenhub; die Pumpe sauge das Wasser aus dem offenen Gefässe B um die Höhe h herauf. Hier herrscht rechts vom Kolben, da der Cylinder rechts offen gedacht werden möge, die Pumpe also einfachwirkend sein soll, der atmosphärische Druck p; links vom Kolben wird der Druck $(p - h\gamma)$ vorliegen, wenn γ das specifische Gewicht des Wassers $(\gamma = 1000)$ bedeutet. Die Differenz beider Pressungen ist demnach $h\gamma$ und die Kolbenkraft beim Saugen $Fh\gamma$, daher die Arbeit L':

$$L' = Fh\gamma s\,.$$

Beim Rückgang des Kolbens wird die Wassermasse unter dem Gegendruck p_1 in den Kessel gedrückt, es ist demnach die Druckarbeit L'':

$$L'' = Fs(p_1 - p)\,.$$

Beide Werthe zusammengefasst geben die ganze Pumpenarbeit L (allerdings unter Vernachlässigung aller Reibungen und hydraulischen Widerstände)

$$L = Fs\gamma\left[\frac{p_1 - p}{\gamma} + h\right].$$

Es ist aber $Fs\gamma = G$ das Gewicht der Speisewassermenge, und da ausserdem die Beziehung $\gamma\sigma = 1$ besteht, so folgt die Pumpenarbeit

$$L = G[(p_1 - p)\sigma + h]. \tag{54}$$

Im Kessel muss das Speisewasser von t auf t_1 erwärmt werden, was eine Wärmemenge Q' fordert, welche durch

$$Q' = G(q_1 - q) \tag{55}$$

bestimmt ist. Nun ist aber im vorliegenden Fall die der Pumpenarbeit L entsprechende Wärmemenge nicht etwa AL, sondern sie ist grösser, selbst wenn die Pumpe durch eine theoretisch vollkommene Maschine bewegt würde. Setzt man die zur Arbeit verbrauchte Wärmemenge φAL, wobei $\varphi > 1$ ist, so folgt die Wärmemenge Q, welche die Speisung durch eine Speisepumpe absorbirt:

$$Q = G(q_1 - q) + \varphi A[(p_1 - p)\sigma + h],$$

während nach (53) für den Injector

$$Q = G(q_1 - q) + A[(p_1 - p)\sigma + h]$$

sich herausstellte.

Hiernach ist der Injector als Speiseapparat besser, als die Speisepumpe, ja vom theoretischen Standpunkte aus muss der Injector als der vollkommenste Speiseapparat angesehen werden, der überhaupt erdacht werden kann; dieser Ausspruch gilt aber nur für den Fall der Kesselspeisung. Als einfacher Wasserhebungsapparat ist die Giffard'sche Dampfstrahlpumpe mechanisch sehr unvortheilhaft, weil durch die unnöthige Erwärmung des gehobenen Wassers der Dampf in unzweckmässiger Weise verwerthet wird. Bemerkenswerth ist endlich noch, dass aus allen entwickelten Formeln sich leicht Näherungsformeln ableiten lassen, wenn man die mit dem Factor A versehenen Glieder weglässt.

In diesem Falle giebt z. B. Gl. (45) S. 129

$$(G + G_1)q_2 = G_1(q_1 + x_1 r_1) + Gq,$$

oder wenn man trockenen Dampf voraussetzt und wie früher die Gesammtwärme $q_1 + r_1$ mit λ_1 bezeichnet, endlich bei den verhältnissmässig niedrigen Temperaturen t_2 und t an die Stelle der Flüssigkeitswärmen q_2 und q die Temperaturen selbst einsetzt:

$$t_2 = \frac{G_1 \lambda_1 + G t}{G_1 + G}. \tag{45^a}$$

Hiernach bestimmt sich näherungsweise die Temperatur t_2 des Strahles beim Eintritt in die Fangdüse H (Fig. 13, S. 127).

Aus Gl. (50) S. 133 folgt bei denselben Vernachlässigungen $q_2' = q_2$ oder

$$t_2' = t_2, \tag{50^a}$$

wonach die Temperatur t_2' des Strahles im Kessel nach seiner Ausbreitung und dem Uebergange zur Ruhe mit seiner Temperatur t_2 beim Eintritt in die Fangdüse nahezu und vielleicht in den meisten Fällen mit hinreichender Genauigkeit von gleichem Werthe angenommen werden kann.

Von Gl. (45ª) hat man schon vielfach Gebrauch gemacht, ohne freilich zu bemerken, dass sie nur näherungsweise richtig ist.

Wären die Temperaturen t_1, t und t_2 bekannt, was bezüglich des letzteren Werthes von vornherein nicht der Fall ist, so würde aus Gl. (45ª) auch folgen

$$\frac{G}{G_1} = \frac{\lambda_1 - t_2}{t_2 - t} \tag{45^b}$$

und somit das Wassergewicht G, welches vom Dampfgewicht G_1 angesaugt wird. Wollte man t_2 wählen, so ergäbe diese Formel die Wassermenge G, die mindestens angesaugt werden müsste, um vollständige Condensation herbeizuführen.

III. Ueber die strömende Bewegung und über den Ausfluss nasser Dämpfe.

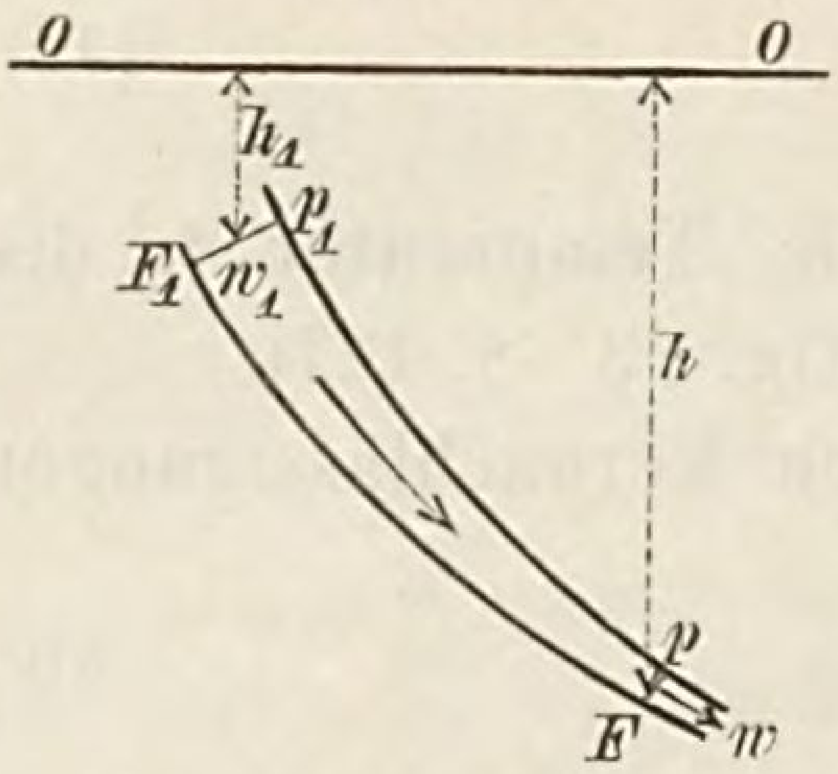
§ 20. Grundformeln für die strömende Bewegung nasser Dämpfe.

Die Hauptgleichungen, welche in Bd. I § 40 S. 212 für die strömende Bewegung einer Flüssigkeit überhaupt abgeleitet worden sind, lassen sich unter den dort gemachten Voraussetzungen ohne Weiteres in die Form überführen, in welcher sie zum Zweck

der Untersuchung des Strömens nasser Dämpfe directe Verwendung finden können.

Strömt irgend eine Flüssigkeit unter dem alleinigen Einfluss der Schwerkraft durch ein Gefäss F_1F mit continuirlich veränderlichen Querschnitten (Fig. 15) um die verticale Höhe $h - h_1$ herab; ist im obern Querschnitt F_1 Druck und Volumen durch p_1 und v_1 gegeben, w_1 die Geschwindigkeit daselbst und gelten für die gleichen Grössen im untern Querschnitte F die Bezeichnungen p, v und w, so ergab sich (Bd. I S. 216) als erste Hauptgleichung:

Fig. 15.



$$Q = A[pv - p_1 v_1 + (U + H) - (U_1 + H_1) - (h - h_1)] \quad \text{(I)}$$

oder in Differentialform geschrieben:

$$dQ = A[d(pv) + dU + dH - dh], \quad \text{(I}^{a}\text{)}$$

wobei Q die Wärmemenge darstellt, welche der Gewichtseinheit Flüssigkeit auf dem Wege von F_1 nach F von aussen zugeführt wird; U_1 und U sind die Werthe der inneren Arbeit und H_1 und H die Werthe der Strömungsenergie der Gewichtseinheit im ersten und zweiten Querschnitte, d. h.

$$H = \frac{w^2}{2g} \quad \text{und} \quad H_1 = \frac{w_1^{\,2}}{2g}. \quad (1)$$

Als zweite Hauptgleichung stellte sich heraus:

$$Q + AW = A(U - U_1) + A\int_{v_1}^{v} p\,dv, \quad \text{(II)}$$

oder in Differentialform geschrieben:

$$dQ + AdW = A[dU + p\,dv], \quad \text{(II}^{a}\text{)}$$

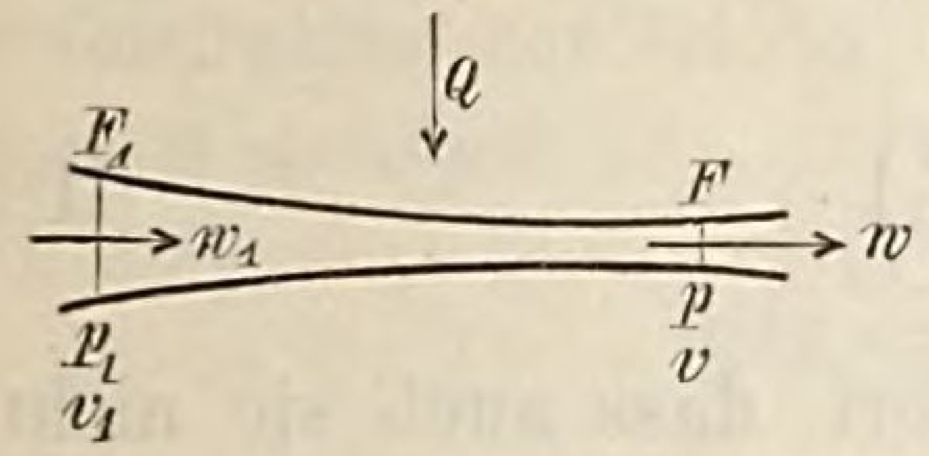
wobei W die Arbeit der schädlichen Widerstände auf dem Wege von F_1 nach F bedeutet, bezogen auf die Gewichtseinheit Flüssigkeit.

Ist endlich noch G das Gewicht der Flüssigkeit, welche im Beharrungszustand durch jeden Querschnitt hindurchgeht, so hat man noch die Gleichungen

$$Gv = Fw \quad \text{und} \quad Gv_1 = F_1 w_1. \quad (2)$$

Bei der Anwendung dieser Formeln auf strömende Dämpfe mag der Vereinfachung wegen durchgängig angenommen werden, dass, wie in Fig. 16, die Gefässaxe horizontal liegt, also $h = h_1$ vorausgesetzt sei und dann weiter, dass adiabatische Strömung vorliege, dass also der Flüssigkeit weder Wärme mitgetheilt noch entzogen werde, demnach $Q = 0$ und $dQ = 0$ sei. Trotz dieser Einschränkungen, die man übrigens leicht wieder fallen lassen kann, werden durch die folgenden Formeln doch alle technisch wichtigen Fälle umschlossen.

Fig. 16.



Man erhält nun aus Gl. (I^a)

$$AdH = -A[d(pv) + dU], \qquad (I^b)$$

und aus Gl. (II^a)

$$AdW = A[dU + pdv]. \qquad (II^b)$$

Die Addition liefert dann noch die Beziehung

$$d(H + W) = -vdp, \qquad (III)$$

welche Gleichung mittelst der in Bd. I S. 218 gegebenen graphischen Darstellung bereits besprochen worden ist.

Erste Umformung. Bei nassen Dämpfen ist $v = xu + \sigma$ und nach Gl. (41) S. 47:

$$AdH = dq + d(x\varrho),$$

daher folgt für solche nach Gl. (I^b), wenn man dabei die Beziehung $r = \varrho + Apu$ benutzt,

$$AdH = -[dq + d(xr) + A\sigma dp],$$

und hieraus durch Integration:

$$A\frac{(w^2 - w_1^2)}{2g} = q_1 - q + x_1 r_1 - xr + A\sigma(p_1 - p). \qquad (I^c)$$

Diese Gleichung ist aber zur Lösung des Problems noch unzureichend; wenn man auch die Grössen w_1 und x_1, sowie die vom Drucke p_1 abhängigen Werthe q_1 und r_1 im ersten Querschnitte F_1 und den Druck p im zweiten Querschnitte F kennt, so lässt sich doch die Geschwindigkeit w im letzteren nicht bestimmen, weil die specifische Dampfmenge x daselbst nicht von vornherein

bekannt ist. Zu diesem Zwecke muss man noch Gl. (II^b) zu Hülfe nehmen.

Nach der auf S. 52 gegebenen dritten Umformung der dortigen Hauptgleichungen schreibt sich nun aber Gl. (II^b) in folgender Form:

$$AdW = Td\left(\tau + \frac{xr}{T}\right). \qquad (II^c)$$

Man erkennt aus dieser Gleichung sofort, dass auch sie nicht zur Lösung führt, d. h. zur Bestimmung der Grösse x benutzt werden kann, weil zunächst nicht bekannt ist, in welcher Art die in Wärme verwandelte Widerstandsarbeit AdW mit den Urvariabeln x und p zusammenhängt.

Für den Fall, dass man die schädlichen Widerstände vernachlässigen, also $AdW = 0$ setzen darf, ist allerdings die Lösung sofort ermöglicht; man erhält aus Gl. (II^c):

$$\tau + \frac{xr}{T} = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}. \qquad (3)$$

Aus dieser Gleichung bestimmt sich die specifische Dampfmenge x und daher folgt, wenn man Gl. (3) in Gl. (I^c) benutzt*):

$$A\frac{(w^2 - w_1^2)}{2g} = x_1 r_1 \frac{(T_1 - T)}{T_1} + q_1 - q - T(\tau_1 - \tau) + A\sigma(p_1 - p). \qquad (I^d)$$

Ist hieraus w bestimmt, so ermittelt sich das Gewicht G von Dampf und Flüssigkeit, welches in der Secunde durch den Querschnitt F hindurchgeht, aus der Gleichung

$$G(xu + \sigma) = Fw. \qquad (4)$$

Zweite Umformung. Nach den auf S. 50 gegebenen Darlegungen ergiebt Gl. (52) dort die Zunahme der inneren Arbeit U auch in folgender Form:

$$AdU = \omega dt + d\left(v\frac{\varrho}{u}\right). \qquad (5)$$

*) Die im Text gegebenen Formeln über den Ausfluss nasser Dämpfe habe ich unter der Voraussetzung der Vernachlässigung der schädlichen Widerstände zuerst in meinem Buche »Das Locomotivenblasrohr«, Zürich 1863, entwickelt, später im Civilingenieur, Bd. 10, 1864, S. 87 und Bd. 17, 1871, S. 71 die Untersuchungen weiter geführt und insbesondere auf den Ausfluss hocherhitzter Flüssigkeiten ausgedehnt.

Geht man nun wieder zu den allgemeinen Gleichungen (I^a) und (II^a) zurück, indem man zwar die Gefässaxe wie in Fig. 16 horizontal, also $dh = 0$ voraussetzt, dagegen den Gedanken an eine Wärmemittheilung wieder aufnimmt, so giebt zunächst die Substitution von Gl. (5) in Gl. (I^a) mit Rücksicht auf die Beziehung $r = \varrho + Apu$

$$dH = dQ - \omega dT - d\left(\frac{r}{u} v\right) . \qquad \text{(III)}$$

Andererseits folgt aus Gl. (II^a) mit Rücksicht auf Gl. (51^a) S. 51

$$dQ + AdW = \omega dT + ATd\left(v \frac{dp}{dt}\right) .$$

Nach der Clapeyron'schen Gleichung ist aber:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{r}{AuT} ,$$

wodurch an die Stelle der vorstehenden Gleichung die folgende tritt:

$$dQ + AdW = \omega dT + Td\left(\frac{r}{uT} v\right) . \qquad \text{(IV)}$$

Gln. (III) und (IV) umfassen das Resultat der vorliegenden zweiten Umformung.

Denkt man wieder, wie oben bei der ersten Umformung, an strömende Bewegung ohne Wärmemittheilung, so ist $dQ = 0$, und man erhält aus Gl. (III) durch Integration:

$$A \frac{(w^2 - w_1^2)}{2g} = \omega(T_1 - T) + \frac{r_1}{u_1} v_1 - \frac{r}{u} v , \qquad \text{(III}^a\text{)}$$

während Gl. (IV) sich schreibt

$$AdW = \omega dT + Td\left(\frac{r}{uT} v\right) . \qquad \text{(IV}^a\text{)}$$

Hier gilt wieder das, was vorhin bei der Besprechung von Gl. (I^c) und (II^c), mit denen die vorstehenden Gleichungen natürlich identisch sind, hervorgehoben wurde.

Erst wenn bekannt wäre, wie sich W mit Druck und Volumen ändert, liesse sich für den im Querschnitte F gegebenen Druck p das zugehörige Volumen und die Geschwindigkeit w berechnen.

Für den speciellen Fall der Vernachlässigung der Widerstände, also für $dW = 0$, giebt Gl. (IV^a) durch Integration

$$\omega \operatorname{logn} T + \frac{r}{u\,T}\,v = \omega \operatorname{logn} T_1 + \frac{r_1}{u_1\,T_1}\,v_1\,, \qquad (IV^b)$$

und aus dieser Gleichung lässt sich das specifische Volumen v des nassen Dampfes im Querschnitte F berechnen; die specifische Dampfmenge x daselbst bestimmt sich dann aus der Beziehung $v = xu + \sigma$.

Die Benutzung von Gl. (IV^b) in Gl. (III^a) giebt

$$A\,\frac{(w^2 - w_1^{\,2})}{2g} = \frac{r_1}{u_1\,T_1}\,(T_1 - T)\,v_1 + \omega\left[T_1 - T - T \operatorname{logn}\frac{T_1}{T}\right]. \qquad (III^b)$$

Ist aus dieser Formel w bestimmt, so findet sich dann das Gewicht G der Dampf- und Flüssigkeitsmasse, welche in der Secunde durch den Querschnitt F geht, aus

$$Gv = Fw\,. \qquad (6)$$

Die letzten Formeln gelten, wie erwähnt, unter der Voraussetzung, dass keine schädlichen Widerstände vorliegen, wie Reibung der strömenden Flüssigkeiten an den Wandungen.

Sind aber, was streng genommen jederzeit der Fall ist, solche vorhanden, so wird der Arbeitsverlust in Verminderung der kinetischen Energie, der Strömungsenergie, hervortreten, die entsprechende Arbeit sich in Wärme verwandeln und die Wirkung dieselbe sein, wie wenn der Masse Wärme von aussen zugeführt würde, was auch der Bau der obigen Formeln (II^c) und (IV^a) andeutet.

Es giebt noch keinen Weg, um den Werth AdW analytisch darstellen zu können, ohne zu gewissen Hypothesen greifen zu müssen.

Bei Untersuchung des Ausströmens der Gase bin ich bezüglich der Einführung der Widerstände in die Rechnungen von der Annahme ausgegangen, dass die Widerstandsarbeit dW der Temperaturänderung proportional angenommen werden dürfe (vergl. Bd. I Gl. (16) S. 227); vorausgesetzt, dass bei strömenden Dämpfen unter gewissen Verhältnissen, z. B. beim Ausströmen durch einfache Mündungen dieselbe Annahme gemacht werden dürfte, wäre daher zu setzen

$$AdW = -\,\omega_0\,dT\,,$$

wobei ω_0 eine für den betreffenden Fall durch Versuche zu ermittelnde Constante ist*).

Aus Gl. (IV^a) folgt dann

$$-\omega_0 dT = \omega dT + Td\left(\frac{r}{uT}v\right),$$

hieraus durch Integration

$$\frac{r}{uT}v = (\omega + \omega_0)\,\text{logn}\,\frac{T_1}{T} + \frac{r_1}{u_1 T_1}v_1 \tag{V}$$

und dann nach Gl. (III^a)

$$A\frac{(w^2 - w_1^2)}{2g} = \frac{r_1}{u_1 T_1}(T_1 - T)v_1 + \omega(T_1 - T) - (\omega + \omega_0)T\,\text{logn}\frac{T_1}{T}\,. \tag{VI}$$

Liegen keine Widerstände vor, so ist $\omega_0 = 0$, sodass nach Gl. (V) der Schluss zu ziehen ist, dass die Widerstände das specifische Volumen v und damit auch die specifische Dampfmenge x vergrössern; die Geschwindigkeit w im Querschnitt F wird dagegen unter sonst gleichen Verhältnissen vermindert.

Ist die Druckdifferenz in beiden Querschnitten nicht bedeutend, so ist es noch weniger die Temperaturdifferenz; man kann daher den in Gl. (VI) vorkommenden Logarithmus nach einer Reihe entwickeln:

$$\text{logn}\,\frac{T_1}{T} = \text{logn}\left[1 + \frac{T_1 - T}{T}\right] = \frac{T_1 - T}{T} - \frac{1}{2}\left(\frac{T_1 - T}{T}\right)^2 + - \ldots \tag{7}$$

und sich mit den ersten beiden Gliedern in der Reihe begnügen. Dann ergiebt Gl. (VI)

$$A\frac{(w^2 - w_1^2)}{2g} = \left[\frac{r_1}{u_1 T_1}v_1 - \omega_0 + (\omega + \omega_0)\frac{(T_1 - T)}{2T}\right](T_1 - T)\,. \tag{VI^a}$$

Aus Gl. (V) ergiebt sich ebenso näherungsweise, wenn man sich in Gl. (7) mit dem ersten Gliede der Reihe begnügt:

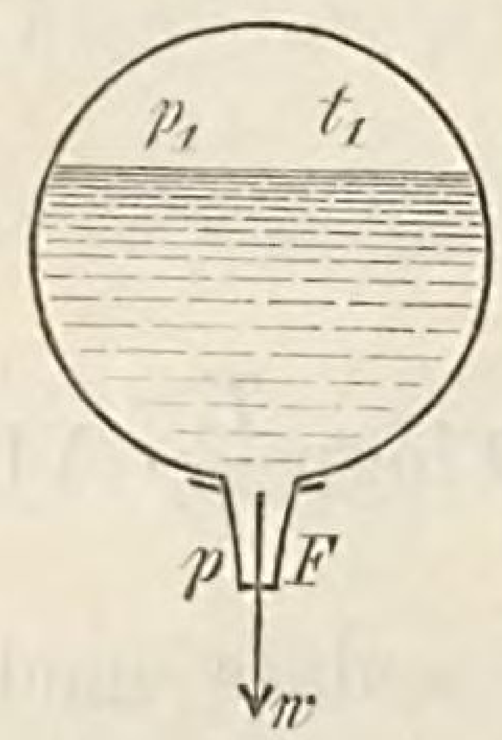
$$\frac{r}{u}v = \frac{T}{T_1}\frac{r_1}{u_1}v_1 + (\omega + \omega_0)(T_1 - T)\,. \tag{V^a}$$

*) Bei Gasen ist, wie aus der Verbindung der Gln. (20) und (23^a) Bd. I S. 227 und 228 hervorgeht, $\omega_0 = \zeta c_p$, wo ζ den Widerstandscoefficienten in dem dort eingeführten Sinne und c_p die specifische Wärme des Gases bei constantem Druck darstellt.

§ 21. Ausfluss hocherhitzter Flüssigkeiten aus einfachen Mündungen bei constantem Druck.

In einem Gefässe, z. B. einem Dampfkessel, befinden sich (Fig. 17) Flüssigkeit und Dampf vom Drucke p_1 und der diesem Drucke entsprechenden Temperatur t_1. Am untern Theil des Kessels, im Wasserraume, sei ein im Innern gut abgerundetes Abflussrohr, dessen Ausflussquerschnitt F qm betragen mag, angebracht. Der Druck in der Ebene der Mündung sei p, das specifische Volumen daselbst sei v; die Ausflussgeschwindigkeit w. Hier ist dann die Anfangsgeschwindigkeit $w_1 = 0$, ebenso die anfängliche specifische Dampfmenge $x_1 = 0$ zu setzen, und es ergeben demnach die Formeln der ersten Umformung, unter Vernachlässigung der Widerstände das Folgende:

Fig. 17.



Nach Gl. (I^a) ist:

$$A\frac{w^2}{2g} = q_1 - q - T(\tau_1 - \tau) + A\sigma(p_1 - p) \,. \tag{8}$$

Die specifische Dampfmenge x in der Mündungsebene ist nach Gl. (3) aus

$$xr = T(\tau_1 - \tau) \tag{9}$$

und dann das specifische Volumen v an der gleichen Stelle aus

$$v = xu + \sigma \tag{10}$$

zu bestimmen. Die in der Secunde durch die Mündung austretende Dampf- und Flüssigkeitsmenge ist in Kilogramm gemessen:

$$G = F\frac{w}{v} \,. \tag{11}$$

Das Gewicht D der Dampfmenge, welche in der Secunde die Mündung passirt, ist endlich

$$D = Gx \,, \tag{12}$$

während in Form von Flüssigkeit $G(1 - x)$ kg durch die Mündung geht.

Ist der Druck p in der Mündungsebene mit dem Druck identisch, der überhaupt ausserhalb des Kessels herrscht, so wird

nach dem Verlassen der Mündung, beim Uebergang zur Ruhe, ein Theil der Flüssigkeit noch in Dampf übergehen, und zwar geschieht das unter constantem Druck p der Art, als wenn die in Calorien gemessene durch Gl. (8) gegebene Strömungsenergie als Wärme von aussen her zugeführt würde.

Ist x' die specifische Dampfmenge im schliesslichen Ruhezustand, so gilt daher die Beziehung

$$A\frac{w^2}{2g} = r(x' - x)\ , \tag{13}$$

woraus sich x' ermittelt. Aus der Verbindung dieser Gleichung mit Gln. (8) und (9) folgt übrigens zur directen Berechnung der specifischen Dampfmenge x' auch die Formel:

$$rx' = q_1 - q + A\sigma(p_1 - p)\ . \tag{14}$$

Beispiel. In einem Dampfkessel steht das Wasser unter einem Dampfdruck von $p_1 = 5$ Atmosphären, hat also die Temperatur $t_1 = 152{,}^\circ 22$. Der Ausfluss des heissen Kesselwassers finde in die freie Atmosphäre statt; es sei also $p = 1$ Atmosphäre und $t = 100^\circ$. Unter Benutzung der Tabelle 11 des Anhanges berechnet sich hier zunächst nach Gl. (9) die specifische Dampfmenge x in der Mündungsebene

$$x = 0{,}0929$$

und das specifische Volumen v daselbst nach Gl. (10)

$$v = 0{,}1532\ ,$$

ferner nach Gl. (8)

$$A\frac{w^2}{2g} = 3{,}516 \text{ Cal.}$$

und hieraus die Ausflussgeschwindigkeit

$$w = 171{,}02 \text{ Meter.}$$

Das Dampf- und Wassergemisch, welches in der Secunde durch F Quadratmeter Mündungsquerschnitt, in Kilogrammen gemessen ausströmt, ist nach Gl. (11)

$$G = 1108{,}9\ F$$

und davon ist dampfförmig

$$D = 130{,}0\ F.$$

Die specifische Dampfmenge x' nach der Ausbreitung findet sich nach Gl. (13) oder (14)

$$x' = 0{,}1068.$$

Auf dem im vorstehenden Beispiel eingeschlagenen Wege ist die nachfolgende Tabelle berechnet worden.

Ausfluss von erhitztem Wasser unter dem der Temperatur entsprechenden Dampfdruck in die freie Atmosphäre.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Druck im Kessel p_1 Atmosphären	$A\frac{w^2}{2g}$	Ausfluss-geschwindig-keit w Meter	Specifische Dampfmenge in der Mündung x	Ausflussmengen in Kilogr. pro Secunde. Wasser und Dampf G kg	Dampf D kg
1.1	0.012	10.07	0.0050	1094.6 F	5.5 F
1.2	0.049	20.17	0.0097	1186.4	11.5
1.4	0.139	33.97	0.0180	1102.8	19.9
1.6	0.267	47.09	0.0254	1097.7	27.9
1.8	0.413	58.65	0.0320	1090.1	34.9
2	0.581	69.52	0.0379	1094.6	41.5
3	1.531	112.85	0.0615	1101.6	67.7
4	2.530	145.07	0.0789	1106.2	87.3
5	3.516	171.02	0.0929	1108.9	103.0
6	4.477	192.98	0.1045	1113.2	116.3
7	5.403	212.00	0.1146	1115.7	127.8
8	6.297	228.87	0.1235	1118.1	138.1
9	7.165	244.14	0.1315	1120.4	147.3
10	8.003	258.02	0.1387	1122.9	155.7
11	8.814	270.78	0.1454	1124.4	163.5
12	9.603	282.64	0.1515	1126.6	170.7
13	10.370	293.71	0.1573	1127.7	177.4
14	11.116	304.09	0.1626	1129.6	183.7

Diese Tabelle ergiebt sehr merkwürdige Resultate.

Zuerst erkennt man, dass dem aus dem Wasserraume eines Dampfkessels austretenden Wasser in der Mündungsebene jederzeit Dampf, der sich während des Hinströmens nach der Mündung bildet, beigemischt ist, und diese Dampfmenge ist dem Gewichte nach um so grösser, je grösser der Druck im Kessel ist.

Das Gewicht G der Mischung von Dampf und Wasser, das in der Secunde zum Ausfluss gelangt, ist aber nahezu constant für alle Pressungen bis zu 14 Atmosphären, woraus der Schluss zu ziehen ist, dass die Ausflussmenge vom Dampfdruck im Kessel nahezu unabhängig und wohl, was noch näherer Untersuchung unterworfen werden wird, nur von der Grösse des äusseren Druckes abhängig ist.

Eine Vergleichung der genauen in Columne 5 angegebenen Werthe der Ausflussmenge G zeigt, dass bei 1,8 Atmosphären

Kesseldruck ein Minimum der Ausflussmenge vorliegt; dabei muss man sich übrigens bei den kleineren Kesselpressungen vorstellen, dass die Ausflussöffnung nahe unter dem Wasserspiegel liegt, weil im anderen Falle in die benutzten Ausflussformeln noch die Höhe des Wasserspiegels über der Mündung in Rechnung gebracht werden müsste. Da bei einem Kesseldruck von einer Atmosphäre gar kein Ausströmen stattfinden, also $G = 0$ sein wird, so ist der Schluss zu ziehen, dass bei einem gewissen Kesseldruck ein Maximum der Ausflussmenge vorliegen muss, dessen Bestimmung von keinem praktischen Werthe ist, und wohl auch auf analytischem Wege aus den abgeleiteten Formeln schwer ausführbar wäre. Nach der Tabelle scheint dieses Maximum bei ungefähr 1,2 Atmosphären Kesseldruck zu liegen.

Zu bemerken ist übrigens noch, dass die Resultate vorstehender Rechnung nur unter der ausdrücklichen Voraussetzung gültig sind, dass die Widerstände als sehr klein vernachlässigt werden dürfen.

Bei Berücksichtigung der Widerstände wären die Resultate zu benutzen, auf welche oben die zweite Umformung der allgemeinen Gleichungen geführt hat.

Für diesen Fall giebt dann Gl. (VI^a), wenn man $w_1 = 0$ und $v_1 = \sigma$ setzt:

$$A\frac{w^2}{2g} = \left[\frac{r_1}{u_1 T_1}\sigma - \omega_0 + (\omega + \omega_0)\frac{(T_1 - T)}{2T}\right](T_1 - T)\,, \qquad (15)$$

und aus Gl. (V^a) ergiebt sich

$$\frac{r}{u}v = \frac{T}{T_1}\frac{r_1}{u_1}\sigma + (\omega + \omega_0)(T_1 - T)\,. \qquad (16)$$

Vernachlässigt man auch hier wieder die Widerstände, so ist $\omega_0 = 0$ zu setzen; vernachlässigt man auch noch die mit dem Factor σ versehenen Glieder, so folgt aus Gl. (15) und (16)

$$w = (T_1 - T)\sqrt{\frac{\omega g}{AT}}\,, \qquad [15^a)$$

$$\frac{r}{u}v = \omega(T_1 - T)\,, \qquad (16^a)$$

und daher aus der Beziehung $Gv = Fw$ für die Ausflussmenge G die Näherungsformel:

$$G = F\frac{r}{u}\sqrt{\frac{g}{A\omega T}}\,. \tag{17}$$

Diese Formel enthält nun in der That keine Grösse mehr, die vom Kesseldrucke p_1 abhängt, wonach also auch auf theoretischem Wege der Nachweis geliefert ist, dass beim Ausfluss des unter Dampfdruck stehenden Kesselwassers die Ausflussmenge näherungsweise als unabhängig vom Kesseldrucke angesehen werden darf. Findet der Ausfluss in die freie Atmosphäre statt, und setzt man die dem atmosphärischen Drucke entsprechenden Werthe von r, u und T in vorstehende Formel ein, so findet sich, weil für Wasser $\omega = 1$ ist,

$$G = 1090{,}2 \cdot F$$

in hinreichender Uebereinstimmung mit den Resultaten der Tabelle auf S. 146. Der vorstehende Werth stimmt, wohl nur zufällig, mit dem dort angegebenen Minimalwerthe überein.

Die Resultate der vorstehenden Untersuchung weichen vollständig ab von den Ergebnissen, auf welche die bekannten hydraulischen Sätze führen.

Beim einfachen Ausfluss von kaltem Wasser oder wenn die Temperaturänderungen beim Hinströmen nach der Mündung so gering sind, dass eine Dampfbildung nicht eintritt, ergiebt sich aus den Gln. (8) bis (11) S. 144

$$\frac{w^2}{2g} = \sigma(p_1 - p)\,,$$

ferner $x = 0$, $v = \sigma$ und hiernach das Gewicht der Wassermenge, welche in der Secunde durch den Querschnitt von F qm ausströmt (ohne Berücksichtigung der Widerstände)

$$G = F\frac{w}{\sigma}\,.$$

Nach diesen, schon aus der Hydraulik bekannten Formeln sind die Werthe der folgenden Tabelle berechnet worden, um den Vergleich mit den in der Tabelle auf S. 146 enthaltenen Rechnungsergebnissen zu erleichtern.

Ausfluss von kaltem Wasser in die freie Atmosphäre.

Druck im Ausflussgefäss, in der Ebene der Mündung. Atmosphären	Ueberdruck in Wassersäule. Meter	Ausflussgeschwindigkeit w Meter	Ausflussmenge G Kilogramm
1.1	1.033	4.503	4503 F
1.2	2.067	6.368	6368
1.4	4.133	9.005	9005
1.6	6.200	11.029	11029
1.8	8.266	12.735	12735
2.0	10.333	14.238	14238

Der Vergleich zeigt, dass bei kaltem Wasser die Ausflussgeschwindigkeit eine geringere, die Ausflussmenge dagegen eine viel grössere ist und zwar hier mit dem Drucke rasch zunimmt, während sie dort sich nahezu constant herausstellte. Specielle Versuche über den Ausfluss erhitzten Wassers unter dem der Temperatur entsprechenden Dampfdruck liegen bis jetzt nicht vor; dass mit dem Wasser gleichzeitig Dampf durch die Mündung geht, ist allerdings längst bekannt; beim Ausströmen durch die Probierhähne, die im Innern in den Wasserraum eines Dampfkessels münden, ist bei hohem Dampfdruck, z. B. bei Locomotivkesseln, die in der Mündung erscheinende Dampfmenge so beträchtlich, dass man leicht geneigt sein kann, anzunehmen, der Ausfluss finde aus dem Dampfraume statt.

Beobachtungen, durch welche wenigstens im Allgemeinen die Resultate meiner Rechnungen auf ihre Richtigkeit geprüft würden, könnten beim Abblasen eines Dampfkessels angestellt werden. Liesse man aus einem geaichten Dampfkessel das unter Dampf stehende Wasser durch den Wasserabflusshahn ausströmen, so müsste in gleichen Zeiten die gleiche Ausflussmenge vorliegen, unabhängig vom Kesseldruck; ob also das Entleeren des Kessels bei hohem oder bei niedrigem Druck erfolgt, die Zeit des Entleerens müsste auf den gleichen Werth führen, wenn nur bei jedem einzelnen Versuche der Wasserstand im Kessel beim Beginn und am Ende des Abblasens der nämliche wäre.

Von den oben gewonnenen Formeln wird unten bei der Theorie der Kaltdampfmaschinen Gebrauch zu machen sein, da bei diesen Maschinen der angenommene Fall vorliegt, d. h. Flüs-

sigkeit unter den oben gemachten Voraussetzungen aus einem Raume nach einem anderen, nämlich vom Condensator nach dem Verdampfer, strömt.

§ 22. Ausfluss trockener gesättigter Dämpfe aus einfachen Mündungen bei constantem Druck.

Lässt man den Dampf aus dem weiten Dampfraume eines Dampfkessels, in welchem durch Nachverdampfen der Druck auf constanter Höhe erhalten wird, durch eine einfache Mündung nach einem anderen Raume strömen, in welchem der Druck ebenfalls auf constanter Höhe erhalten wird, so ist in Gl. (I^d) S. 140 $w_1 = 0$ zu setzen und überdies, da im Ausflussgefäss trockener Dampf vorausgesetzt wird, $x_1 = 1$ zu substituiren; man erhält daher zur Berechnung der Ausflussgeschwindigkeit w die Gleichung:

$$A\frac{w^2}{2g} = \frac{r_1}{T_1}(T_1 - T) + q_1 - q - T(\tau_1 - \tau) + A\sigma(p_1 - p)\,, \tag{18}$$

wobei der Druck p und die Temperatur T in der Ebene der Mündung als bekannt vorauszusetzen sind.

Die specifische Dampfmenge x in der Mündungsebene findet sich nach Gl. (3) S. 140 aus:

$$\frac{xr}{T} = \tau_1 - \tau + \frac{r_1}{T_1}\,, \tag{19}$$

das specifische Volumen durch

$$v = xu + \sigma\,, \tag{20}$$

und dann das Gewicht G von Dampf und Wasser, welches in der Secunde durch F Quadratmeter Mündungsquerschnitt strömt, aus der Gleichung

$$Gv = Fw\,. \tag{21}$$

Diese Gleichungen setzen aber hier wie dort adiabatischen Ausfluss voraus und gelten auch noch unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass die Widerstände vernachlässigt werden dürfen.

An Stelle der vorstehenden Gleichungen kann man aber auch von den Gleichungen der zweiten Umformung (S. 140 u. f.) Gebrauch machen.

Berücksichtigt man hierbei auch die Widerstände, so folgt nach Gl. (VI) S. 143 für $w_1 = 0$:

$$A\frac{w^2}{2g}=\frac{r_1}{u_1 T_1}(T_1-T)v_1+\omega(T_1-T)-(\omega+\omega_0)T\operatorname{logn}\frac{T_1}{T}, \quad (22)$$

wobei $v_1 = u_1 + \sigma$ das specifische Volumen des trockenen Dampfes im Ausflussgefäss darstellt. Der Werth ω ist für Wasserdampf gleich der Einheit zu setzen, während ω_0 einen Versuchswerth darstellt, der von der Grösse der Widerstände abhängig ist.

Das specifische Volumen v in der Mündungsebene ergiebt sich dann nach Gl. (V) S. 143 aus der Formel:

$$\frac{r}{uT}v = (\omega + \omega_0)\operatorname{logn}\frac{T_1}{T} + \frac{r_1}{u_1 T_1}v_1\,, \quad (23)$$

die specifische Dampfmenge x daselbst folgt aus:

$$v = xu + \sigma\,, \quad (24)$$

und dann die Ausflussmenge aus der Gleichung

$$Gv = Fw\,. \quad (25)$$

Vernachlässigt man die Widerstände, so ist in diesen Formeln $\omega_0 = 0$ zu setzen; sie führen dann auf dieselben Resultate, wie die Gln. (18) bis (21).

Beispiel. Aus einem Dampfkessel ströme Wasserdampf unter dem Drucke $p_1 = 1{,}6$ Atmosphären in die freie Atmosphäre. Es werde dabei angenommen, der äussere atmosphärische Druck erstrecke sich bis in die Ebene der Mündung, es dürfe also $p = 1$ Atmosphäre gesetzt werden. Hier ist für Wasserdampf $\omega = 1$ zu setzen und nach Tabelle 11 des Anhangs in vorstehende Formeln zu substituiren:

$T_1 = 386{,}69$, $r_1 = 526{,}786$, $u_1 = 1{,}0596$, $v_1 = 1{,}0606$ für $p_1 = 1{,}6.10\,333$,
$T = 373{,}00$, $r = 536{,}500$, $u = 1{,}6495$, für $p = 10\,333$.

Es möge nun das Beispiel einmal ohne Berücksichtigung der Widerstände, d. h. für $\omega_0 = 0$, das andere Mal unter der Voraussetzung berechnet werden, dass die Beachtung der Widerstände auf den Werth $\omega_0 = 0{,}125$ geführt hätte. Die Näherungsresultate mögen für beide Fälle nebeneinander gestellt werden.

Hier ergiebt sich für

$\omega_0 = 0$ bez. $\omega_0 = 0{,}125$

nach Gl. (22)

$A\frac{w^2}{2g} = 18{,}917$ bez. $A\frac{w^2}{2g} = 17{,}236$

und hieraus die Ausflussgeschwindigkeit

$w = 396{,}70$ bez. $w = 378{,}66$.

Das Verhältniss des zweiten zum ersten Werthe würde darstellen, was in der Hydraulik als Geschwindigkeitscoefficient bezeichnet wird; das Verhältniss ist

$$0{,}954.$$

Aus Gl. (23) folgt nun das specifische Volumen in der Mündung:

$$v = 1{,}6050 \quad \text{bez.} \quad v = 1{,}6218$$

und die specifische Dampfmenge x daselbst:

$$x = 0{,}9724 \quad \text{bez.} \quad x = 0{,}9826.$$

Die Widerstände vergrössern demnach das specifische Volumen und die specifische Dampfmenge. Endlich beträgt die Ausflussmenge von Dampf und Wasser in Kilogrammen nach Gl. (25)

$$G = 247{,}16\ F \quad \text{bez.} \quad G = 233{,}48\ F.$$

Das Verhältniss des zweiten Werthes zum ersten, das in der Hydraulik als Ausflusscoefficient bezeichnet wird, ist hiernach:

$$0{,}945.$$

Die Dampfmenge, welche in der Secunde austritt, ist:

$$Gx = 240{,}34\ F \quad \text{bez.} \quad Gx = 229{,}42\ F$$

und die Wassermenge:

$$G(1-x) = 6{,}82\ F \quad \text{bez.} \quad G(1-x) = 4{,}06\ F.$$

Das Beispiel dürfte wohl den Verhältnissen entsprechen, wie sie bei einem conischen Ansatzrohre vorliegen, welches im Innern gut abgerundet ist.

Mit dem Vorliegenden könnte die Frage des Dampfausströmens als erledigt angesehen werden, wenn man nicht bei näherer Prüfung der gegebenen Formeln auch hier, wie beim Ausfluss der Gase (vergl. Bd. I S. 230). unter Umständen auf Rechnungsergebnisse stiesse, die als unannehmbar erscheinen, sobald man nämlich, wie dies bei der Behandlung des vorstehenden Beispieles geschehen ist, an der Voraussetzung festhält, dass der Druck in der Vorlage unter allen Umständen identisch mit dem Drucke in der Mündung sei. Zu näherer Darlegung der angedeuteten Frage mögen die obigen Formeln (22) bis (25) in Näherungsformeln übergeführt werden.

Sieht man dabei von den Widerständen ab, indem man also $\omega_0 = 0$ setzt, so zeigt sich zunächst, dass in Gl. (22) das zweite und dritte Glied der rechten Seite nahezu von gleicher Grösse sind, man also schreiben kann:

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{r_1}{Au_1 T_1}(T_1 - T)v_1\,. \tag{26}$$

Fernerhin lässt sich in Gl. (23) auch das erste Glied der rechten Seite als sehr klein vernachlässigen, also schreiben

$$\frac{r}{u\,T}v = \frac{r_1}{u_1\,T_1}v_1 \,. \tag{27}$$

Benutzt man in diesen beiden Formeln die Clapeyron'sche Gleichung (22) S. 29, nämlich

$$\frac{r}{A\,u\,T} = \frac{dp}{dt}\,, \tag{28}$$

indem man den Differentialquotienten der rechten Seite, der Vereinfachung wegen, mit φ bezeichnet, so ergiebt sich auch

$$\frac{w^2}{2g} = \varphi_1 (T_1 - T)\,v_1\,, \tag{26^a}$$

sowie

$$\varphi v = \varphi_1 v_1\,, \tag{27^a}$$

und hiernach folgt aus der Beziehung $Gv = Fw$ für die Ausflussmenge G von Dampf und Wasser die Näherungsformel:

$$\frac{G}{F} = \frac{\varphi}{\varphi_1}\sqrt{\frac{2g\varphi_1}{v_1}(T_1 - T)}\,; \tag{29}$$

oder auch

$$\frac{G}{F} = \sqrt{\frac{2g}{\varphi_1 v_1}}\left[\frac{dp}{dt}\sqrt{t_1 - t}\right]. \tag{29^a}$$

Denkt man an eine Reihe von Versuchen, bei denen der Druck p_1 im Ausflussgefäss immer der gleiche ist und nimmt man den Druck p in der Vorlage und den Druck in der Ebene der Mündung gleich dem äusseren Druck an, so wäre zu erwarten, dass vorstehender Ausdruck die Ausflussmenge G um so grösser ergeben müsse, je kleiner der äussere Druck ist.

Diese Erwartung wird aber nicht bestätigt; der Werth in der Klammer der vorstehenden Gleichung (29ª) ergiebt vielmehr bei einer bestimmten Temperatur t_1 einen zugehörigen Werth von t oder p, bei welchem G ein Maximum wird; mit weiterer Abnahme von t oder p würde demnach die Ausflussmenge wieder abnehmen.

Es tritt daher hier derselbe Fall ein, der schon bei der Untersuchung des Ausflusses der Gase (Bd. I S. 235) näher besprochen worden ist und zu der Hypothese von de Saint-Venant und Wantzel geführt hat, dass, von dem bemerkten

Augenblick an, der Mündungsdruck p nicht mehr mit dem äusseren Druck als identisch angenommen werden darf.

Zur weiteren Prüfung der Frage im vorliegenden Fall, speciell für Wasserdampf, mag eine der empirischen Formeln herangezogen werden (Gl. (4) S. 9), welche für die Beziehung zwischen Druck und Temperatur gegeben worden sind.

Setzt man in der Formel

$$p = \left(\frac{\alpha + t}{\beta}\right)^m \tag{30}$$

$$\alpha = 43{,}44\,; \quad \beta = 143{,}44 \quad \text{und} \quad m = 5{,}179\,,$$

so ergiebt sich für verschiedene Temperaturen der Druck in Atmosphären. Durch Umkehrung folgt

$$t = \beta \sqrt[m]{p} - \alpha\,. \tag{31}$$

Die folgende Tabelle zeigt die gute Uebereinstimmung mit Regnault's Versuchsresultaten, wenigstens zwischen den Grenzen von 1 bis 10 Atmosphären.

Druck in Atmosphären p	Temperatur t nach Gl. (30)	Temperatur t nach Regnault
1	100.00	100.00
2	120.54	120.60
3	133.90	133.91
4	144.02	144.00
5	152.28	152.22
6	159.29	159.22
7	165.41	165.34
8	170.87	170.81
9	175.80	175.77
10	180.31	180.31

Die Differentiation von Gl. (30) ergiebt jetzt:

$$\varphi = \frac{dp}{dt} = \frac{m}{\beta}\left(\frac{\alpha + t}{\beta}\right)^{m-1} = \frac{m}{\beta} p^{\frac{m-1}{m}}, \tag{32}$$

sonach auch:

$$\varphi_1 = \frac{m}{\beta} p_1^{\frac{m-1}{m}},$$

und

$$\frac{\varphi}{\varphi_1} = \left(\frac{p_1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}},$$

während die Beziehung (31) ergiebt:

$$T_1 - T = t_1 - t = \beta p_1^{\frac{1}{m}} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{m}}\right].$$

Die Benutzung dieser Formeln in Gl. (29) führt nach einigen leichten Umformungen auf die Gleichung:

$$\frac{G}{F} = \sqrt{2gm\frac{p_1}{v_1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{m}}\right]\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{2(m-1)}{m}}}, \tag{33}$$

während aus Gl. (26[a]) folgt:

$$\frac{w^2}{2g} = m\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{m}}\right] \cdot p_1 v_1 . \tag{34}$$

Ist demnach neben dem inneren Drucke p_1 auch der Mündungsdruck p gegeben, so berechnet sich nach Gl. (33) die Ausflussmenge G von Wasser und Dampf, welche dem in Quadratmetern gegebenen Mündungsquerschnitt F entspricht.

Nun zeigt aber diese Gleichung deutlich, dass für einen gewissen Werth p des Mündungsdruckes die Ausflussmenge ein Maximum wird. Die Differentiation der Gl. (33) in Hinsicht auf p giebt, wie man sich leicht überzeugt, dieses Maximum, wenn

$$\frac{p}{p_1} = \left[\frac{2(m-1)}{2m-1}\right]^m, \tag{35}$$

oder wenn man Gl. (31) benutzt, bei einer Temperatur t der Dampf- und Wassermischung in der Mündung, welche sich aus der Gleichung:

$$\frac{a+t}{a+t_1} = \frac{2(m-1)}{2m-1} \tag{36}$$

bestimmt.

Die Benutzung der Gl. (35) in Gl. (33) giebt das Maximum der Ausflussmenge, welches mit G_m bezeichnet werden mag:

$$\frac{G_m}{F} = \left[\frac{2(m-1)}{2m-1}\right]^{m-1} \sqrt{\frac{2gm}{2m-1} \cdot \frac{p_1}{v_1}}, \tag{33a}$$

und die zugehörige Ausflussgeschwindigkeit findet sich nach Gl. (34) aus:

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{m}{2m-1} \cdot p_1 v_1 \,. \tag{34^a}$$

Nun ist oben in der Gl. (30) S. 154 der Spannungscurve für Wasserdampf $m = 5{,}179$ angewendet worden; daher ergiebt sich aus vorstehenden Formeln einfach der Druck p in der Ebene der Mündung beim Maximum der Ausflussmenge, wenn der Druck p_1 im Ausflussgefäss gegeben ist:

$$\frac{p}{p_1} = 0{,}5569 \quad \text{und umgekehrt} \quad \frac{p_1}{p} = 1{,}7955 \,. \tag{35^a}$$

Die entsprechende Mündungstemperatur t findet sich nach Gl. (36) aus:

$$\frac{\alpha + t}{\alpha + t_1} = 0{,}8931 \,,$$

und daher, wegen $\alpha = 43{,}44$:

$$t = 0{,}893\, t_1 - 4{,}65 \,. \tag{36}$$

Endlich geben die beiden Gln. (33^a) und (34^a)

$$G_m = 2{,}0548\, F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \,, \tag{33^b}$$

$$\frac{w^2}{2g} = 0{,}5522\, p_1 v_1 \,, \tag{34^b}$$

wenn p_1 in Kilogramm auf das Quadratmeter bezogen wird; dagegen folgt

$$G_m = 208{,}9\, F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \tag{33^c}$$

und

$$\frac{w^2}{2g} = 5718{,}6\, p_1 v_1 \,, \tag{34^c}$$

wenn p_1 in Atmosphären eingesetzt wird.

Die im Vorstehenden entwickelten Formeln stimmen ihrem Baue nach vollständig mit denen überein, welche in Bd. I S. 232 für den Ausfluss der Gase aufgestellt wurden, obgleich ihre Ableitung auf ganz anderem Wege erfolgte.

Ueberträgt man den Satz von de Saint-Venant und Wantzel, dessen Zuverlässigkeit ich dort für Luft durch Ver-

suchsangaben erwiesen habe, auf den Ausfluss von trockenem gesättigtem Dampf, so würde bezüglich des Gebrauches vorstehender Gleichungen sich folgende Regel ergeben:

Angenommen es sei der Dampfdruck p_1 im Ausflussgefässe und der Druck p_2 ausserhalb, in der Vorlage, gegeben, so ist zunächst der Mündungsdruck p festzustellen.

Man berechnet zu diesem Zwecke aus Gl. (35^a):

$$p = 0{,}5569\, p_1$$

und hat nun zwei Fälle zu unterscheiden.

Fall 1. Ist der äussere Druck p_2 grösser als p, also

$$p_2 > 0{,}5569\, p_1\ ,$$

so erstreckt sich der äussere Druck bis in die Ebene der Mündung, man hat dann in den Gln. (33) und (34) $p = p_2$ zu substituiren und erhält für die Ausflussmenge:

$$G = 10{,}080\, F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{0{,}193}\right]\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{1{,}614}}\ . \tag{37}$$

Fernerhin ergiebt sich:

$$\frac{w^2}{2g} = 5{,}179\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{0{,}193}\right] p_1 v_1\ . \tag{38}$$

Fall 2. Ist dagegen der äussere Druck p_2 kleiner als p_1, also:

$$p_2 < 0{,}5569\, p_1\ ,$$

so ist der Mündungsdruck vom äusseren Druck verschieden, und zwar ist derselbe

$$p = 0{,}5569\, p_1\ ,$$

also nach Gl. (33^b) die Ausflussmenge

$$G = 2{,}0548\, F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}\ , \tag{37a}$$

sowie

$$\frac{w^2}{2g} = 0{,}5522\, p_1 v_1\ ; \tag{38a}$$

beide Werthe erscheinen dann im Uebrigen unabhängig vom äusseren Druck. Der zweite Fall liegt jederzeit vor, wenn

$$\frac{p_1}{p_2} > 1{,}7955\ ,$$

oder genau genug, wenn der innere Druck p_1 mehr als 1,8 des äusseren Druckes p_2 beträgt.

Beispiel 1. Trockener gesättigter Wasserdampf, dessen Druck 1,6 Atmosphären beträgt, ströme in die freie Atmosphäre, der äussere Druck p_2 beträgt also eine Atmosphäre. Da hier das Druckverhältniss $p_1 : p_2$ kleiner als 1,8 ist, so liegt der erste Fall vor, d. h. der äussere Druck erstreckt sich bis in die Ebene der Mündung. Für $p_1 = 1{,}6 . 10\,333$ ist nach Tab. 11 des Anhanges $v_1 = 1{,}0606$, und daher folgt aus Gl. (38)

$$\frac{w^2}{2g} = 7875{,}3 \quad \text{und} \quad w = 393{,}08 \text{ Meter}$$

sowie nach Gl. (37) die Ausflussmenge:

$$G = 253{,}63\ F.$$

Die hier angewandten Formeln sind zwar Näherungsformeln und gelten nur unter der Voraussetzung, dass keine Widerstände vorliegen; die vorstehenden Resultate weichen aber nicht sehr bedeutend von denen ab, welche in dem Beispiele auf S. 151 unter Zugrundelegung der genauen Formeln gefunden wurden.

Beispiel 2. Aus einem Dampfkessel ströme trockener gesättigter Wasserdampf unter dem Drucke von 5 Atmosphären durch eine Mündung ohne Widerstände und ohne Contraction in die freie Atmosphäre. Hier ist $\frac{p_1}{p_2} = 5$ grösser als 1,8 und daher ist der Druck p in der Mündung

$$p = 0{,}5569\ p_1$$

oder 2,785 Atmosphären, während der äussere Druck nur eine Atmosphäre beträgt.

Nach Tabelle 11 des Anhanges ist $v_1 = 0{,}3636$ und daher folgt nach Gl. (38a)

$$\frac{w^2}{2g} = 10\,373 \quad \text{und} \quad w = 451{,}13 \text{ Meter,}$$

während sich nach Gl. (37a) die Ausflussmenge in Kilogrammen pro Secunde bei F Quadratmeter Mündungsquerschnitt

$$G = 774{,}56\ F \text{ Kilogramm}$$

ergiebt. Die Werthe von w und G bleiben unverändert die gleichen, so lange bei 5 Atmosphären Kesseldruck der äussere Druck weniger als 2,785 Atmosphären beträgt und gelten selbst noch für den Ausfluss in den leeren Raum.

§ 23. Näherungsformeln für den Ausfluss gesättigter Dämpfe.

Die im Vorstehenden entwickelten Näherungsformeln sind aus den beiden Formeln (26) und (27) S. 152 hervorgegangen, die unter ziemlich weitgehenden Vernachlässigungen aus den allge-

meinen Gleichungen (22) und (23) S. 168 hergeleitet wurden. Da diese Näherungsgleichungen nur unter der Voraussetzung gültig sind, dass keine Widerstände vorliegen und sie überdies keinen Aufschluss über die Beschaffenheit des Dampfes in der Mündung geben, so erscheint es wünschbar, einfache Ausflussformeln zu gewinnen, welche die letztgenannten Bedingungen noch erfüllen und zugleich Resultate ergeben, die in besserer Uebereinstimmung mit den Rechnungsergebnissen stehen, welche aus den genauen Formeln (18) bis (21) S. 150 oder den Gln. (22) bis (25) S. 151 gewonnen wurden.

Wird der gewöhnlich vorliegende Fall vorausgesetzt, dass dem im Ausflussgefässe nach der Mündung strömenden Dampf Wärme weder mitgetheilt, noch entzogen wird, so ergiebt Gl. (III) S. 139, nämlich:

$$d(H + W) = -v dp ,$$

auch:

$$d(H + W) = -d(pv) + p dv ,$$

wobei H die Strömungsenergie $\frac{w^2}{2g}$ in der Mündung und W die Widerstandsarbeit darstellt, welche die Gewichtseinheit Flüssigkeit auf dem Wege nach der Mündung zu verrichten hat.

Sind nun wieder p_1 und v_1 Druck und specifisches Volumen im Ausflussgefäss und gelten p und v für Druck und Volumen in der Mündungsebene, so giebt die Integration vorstehender Gleichung:

$$\frac{w^2}{2g} + W = p_1 v_1 - pv + \int_{v_1}^{v} p dv . \tag{39}$$

Ferner folgt durch Integration der Gl. (II^b) S. 139 auch

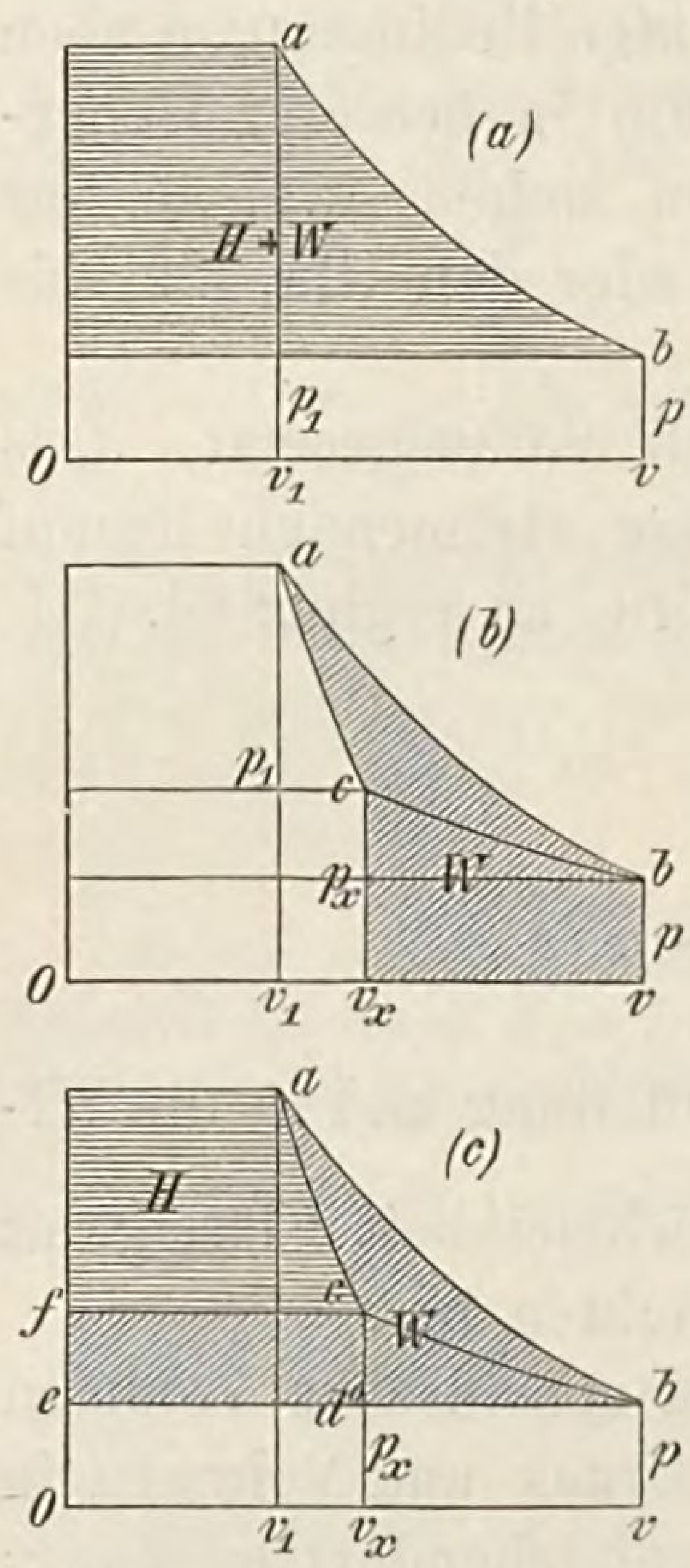
$$W = U - U_1 + \int_{v_1}^{v} p dv . \tag{40}$$

Beide Formeln lassen eine graphische Darstellung zu*); trägt man in umstehenden drei Figuren (Fig. 18) v_1 und v als Abscissen, p_1 und p als Ordinaten auf, und repräsentirt die Curve ab das Gesetz, nach welchem sich der Druck mit dem Volumen

*) Vergl. des Verfassers Abhandlung: »Neue Darstellung der Vorgänge beim Ausströmen etc.« Civilingenieur Bd. 17. 1871. S. 71.

beim Hinströmen nach der Mündung ändert, wobei der Verlauf dieser Curve von der Art und Stärke der Widerstände abhängig sein wird, so stellt in Fig. 18[a] die horizontal schraffirte Fläche die rechte Seite des Ausdruckes (39) dar, sie repräsentirt daher den Werth

Fig. 18.



$$\frac{w^2}{2g} + W \quad \text{oder} \quad H + W.$$

Das in den beiden Formeln (39) und (40) stehende Integral, das mit L bezeichnet werden mag, stellt die Expansionsarbeit dar und wird durch die unter der Curve ab liegende Fläche $abvv_1$ gemessen.

Die in Gl. (40) auftretende Grösse

$$W = U - U_1 + L, \qquad (40^a)$$

lässt sich nun der Figur entnehmen.

Legt man in Fig. 18[b] durch a die adiabatische Curve ac und durch den Punkt b die isodynamische Curve bc, für welche U constant ist, so gilt wegen der Fundamentalgleichung

$$Q = A(U - U_1 + L)$$

für die Strecke ac der adiabatischen Linie

$$0 = U - U_1 + L_1,$$

wenn mit L_1 die unter der Curve ac liegende Arbeitsfläche acv_xv_1 bezeichnet wird.

Subtrahirt man diese Gleichung von Gl. (40[a]), so ergiebt sich:

$$W = L - L_1.$$

Aus der angegebenen Bedeutung der Arbeitsquantitäten L und L_1 folgt daher, dass die schräg schraffirte Fläche in Fig. 18[b] die Widerstandsarbeit W repräsentirt; die Differenz der schraffirten Flächen in Fig. 18[a] und 18[b] führt daher auf den Werth der Strömungsenergie $H = \dfrac{w^2}{2g}$.

So weit sind die Darlegungen streng richtig und gelten für Flüssigkeiten jeder Art.

Bezeichnet man nun die dem Punkte c, dem Durchschnitte der Adiabaten mit der isodynamischen Curve entsprechenden Coordinaten mit p_x und v_x, und setzt man voraus (was bei Gasen genau, bei nassen Dämpfen hinreichend genau ist*), dass die isodynamische Curve bc eine gleichseitige Hyperbel sei, also die Beziehung

$$p_x v_x = p v$$

gelte, so ergeben sich in Fig. 18[c] die beiden Rechtecke $d b v v_x$ und $d c f e$ von gleichem Flächeninhalte; es folgt daher:

»dass in Fig. 18[c] die horizontal schraffirte Fläche die Strömungsenergie H und die schräg schraffirte Fläche die Widerstandsarbeit W darstellt und beide Flächen zusammen die schraffirte Fläche $H + W$ der Fig. 18[a] wiedergeben«.

Liegen keine Widerstände vor, ist also $W = 0$, so fällt in Fig. 18[b] und 18[c] der Punkt c mit dem Punkte b zusammen und die Expansionscurve ab wird zur adiabatischen Curve, deren Gleichung bei Gasen

$$p v^{\varkappa} = p_1 v_1^{\varkappa} \tag{41}$$

war.

Nun ist aber oben (S. 73) nachgewiesen worden, dass auch bei nassen Dämpfen der Verlauf der Adiabaten mit grosser Genauigkeit innerhalb der gewöhnlichen Druckgrenzen, und wenn der Wassergehalt nicht zu beträchtlich ist, durch diese Formel dargestellt wird.

Ist x_1 die specifische Dampfmenge im Ausflussgefässe, so ist nach Gl. (76) S. 75, wo nur der Exponent $\varkappa$ mit μ bezeichnet ist,

$$\varkappa = 1{,}035 + 0{,}100\, x_1\,;$$

für trocken gesättigten Wasserdampf wäre demnach $\varkappa = 1{,}135$ zu setzen.

Aus allem Vorstehenden ist hiernach der Schluss zu ziehen, dass die für Gase in Bd. I S. 228 entwickelten Ausflussformeln ohne Weiteres auf den Ausfluss nasser Dämpfe als Näherungsformeln anstatt der genauen Gleichungen (18) bis (25) S. 150 benutzt werden dürfen; es lässt sich dabei erwarten, die Uebereinstimmung der numerischen Rechnungen werde eine grössere sein, als diejenige, welche beim Gebrauch der am Ende des vorigen Paragraphen gegebenen Näherungsformeln hervorgetreten ist.

*) Zu vergleichen die Schlussbemerkung im Beispiel auf S. 65.

Setzt man also voraus, dass die den vorliegenden Widerständen entsprechende Expansionscurve ab (Fig. 18) auch hier als dem Gesetze:

$$p v^n = p_1 v_1^n \tag{41}$$

unterworfen betrachtet werden darf, wobei n die Constante ist, die als »Ausflussexponent« bezeichnet worden ist, so wäre nach den Gleichungen auf S. 227 und 228 Bd. I zu setzen:

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right], \tag{42}$$

und die Ausflussmenge

$$G = F \sqrt{\frac{2g\varkappa}{\varkappa - 1} \cdot \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}, \tag{43}$$

so lange der äussere Druck p_2 zum inneren Drucke p_1 in der Beziehung

$$\frac{p_2}{p_1} > \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}} \tag{44}$$

steht; in diesem Falle ist der Mündungsdruck p mit dem äusseren Druck identisch, und damit ist auch nach Gl. (42) das specifische Volumen v in der Mündung, sowie durch die Formel $v = xu + \sigma$ die specifische Dampfmenge daselbst bekannt.

Steht dagegen der äussere Druck p_2 zum inneren in der Beziehung

$$\frac{p_2}{p_1} < \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}}, \tag{45}$$

so ergiebt sich der Druck p in der Mündungsebene aus der Formel

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}}, \tag{46}$$

und nach Gl. (41) das zugehörige specifische Volumen

$$\frac{v}{v_1} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{\frac{1}{n-1}}, \tag{47}$$

und die specifische Dampfmenge x ermittelt sich für $x_1 = 1$ mit hinreichender Genauigkeit aus der Formel

$$x = \frac{2}{n+1} \frac{Ap_1 u_1}{Apu}. \tag{48}$$

Endlich folgt für vorliegenden Fall nach S. 232 Bd. I

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1}\left(\frac{n-1}{n+1}\right) p_1 v_1 \,, \tag{49}$$

und die Ausflussmenge aus $Gv = Fw$ oder direct durch

$$G = F \sqrt{2g \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{n-1}{n+1}\right) \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{n-1}}} \,. \tag{50}$$

Die Formeln (43) und (50) gelten allerdings unter der Voraussetzung, dass in der Mündung keine Contraction des Strahles vorliegt; anderen Falles müsste der Ausdruck auf der rechten Seite noch mit einem gewissen Coefficienten α, dem »Contractionscoefficienten«, multiplicirt werden.

Führt man den »Widerstandscoefficienten« ζ in dem Sinne ein, wie es in der praktischen Hydraulik Gebrauch ist und wie es auch S. 227 Bd. I erläutert wurde, so ist der zugehörige Werth des »Ausflussexponenten« n durch

$$n = \frac{\varkappa(1+\zeta)}{1+\varkappa\zeta} \tag{51}$$

gegeben.

Für den Fall, dass vom Einfluss der Widerstände abgesehen werden darf, ist $\zeta = 0$ und dann:

$$n = \varkappa \,,$$

also für trocken gesättigten Wasserdampf $n = \varkappa = 1{,}135$. Man erhält dann

$$\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 0{,}5774 \,.$$

Ist daher der äussere Druck p_2 von solcher Grösse, dass

$$\frac{p_2}{p_1} > 0{,}5774 \quad \text{oder} \quad \frac{p_1}{p_2} < 1{,}732 \,,$$

so gelten die Gln. (42) und (43), in denen dann auch noch $n = \varkappa = 1{,}135$ zu setzen ist; liegt dagegen

$$\frac{p_2}{p_1} < 0{,}5774 \quad \text{oder} \quad \frac{p_1}{p_2} > 1{,}732 \text{ vor} \,,$$

so bestimmen sich Druck p und Volumen v in der Ebene der Mündung nach Gl. (46) und (47)

$$p = 0{,}5774\, p_1 \quad (46^a) \qquad \text{und} \qquad v = 1{,}6223\, v_1 , \qquad (47^a)$$

sowie:

$$\frac{w^2}{2g} = 0{,}5316\, p_1 v_1 \qquad \text{und} \qquad w = 3{,}2296 \sqrt{p_1 v_1} , \qquad (49^a)$$

endlich

$$G = 1{,}9908\, F \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} , \qquad (50^a)$$

in welchen Formeln p_1 in Kilogrammen auf das Quadratmeter zu substituiren ist. Ist p_1 in Atmosphären gegeben, so findet sich

$$\frac{G}{F} = 202{,}4 \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} .$$

Im Uebrigen ergiebt sich unter der gemachten Voraussetzung noch:

$$G w = 6{,}4293\, F p_1 ,$$

welche Grösse also einfach dem Drucke p_1 im Ausflussgefässe proportional erscheint.

Beispiel 1. Aus einem Dampfkessel ströme trockener gesättigter Wasserdampf unter dem Drucke $p_1 = 1{,}6$ Atmosphären in die freie Atmosphäre.

Das Beispiel möge zunächst ohne Berücksichtigung der Widerstände, also unter der Voraussetzung $n = \varkappa = 1{,}135$ berechnet, daneben aber für den Ausflussexponenten $n = 1{,}121$ durchgeführt werden, welcher Werth nach Gl. (51) einem Widerstandscoefficienten $\zeta = 0{,}1$ entspricht, wie er etwa einer conischen Mündung mit innerer Abrundung zukommen dürfte.

Hier ergiebt sich dann zunächst für

$$\varkappa = 1{,}135 \qquad \text{bez.} \qquad n = 1{,}121$$

nach Gl. (46) das massgebende Verhältniss

$$\left(\frac{2}{\varkappa+1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = 0{,}5774 \qquad \text{bez.} \qquad \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 0{,}5452 .$$

In beiden Fällen erstreckt sich daher der äussere atmosphärische Druck bis in die Ebene der Mündung, es gelten also hier die Gln. (41) bis (43), denn das gegebene Verhältniss $p_2 : p_1$ ist grösser, als jeder der beiden Werthe.

Da das dem Drucke von 1,6 Atmosphären entsprechende specifische Volumen $v_1 = 1{,}0606$ beträgt, so folgt jetzt aus Gl. (41)

$$v = 1{,}6047 \qquad \text{bez.} \qquad v = 1{,}6131 ,$$

und daher aus der Beziehung $v = xu + \sigma$, weil $u = 1{,}6495$ für eine Atmosphäre Druck gilt, die specifische Dampfmenge in der Mündung

$$x = 0{,}972 \quad \text{bez.} \quad x = 0{,}977.$$

Gl. (42) giebt dann

$$\frac{w^2}{2g} = 8033{,}9 \quad \text{bez.} \quad \frac{w^2}{2g} = 7292{,}9$$

und demnach die Ausflussgeschwindigkeit

$$w = 397{,}02 \quad \text{bez.} \quad w = 378{,}27 \text{ Meter},$$

endlich die Ausflussmenge in der Secunde bei F Quadratmeter Mündungsquerschnitt:

$$G = \frac{w}{v} F = 247{,}41\, F \quad \text{bez.} \quad G = 234{,}50\, F \text{ Kilogramm},$$

worauf sich dann auch leicht die Dampfmenge Gx und Wassermenge $G(1 - x)$ bestimmt.

Die Resultate stimmen fast vollständig mit denen des Beispieles auf S. 151 überein, welches unter Anwendung der streng richtigen Formeln berechnet worden ist.

Die hier benutzten Näherungsformeln sind demnach als durchaus annehmbar zu bezeichnen.

Beispiel 2. Aus einem Dampfkessel ströme unter denselben Voraussetzungen, wie im vorigen Beispiele Dampf von $p_1 = 5$ Atmosphären Druck in die freie Atmosphäre.

Hier sind die Gln. (45) bis (50) in Anwendung zu bringen und findet sich für

$$\varkappa = 1{,}135 \quad \text{bez.} \quad n = 1{,}121$$

der Druck in der Ebene der Mündung:

$$p = 2{,}887 \quad \text{bez.} \quad p = 2{,}726 \text{ Atmosphären}.$$

Das specifische Volumen v daselbst nach Gl. (47):

$$\frac{v}{v_1} = 1{,}6223 \quad \text{bez.} \quad \frac{v}{v_1} = 1{,}6249$$

und daher, weil dem Drucke von 5 Atmosphären entsprechend $v_1 = 0{,}3636$ ist:

$$v = 0{,}5899 \quad \text{bez.} \quad v = 0{,}5908.$$

Dem Mündungsdrucke entsprechen, durch Interpolation mittelst der entsprechenden Werthe der Tabelle 11 des Anhanges bestimmt, die Werthe

$$u = 0{,}6081 \quad \text{bez.} \quad u = 0{,}6413.$$

Demnach bestimmt sich aus $v = xu + \sigma$ die specifische Dampfmenge in der Mündung

$$x = 0{,}968 \quad \text{bez.} \quad x = 0{,}920.$$

Ferner folgt nach Gl. (49)

$$\frac{w^2}{2g} = 9986,6 \quad \text{bez.} \quad 8935,7$$

und hiernach die Ausflussgeschwindigkeit

$$w = 442,64 \quad \text{bez.} \quad w = 418,66 \text{ Meter.}$$

Die Ausflussmenge folgt:

$$G = 750,38\,F \quad \text{bez.} \quad G = 708,63\,F \text{ kg.}$$

Davon erscheint dampfförmig in der Mündung:

$$Gx = 726,36\,F \quad \text{bez.} \quad Gx = 651,94\,F \text{ kg.}$$

Die entsprechenden Abweichungen von den Resultaten des Beispiels auf S. 158 entspringen dem Umstande, dass die dort angewandten Formeln nur als rohere Annäherung gültig sind.

Auf dem Rechnungswege der vorstehenden Beispiele sind die Resultate der folgenden Tabelle gewonnen worden; die Tabelle gilt unter der Voraussetzung, dass Ausflusswiderstände nicht vorliegen und dass die Hypothese von de Saint-Venant und Wantzel, die in Bd. I bei der Untersuchung des Ausflusses der Gase ausführlich besprochen worden ist, auch auf den Ausfluss der Dämpfe übertragen werden dürfe. Die Zulässigkeit dieser Uebertragung angenommen, ist es dann auch nach dem vorhin Gegebenen leicht, den Einfluss der Widerstände mit in Rechnung zu ziehen, vorausgesetzt allerdings, dass durch Versuche die in die Rechnungen oben eingeführten Grössen ω_0 oder n ihrer Grösse nach für den vorgelegten Fall bekannt geworden sind.

Die Rechnungsergebnisse, welche in nebenstehender Tabelle zusammengestellt sind, weichen vollständig von den Angaben der Tabellen ab, die ich in früheren Arbeiten*) veröffentlicht habe, und die auch vielfach in die Schriften Anderer übergegangen sind. Die Werthe dieser älteren Tabellen sind direct nach den Formeln (18) bis (27) S. 150 unter der Voraussetzung berechnet, dass der äussere atmosphärische Druck bei jedem Kesseldrucke mit dem Druck in der Ebene der Mündung identisch sei, eine Annahme, die ich hier verlassen habe, wofür weiter unten die Berechtigung nachgewiesen werden wird.

*) Locomotivenblasrohr. Zürich 1863. S. 84. — Civilingenieur Bd. 10. 1864. S. 99. — Zweite Auflage des vorliegenden Buches, 1866. S. 414. — Neuer Abdruck derselben, 1877. S. 414.

Ausfluss trockener gesättigter Wasserdämpfe in die freie Atmosphäre durch eine einfache abgerundete Mündung unter Vernachlässigung der Widerstände.

Druck p_1 (im Kessel) Atmosphären	1. Specifisches Volumen v_1 (im Kessel)	2. Druck p (in der Mündungsebene) Atmosphären	3. Specifisches Volumen v (in der Mündungsebene)	4. Specifische Dampfmenge x (in der Mündungsebene)	5. Ausflussgeschwindigkeit w Meter	6. Ausflussmengen in Kilogramm pro Secunde. Mündungsquerschnitt F in Quadratmetern. Mischung $\frac{G}{F}$	7. Dampf $\frac{Gx}{F}$	8. Wasser $\frac{G(1-x)}{F}$	9. Werthe von $\frac{F_0}{F}$. F_0 Ausflussquerschnitt F Mündungsquerschnitt	Druck p_1 im Kessel
1.1	1.5088	1	1.6410	0.994	178.5	108.8	108.1	0.7	1	1.1
1.2	1.3902	1	1.6324	0.989	247.0	151.3	149.6	1.7	1	1.2
1.4	1.2025	1	1.6174	0.980	335.5	207.4	203.3	4.1	1	1.4
1.6	1.0606	1	1.6047	0.972	397.0	247.4	240.5	6.9	1	1.6
1.8	0.9494	1.039	1.5402	0.965	429.2	278.6	268.9	9.7	1.000	1.8
2	0.8599	1.155	1.3950	0.966	430.5	308.6	298.1	10.5	1.015	2
3	0.5875	1.732	0.9531	0.967	435.8	457.3	442.2	15.1	1.166	3
4	0.4484	2.310	0.7274	0.968	439.7	604.4	585.1	19.3	1.348	4
5	0.3636	2.887	0.5899	0.968	442.6	750.4	726.4	24.0	1.533	5
6	0.3064	3.464	0.4971	0.969	445.1	895.4	867.7	27.7	1.715	6
7	0.2652	4.042	0.4302	0.969	447.3	1039.7	1007.5	32.2	1.898	7
8	0.2339	4.619	0.3795	0.969	449.1	1183.3	1146.6	36.7	2.073	8
9	0.2095	5.197	0.3399	0.969	450.8	1326.2	1285.1	41.1	2.240	9
10	0.1897	5.774	0.3078	0.969	452.2	1469.0	1423.5	45.5	2.409	10
11	0.1735	6.351	0.2815	0.969	453.5	1611.1	1561.2	49.9	2.574	11
12	0.1599	6.929	0.2594	0.969	454.7	1753.1	1698.7	54.4	2.738	12
13	0.1483	7.506	0.2406	0.969	455.8	1894.5	1835.8	58.7	2.899	13
14	0.1383	8.084	0.2244	0.969	456.8	2035.7	1972.6	61.1	3.058	14

An dieser Stelle mag als Abschluss der theoretischen Studien über den Ausfluss der Dämpfe aber vorerst noch darauf hingewiesen werden, dass die zuletzt gegebenen Formeln für den Ausfluss gesättigter Wasserdämpfe für Lösung praktisch-technischer Aufgaben in viel einfachere Form sich überführen lassen.

Möge hierbei vorausgesetzt werden, dass beim Ausfluss in die freie Atmosphäre der Druck des Wasserdampfes im Kessel mehr als 1,8 Atmosphären betrage, eine Annahme, die in den meisten Fällen der Praxis zutreffen wird, dann stellt sich in der Mündung der durch Gl. (46) S. 162 gegebene Druck p ein und für die rechnerische Durchführung des vorgelegten Specialfalles wären dann die Gln. (47) bis (50) S. 162 zu benutzen.

Nun besteht aber, wie auf S. 36 durch Gl. (33) gezeigt worden ist, für trockenen gesättigten Wasserdampf zwischen den in der Praxis vorkommenden Grenzpressungen die Beziehung:

$$p_1 v_1^{\mu} = C\,, \tag{51}$$

wobei $\mu = 1{,}0646$ und $C = 1{,}7049$ zu setzen ist, wenn der Dampfdruck p_1 in Atmosphären gegeben ist und v_1 das entsprechende specifische Volumen des trockenen gesättigten Dampfes bedeutet.

Setzt man voraus, der Druck p_1 sei in Kilogrammen auf das Quadratmeter gegeben, so berechnet sich mit Hülfe vorstehender Beziehung

$$p_1 v_1 = 9727\, p_1^{\,0{,}0607} \tag{52}$$

und

$$\frac{p_1}{v_1} = 0{,}0001028\, p_1^{\,1{,}9393}\,. \tag{53}$$

Die Verwendung dieser Formeln in den Gln. (49) und (50) ergiebt dann die Ausflussgeschwindigkeit w und Ausflussmenge G einfach als Function des Druckes p_1 allein.

Für den Fall, dass die Widerstände vernachlässigt werden dürfen, ist für Wasserdampf $n = \varkappa = 1{,}135$ zu substituiren. Man erhält dann nach den angezogenen Gleichungen, je nachdem der Druck in Kilogrammen pro Quadratmeter oder in Atmosphären gegeben ist:

$$\left.\begin{aligned} w &= 3{,}2296\sqrt{p_1 v_1} \quad \text{bez.} \quad w = 328{,}30\sqrt{p_1 v_1}\,, \\ G &= 1{,}9908\,F\sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \quad \text{bez.} \quad G = 202{,}37\,F\sqrt{\frac{p_1}{v_1}}\,, \\ Gw &= 6{,}4293\,Fp_1 \quad \text{bez.} \quad Gw = 66\,434\,Fp_1\,. \end{aligned}\right\} \quad (54)$$

Benutzt man nun in diesen Ausdrücken die Gln. (52) und (53), so ergiebt sich unter der Voraussetzung, dass der Druck p_1 in Atmosphären gegeben ist:

$$w = 421{,}67\,p_1^{\,0{,}0303}\,, \quad (55)$$

$$G = 157{,}55\,Fp_1^{\,0{,}9697}\,, \quad (56)$$

$$Gw = 66\,434\,Fp_1\,. \quad (57)$$

Bedenkt man ferner, dass für gesättigte Wasserdämpfe sich auch nach Gl. (51) näherungsweise

$$p\,u^{\mu} = p_1 u_1^{\,\mu}$$

schreiben lässt, so folgt nach Gl. (48) unter Benutzung von Gl. (46) S. 162 die specifische Dampfmenge x in der Mündungsebene allgemein auch aus:

$$x = \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{n-\mu}{\mu(n-1)}}, \quad (58)$$

und hieraus für den vorliegenden Specialfall $n = \varkappa = 1{,}135$:

$$x = 0{,}9685\,, \quad (58^a)$$

in voller Uebereinstimmung mit den entsprechenden Resultaten der Tabelle auf S. 167.

Um auch noch den Grad der Uebereinstimmung der anderen vorstehenden Formeln mit den früher gegebenen hervortreten zu lassen, möge angenommen werden, der Kesseldruck p_1 betrage 5 Atmosphären; hier ergeben die Gln. (55) und (56) für die Ausflussgeschwindigkeit $w = 442{,}7$ m und für die Ausflussmenge $G = 750{,}3\,F$ kg; es folgen demnach fast genau die für den angenommenen Druck in der Tabelle S. 167 angegebenen Werthe.

Die hier vorgeführten Untersuchungen gelten unter der Voraussetzung, dass der Druck im Ausflussgefäss mehr als das 1,8fache des äusseren Druckes oder des Druckes in der Vorlage beträgt; in diesem Falle ist der Druck p in der Mündungs-

ebene grösser, als der Druck in der Vorlage, der oben mit p_2 bezeichnet wurde.

Verfolgt man nun den Dampfstrahl von der Mündung ab nach aussen hin, so breitet sich derselbe, wie die gewöhnlichsten Beobachtungen zeigen, allmählich aus und es wird daher, in einer gewissen Entfernung, von der Mündungsebene ab gerechnet, ein Strahlquerschnitt vorliegen, in welchem der Druck eben mit dem äusseren Druck p_2 identisch geworden ist. Es möge dieser Querschnitt als »Ausflussquerschnitt« und mit F_0 bezeichnet werden; derselbe ist demnach von dem »Mündungsquerschnitte« F zu unterscheiden und zwar wird $F_0 > F$ sein; nur für den Fall, dass der innere Druck p_1 weniger als das 1,8fache des äusseren beträgt, sind Mündungsdruck p und äusserer Druck p_2 identisch, wobei dann auch der Ausflussquerschnitt mit dem Mündungsquerschnitte zusammenfällt.

Liegt nicht dieser, sondern der erstgenannte Fall vor, so findet sich für trockenen gesättigten Wasserdampf die Ausflussmenge nach Gl. (43) S. 162

$$G = F_0 \sqrt{2g \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]};$$

dagegen, wenn man den Mündungsquerschnitt F einführt, nach Gl. (50) S. 163

$$G = F \sqrt{2g \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{n-1}{n+1}\right) \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{n-1}}},$$

und daher folgt durch Gleichsetzen:

$$\left(\frac{F_0}{F}\right)^2 = \frac{\left(\frac{n-1}{n+1}\right)\left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{n-1}}}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n+1}{n}}}, \tag{59}$$

wodurch sich der Ausflussquerschnitt F_0 aus dem Mündungsquerschnitt F berechnet.

Ohne Berücksichtigung der Widerstände ist bei Wasserdampf $n = \varkappa = 1{,}135$ zu setzen, beim Ausfluss in die freie Atmosphäre ist $p_2 = 1$. Hiernach sind die Werthe der Col. 9 der Tabelle auf

S. 167 berechnet; man erkennt aus den gefundenen Werthen, dass der Ausflussquerschnitt F_0 um so grösser ist, also auch um so weiter vom Mündungsquerschnitt entfernt liegen wird, unter je höherem Druck der Ausfluss erfolgt*).

§ 24. Versuche über den Ausfluss des Wasserdampfes.

Experimentelle Untersuchungen über den Ausfluss des Wasserdampfes liegen nur sehr wenige vor. Ueber die älteren Versuche berichtet, neben Vorführung eigener Versuche, die sich speciell auf den Ausfluss des Wasserdampfes bei Sicherheitsventilen der Dampfkessel beziehen, ausführlich Kolster**), und erwähnt hierbei zuerst die ältesten, hierher gehörigen Versuche von Trémery***), auf die auch anderwärts wiederholt verwiesen worden ist. Trémery verfolgte die Aufgabe, auf experimentellem Wege Regeln über die Bestimmung der Dimensionen der Sicherheitsventile festzustellen; man fordert von einem solchen Ventil, dass es im geöffneten Zustande allen Dampf abbläst, der selbst bei übermässiger Kesselheizung im Kessel gebildet wird, sodass demnach eine Dampfanhäufung und eine damit verbundene weitere Druckerhöhung im Kessel nicht möglich ist.

Zu diesem Zwecke versah Trémery seinen Versuchsdampfkessel mit einem weiten Hahn mit Ausflussöffnung in dünner Wand, deren Querschnitt er der Art zu reguliren im Stande war, dass er mit neun verschiedenen Ausflussquerschnitten operiren konnte; der kleinste Ausflussquerschnitt betrug 0,7653 qcm und jeder nächstfolgende 0,2551 qcm mehr; der grösste Querschnitt daher 2,8061 qcm.

*) Die Tabellen, welche ich früher (Citat S. 166) veröffentlicht habe, geben die Ausflussgeschwindigkeit, Ausflussmenge und Beschaffenheit des Dampfes im Ausflussquerschnitt; das Abweichende gegen die Darstellungen in der vorliegenden Schrift besteht darin, dass dieser Querschnitt nicht unter allen Umständen identisch mit dem Querschnitte in der Mündungsebene angenommen werden darf.

**) Rud. Kolster in Helsingfors, Ueber das Ausströmen von Dampf und Luft aus Gefässmündungen und über die Dimensionen der gebräuchlichen Sicherheitsventile. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 11. 1867. S. 433 und 711. — Bd. 12. 1868. S. 97.

***) Trémery, Recherches sur l'écoulement de la vapeur. Annales des mines. 1841. t. 20. p. 343.

Nun wurde der Dampfkessel möglichst gleichmässig geheizt und unter folgeweiser Einstellung der einzelnen Mündungen bei jeder der Dampfdruck am Manometer beobachtet und, sobald derselbe stationär wurde, notirt.

Ist F der Mündungsquerschnitt in Quadratcentimetern, p_1 der Dampfdruck in Atmosphären, so ist nach Gl. (56) S. 169, wenn von den Widerständen abgesehen wird, das Dampfgewicht G in Kilogrammen, welches vom Beginn des Stationärwerdens des Druckes an zum Ausfluss gelangt:

$$G = 0{,}15755\,\alpha F p_1^{\,0{,}9697},$$

in welcher Formel rechts der Contractionscoefficient α noch eingesetzt worden ist, weil bei Trémery's Versuchen Ausflussmündung in dünner Wand vorlag.

Wäre nun der Coefficient α vom Dampfdrucke und Mündungsquerschnitte unabhängig, so müsste nach vorstehender Gleichung die Grösse

$$F p_1^{\,0{,}9697}$$

für jeden Mündungsquerschnitt F und zugehörigen Druck p_1 einer einzelnen Versuchsreihe immer auf den gleichen oder nahezu gleichen Werth führen. Trémery führte fünf solche Reihen bei verschiedener Stärke der Heizung durch.

Die nähere Prüfung der Versuchsresultate Trémery's, deren Aufführung hier unterbleiben mag, bestätigt nun jenen Satz nicht, vielmehr zeigt sich, dass die genannte Grösse mit abnehmendem Mündungsquerschnitt und wachsendem Dampfdruck abnimmt. Man müsste daher vielmehr den Schluss ziehen, dass in vorstehender Gleichung die Grösse

$$\alpha F p_1^{\,0{,}9697}$$

eine Constante wäre, dass demnach der Contractionscoefficient α zunehmen müsse, wenn der Druck wächst und der Mündungsquerschnitt kleiner wird, ein Schluss, der durch den Umstand gestützt wird, dass beim Ausfluss atmosphärischer Luft durch Mündungen in dünner Wand die Sache sich in der That so verhält. (Vergl. die Tabelle auf S. 260 Bd. I.) Eine weitere Verfolgung lassen die Trémery'schen Versuche leider nicht zu; man ersieht aber aus dem Vorstehenden, dass die betreffenden

Versuchsresultate wenigstens im Allgemeinen die oben entwickelten Anschauungen über den Ausfluss der Dämpfe bestätigen; hätte Trémery nicht Mündungen in dünner Wand, sondern Mündungen benutzt, die im Innern nach der Form des contrahirten Strahles abgerundet gewesen wären, so hätten dessen Versuche eine gute Stütze für die Hypothese von de Saint-Venant und Wantzel abgeben können.

Andere Versuche, auf die Kolster (a. a. O.) hindeutet, sind die von Minary und Résal*); leider geben auch diese Versuche keinen festen Anhalt zur Entscheidung der Frage und sind unter Umständen ausgeführt, die eine Verfolgung der Vorgänge bei denselben auf theoretischem Wege sehr erschweren.

Kolster glaubt aber aus den Ergebnissen dieser Versuche wenigstens den Schluss ziehen zu dürfen, dass dieselben den oben gemachten Annahmen nicht widersprechen; die in obigen Formeln auftretenden Constanten lassen sich aus den Versuchsresultaten nicht ableiten, weswegen hier auch von einer speciellen Aufführung der Ergebnisse der Versuche von Minary und Résal abgesehen und auf die angegebene Quelle verwiesen werden soll. Daselbst sind auch die Versuchsresultate aufgeführt, welche von Kolster selbst beim Ausströmen des Dampfes durch das Sicherheitsventil eines Locomotivkessels gewonnen wurden; sie deuten gleichfalls nur indirect auf die Richtigkeit der besprochenen Hypothese hin.

Ueber die ganze Frage, bezüglich des Ausflusses des gesättigten Wasserdampfes, haben endlich die Versuche von Napier (1869) etwas helleres Licht verbreitet, und diese Versuche sind es, auf die man sich allein bei der Beurtheilung der Frage stützen kann, da selbst bis zum heutigen Tage andere Versuchsreihen nicht veröffentlicht worden sind.

Der Verfasser dieses Buches hat allerdings fast um die gleiche Zeit und ohne Kenntniss von den Experimenten Napier's zu haben, durch eine ganz andere Versuchsmethode die Frage zu fördern gesucht, eine Veröffentlichung der Resultate aber, obwohl dieselben eine Bestätigung der Untersuchungen von Napier

*) »Recherches expérimentales sur l'écoulement des vapeurs« par Minary et Résal. Annales des Mines 1861. t. 19. p. 379. Deutsch im Civilingenieur. Bd. 8. 1862.

liefern, unterlassen. Im Folgenden sollen, soweit es dem vorgeschriebenen Rahmen dieses Buches entspricht, auch die Hauptergebnisse dieser Versuchsreihen Besprechung finden.

Die Versuche von Napier sind zuerst durch Rankine weiteren Kreisen zugänglich geworden, welcher ausdrücklich in der Einleitung seiner Abhandlung*) bemerkt, dass er den Hauptgrundsatz der Theorie dieser Versuche als vollkommen richtig anerkennen müsse. Der Hauptgrundsatz, auf den hier hingedeutet wird, bezieht sich auf die Bestimmung des Druckes in der Mündungsebene, wie sie schon in den oben vorgeführten Untersuchungen, sowie auch bei der Darstellung des Ausflusses der Gase in Bd. I S. 230 u. f. dieses Buches ausführlich besprochen worden ist; dass die hierher gehörigen Sätze schon lange vor Napier von de Saint-Venant und Wantzel gegeben worden sind, war Rankine zweifellos unbekannt.

In Bd. I dieses Buches S. 236 ist unter Nr. 34ª folgende Näherungsformel für den Ausfluss der Gase bei geringer Druckdifferenz abgeleitet worden:

$$G = F\sqrt{\frac{2g}{1+\zeta}\,\frac{p_2(p_1-p_2)}{BT_1}}\ .$$

Hierbei sind p_1 und T_1 Druck und Temperatur im Ausflussgefäss, p_2 der Druck in der Vorlage und in der Mündungsebene und ζ der Widerstandscoefficient in dem dort angegebenen Sinne. Die Formel giebt das Gewicht G der Luft in Kilogrammen, welche in der Secunde durch eine Mündung von F Quadratmeter Querschnitt zum Ausfluss gelangt; benutzt man in derselben die für

*) Engineer vom 26. Nov. und 3. Dec. 1869; auch in deutscher Sprache unter dem Titel »Ueber den Ausfluss des Dampfes« im Civilingenieur Bd. 16. 1870. S. 35. In dieser Abhandlung bespricht Rankine ohne Aufführung der Formeln und der Versuchsmethode die Arbeiten von Napier (vergl. Engineer vom 1. Oct. 1869) und vergleicht seine Darstellung über den Ausfluss mit meinen Untersuchungen »Ueber den Ausfluss von Dämpfen und hocherhitzten Flüssigkeiten«, Civilingenieur Bd. 10 1864. — Im Jahre 1870 schickte mir Rankine mit einigen, seinen Briefen beigelegten Handzeichnungen das Schriftchen von Napier »On the velocity of steam and other gases, and the true principles of the discharge of fluids« zu, welches ich Herrn Prof. Fliegner in Zürich zur Bearbeitung für den Civilingenieur übergab. Diese Arbeit findet sich unter Wiedergabe der erwähnten Handzeichnungen im Civilingenieur Bd. 17. 1871. S. 215.

Gase gültige Beziehung $p_1 v_1 = B T_1$, wobei v_1 das specifische Volumen des Gases im Ausflussgefässe vorstellt, so folgt

$$\frac{G}{F} = \sqrt{\frac{2g}{1+\zeta} \cdot \frac{p_1}{v_1}\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)\frac{p_2}{p_1}}, \tag{60}$$

und das ist dann, wenigstens der Form nach, die Gleichung, welche Napier für den Ausfluss des Dampfes bei geringer Druckdifferenz angewendet wissen will.

Die nähere Betrachtung dieser Formel zeigt, dass für die Ausflussmenge G ein Maximum vorliegt, sobald

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{2} \tag{61}$$

ist; man erhält in diesem Falle:

$$\frac{G}{F} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2g}{1+\zeta} \cdot \frac{p_1}{v_1}}. \tag{62}$$

Wäre der Druck p_2 in der Vorlage kleiner als $\frac{1}{2}p_1$ und würde sich derselbe bis in die Ebene der Mündung erstrecken, so würde die Ausflussmenge G, wenn man sich den inneren Druck p_1 constant denken wollte, kleiner ausfallen, als vorstehende Formel (62) ergiebt.

Napier geht daher von der Annahme aus, dass Gl. (60) in Anwendung kommen müsse, so lange

$$\frac{p_2}{p_1} > \frac{1}{2}$$

ist und dass sich in diesem Falle der äussere Druck p_2 bis in die Ebene der Mündung erstrecke; dass man dagegen von Formel (62) Gebrauch zu machen habe, wenn der Druck in der Vorlage der Beziehung

$$\frac{p_2}{p_1} < \frac{1}{2}$$

unterworfen ist, und dass sich in diesem Falle der Druck in der Mündungsebene auf den Werth $\frac{1}{2}p_1$ einstellt, also gleich der Hälfte des inneren Druckes p_1 ist.

Man erkennt, dass die Annahme von Napier vollständig mit der oben ausführlich besprochenen Hypothese von de Saint-

Venant und Wantzel übereinstimmt; der ganze Unterschied liegt nur darin, dass seine Formeln als Näherungsausdrücke der oben auf S. 162 und S. 163 gegebenen Formeln anzusehen sind.

Ist w die Ausflussgeschwindigkeit, so folgt mittels der Beziehung $Gv_1 = Fw$ aus Gl. (60), wenn noch näherungsweise das Volumen in der Mündungsebene gleich dem im Ausflussgefässe gesetzt wird:

$$w = \sqrt{\frac{2g}{1+\zeta} \cdot p_1 v_1 \left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \frac{p_2}{p_1}} \quad \text{für} \quad \frac{p_2}{p_1} > \frac{1}{2}, \tag{63}$$

und aus Gl. (62):

$$w = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2g}{1+\zeta} \cdot p_1 v_1} \quad \text{für} \quad \frac{p_2}{p_1} < \frac{1}{2}. \tag{64}$$

Diese Gleichungen giebt Napier gleichfalls, nur mit dem Unterschiede, dass in dessen Formeln der Widerstandscoefficient ζ nicht vorkommt.

Meine Versuche beim Ausfluss der Luft durch eine gut abgerundete Mündung ergaben den Widerstandscoefficienten $\zeta = 0{,}0105$. (Bd. I S. 253.)

Ueberträgt man diesen Werth auch auf den Ausfluss des Wasserdampfes und denkt man sich in den Gln. (60) und (62) den Druck in Atmosphären substituirt, indem man $10333\,p_1$ statt p_1 setzt, so würde für eine solche Mündung folgen

$$\frac{G}{F} = 448 \sqrt{\frac{p_1}{v_1}\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)\frac{p_2}{p_1}} \quad \text{bez.} \quad \frac{G}{F} = 224 \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}\,.$$

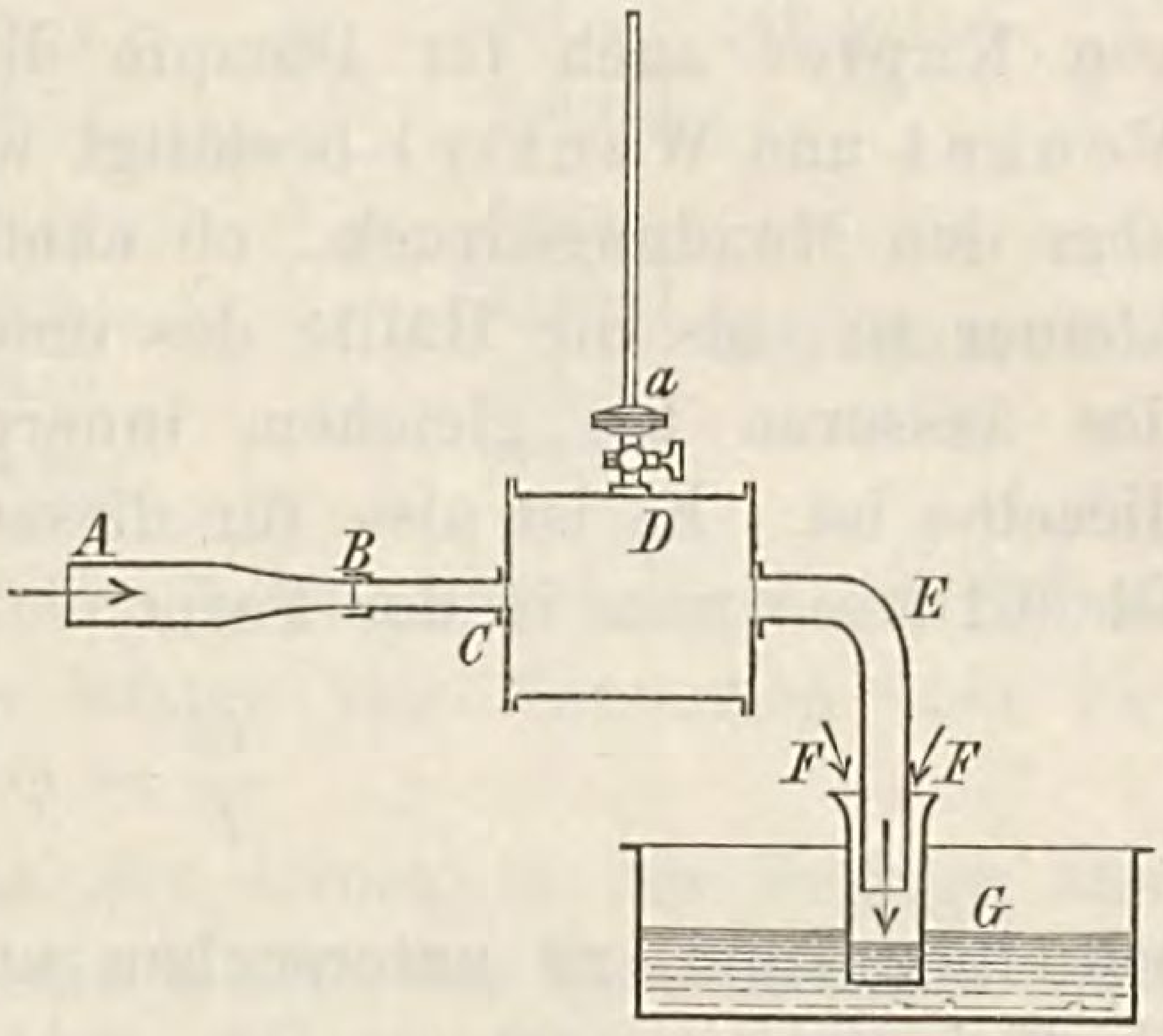
Aus einigen Versuchen von Napier finden sich in der That die beiden hier vor der Wurzel stehenden Coefficienten, im Allgemeinen giebt aber Napier für gut abgerundete Mündungen die beiden Werthe zu 420 bez. 210. Unter Vernachlässigung der Widerstände d. h. für $\zeta = 0$ ergeben die Formeln (60) und (62) die beiden Coefficienten bez. 450 und 225. Der letztere Werth erscheint grösser, als er oben S. 164 und 169 nach den zweifellos besser begründeten Formeln gefunden wurde.

Was nun die Versuche von Napier betrifft, so ist der über dieselben gegebene Bericht leider nicht sehr vollständig, auch die Beschreibung des Versuchsapparates giebt keinen klaren Einblick in alle Theile der verschiedenen Versuche.

In der Hauptsache war der Versuchsapparat von der in Fig. 19 angedeuteten Art.

Aus dem Dampfkessel trat der Dampf durch das Rohr A herbei und gelangte durch die gut abgerundete Mündung B zum Ausfluss. An die Mündung war aber ein Rohr C von gleichem innern Durchmesser angeschraubt, welches bei verschiedenen Versuchen von verschiedener Länge gewählt wurde. Aus diesem Rohre trat der Dampf in ein erweitertes Rohr D, die eigentliche Vorlage, in welcher der Druck p_2 durch ein Manometer a gemessen wurde. Aus der Vorlage D strömte der Dampf weiter durch ein nach unten gebogenes Rohr E nach einem mit kaltem Wasser gefüllten Auffanggefäss G. Das untere Ende des Rohres E berührte nahezu den Wasserspiegel und war von einem etwas weiteren, oben und unten offenen Rohr F umgeben; dadurch wurde an der Ausmündung des Rohres E eine plötzliche Querschnittserweiterung erzielt, sodass im Rohre F von oben her Luft angesaugt wurde, wodurch der ausströmende Dampf unter Wasser gedrückt und damit vollständig zur Condensation gebracht worden sein soll.

Fig. 19.



Bei den Versuchen kam es nun darauf an, zu dem betreffenden Querschnitt F der Mündung B den Kesseldruck p_1 und den Druck p_2 in der Vorlage D zu beobachten und überdies das Gewicht des Dampfes zu ermitteln, welcher innerhalb der Beobachtungszeit zum Ausfluss gelangte. Die letztere Bestimmung hat aber Napier nicht dadurch vorgenommen, dass er das Wasservolumen im Auffanggefässe G im Anfange und am Ende des Versuches und damit das Volumen und das Gewicht des condensirten Dampfes ermittelte; vielmehr berechnete er dieses Gewicht aus dem Gewichte der anfänglich im Auffanggefäss enthaltenen Wassermenge und der anfänglichen Temperatur desselben, sowie aus der Temperatur, welche das Wasser mit Einschluss des con-

densirten Dampfes am Ende des Versuches zeigte, wobei er richtiger Weise auch die Wärmemenge mit in Betracht zog, die an die Gefässwandungen übergegangen war. Ob diese Beobachtungsweise zuverlässiger ist, als die directe Beobachtung der Volumenzunahme im Auffanggefässe, mag hier unerörtert bleiben; technisch von Bedeutung ist nur die Frage, ob durch die Versuche von Napier auch für Dämpfe die Hypothese von de Saint-Venant und Wantzel bestätigt wird, besonders aber die Frage über den Mündungsdruck, ob nämlich, wenn der äussere Druck kleiner ist, als die Hälfte des inneren Druckes für jeden Werth des äusseren bei gleichem inneren Drucke die Ausflussmenge dieselbe ist. Es ist also für diesen Fall die Zuverlässigkeit der Gl. (62), die man in der Form

$$\frac{G}{F} = \psi \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \tag{65}$$

schreiben kann, zu untersuchen und die Unveränderlichkeit des Coefficienten ψ nachzuweisen, wie es in Bd. I für den Ausfluss der Luft versucht worden ist. Die vorstehende Gleichung ist von derselben Form, wie sie schon oben S. 156, 164 und 169 gefunden worden ist.

Bei der einen Versuchsreihe Napier's, deren Resultate in der folgenden Zusammenstellung aufgeführt sind und bei welcher der in Fig. 19 angedeutete Apparat in Anwendung kam, lag eine gut abgerundete Mündung vor, deren Durchmesser 14,3 mm betrug; es war daher der Querschnitt in Quadratmetern $F =$ 0,000160606. Der Kesseldruck p_1 betrug bei allen Versuchen vier Atmosphären, wonach sich berechnet:

$$\sqrt{\frac{p_1}{v_1}} = 2{,}9867 .$$

Col. 1 ergiebt nun den beobachteten Druck p_2 in der Vorlage D; Col. 2 den aus Napier's Angaben berechneten Werth von $G : F$, also die in der Secunde ausgeströmte Dampfmenge in Kilogrammen auf 1 qm Mündungsfläche bezogen; Col. 3 endlich giebt den aus Gl. (65) berechneten Werth von ψ.

1. Druck p_2 in der Vorlage. Atmosphären	2. $\frac{G}{F}$ kg	3. ψ	
2.067	599.46	200.7	201 Mittel
1.733	601.28	201.3	
0.733	599.25	200.6	
1.800	668.32	223.8	224 Mittel
1.800	663.24	222.1	
0.467	676.30	226.4	
0.467	664.26	222.4	

Bei den ersten drei Versuchen betrug die Länge des Rohres C (Fig. 19) 0,0953 m, bei den letzten vier Versuchen aber nur 0,0127 m.

Diese Versuche, bei denen der Druck in der Vorlage zum Theil beträchtlich kleiner, als die Hälfte des Kesseldruckes war, bestätigen die Hypothese mit hinreichender Genauigkeit. Dass bei den ersten drei Versuchen der Werth ψ kleiner hervortritt, als bei den Versuchen der zweiten Gruppe, hat seinen Grund in der grösseren Länge des Rohres C, durch welche der in Gl. (62) auftretende Widerstandscoefficient ζ vergrössert wird. Die zweite Gruppe der Versuche dürfte fast genau (wegen der Kürze des Rohres C) dem Ausfluss durch eine gut abgerundete Mündung entsprechen und führt, wie auf S. 176 gezeigt wurde, auch auf denselben Widerstandscoefficienten ζ, wie die in Bd. I S. 253 besprochenen Versuche mit Luft.

Bei einer anderen Versuchsreihe, welche Napier mit einer Mündung von 9,5 mm Durchmesser ausführte, betrug der äussere Druck p_2, also der Druck in der Vorlage, durchgängig eine Atmosphäre, während verschiedener Kesseldruck p_1 vorlag. Die Versuche ergaben folgende Resultate:

Kesseldruck p_1. Atmosphären	$\frac{G}{F}$	ψ	
1.800	292.22	160.3	158.5 Mittel
2.067	333.12	159.9	
3.000	467.79	156.4	
4.000	623.03	157.6	

Auch in dieser Versuchsreihe weicht bei den einzelnen Versuchen der Werth ψ nur wenig vom Mittelwerthe ab, sodass sie ebenfalls als Bestätigung des abgeleiteten Satzes angesehen werden kann. Dass hier der Werth ψ wesentlich kleiner, als in der vorhin gegebenen Versuchsreihe ist, hat seinen Grund zweifellos darin, dass bei diesen Versuchen viel grössere Widerstände vorgelegen haben. Leider ist hierüber aus der Napier'schen Schrift Näheres nicht zu erkennen, da die Beschreibung keinen vollständigen Einblick weder in die Versuchsmethode, noch sogar in die Zusammensetzung des Versuchsapparates ermöglicht.

§ 25. Ausflussversuche mit Hülfe der Dampfstrahlpumpe.

Die Giffard'sche Dampfstrahlpumpe giebt, wenn man von derselben die sogenannte Druck- oder Fangdüse wegnimmt und den Wasserstrahl durch die Mischungsdüse nach einem Aichgefässe strömen lässt, das Mittel an die Hand, unter gewissen Verhältnissen das Ausströmen des Dampfes näherer Prüfung zu unterwerfen. Auf diesem Wege hat der Verfasser im Jahre 1870 (vergl. Citat S. 132) eine Reihe von Versuchen ausgeführt, über die im Folgenden, weil eine Veröffentlichung anderwärts nicht stattgefunden hat, in der Kürze berichtet werden soll, da sie die oben entwickelten Sätze wohl bestätigen dürften.

Fig. 20.

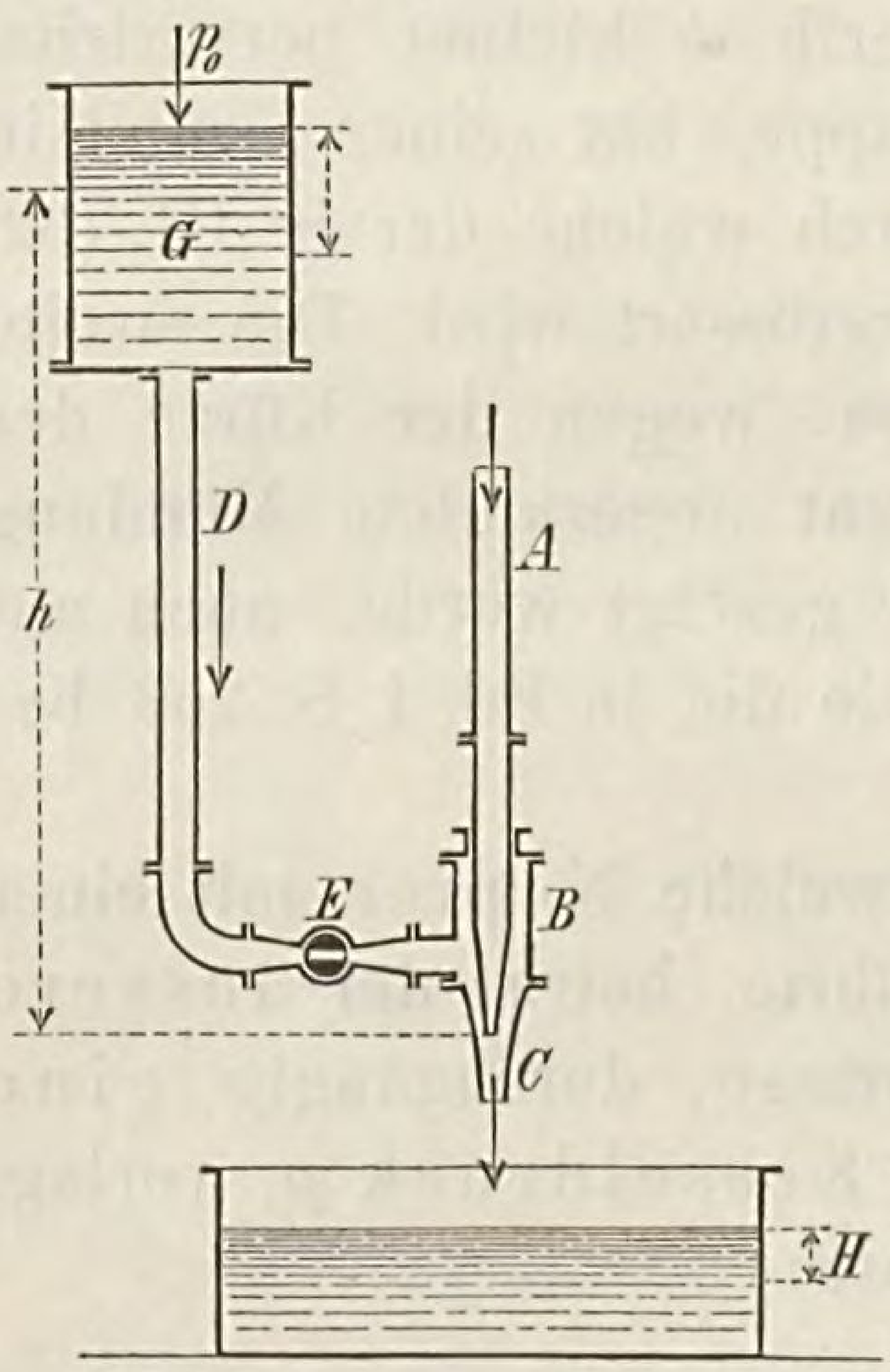


Fig. 20 giebt die schematische Darstellung des Versuchsapparates; der Deutlichkeit wegen in allen Theilen von den wirklich benutzten Dimensionsverhältnissen abweichend. Der Theil A, B, C stellt den Injector dar, dessen Axe vertical gerichtet war. Das Dampfrohr A, welches den Dampf vom Kessel herbeiführt, lief unten in ein conisches Rohr, die Dampfdüse, aus und war daselbst von einem Gehäuse B umgeben, welches unten in ein conisches Rohr C, die »Mischungs-

oder Wasserdüse« überging. Seitwärts mündete in das Gehäuse *B* ein Rohr *D* ein, welches oben mit einem, kaltes Wasser enthaltenden Gefässe *G* in Verbindung stand. Wurde der im Rohre *D* befindliche Hahn *E* geöffnet, so trat das Wasser in das Gehäuse *B*, von da nach der Mischungsdüse und kam hier mit dem aus der Dampfdüse kommenden Dampf in Berührung, wodurch derselbe condensirt wurde; der gemischte Wasserstrahl trat dann aus der Düse *C* nach dem darunter befindlichen Auffanggefässe *H*. Der Injector hatte also das Wasser nicht anzusaugen, sondern dasselbe wurde ihm unter Druck zugeführt. Die beiden Gefässe *G* und *H* waren sehr sorgfältig gearbeitete, aus gehobelten Eisenplatten zusammengesetzte parallelepipedische Kästen, die vorher genau geaicht worden waren, sodass man an einer an der verticalen Wand angebrachten mit Nonius versehenen Scala die Wasserstände beobachten und daraus die im Anfange und am Ende im Aichkasten befindlichen Wassermengen bestimmen konnte. Die Versuche wurden in folgender Art ausgeführt.

Bevor man das Dampfrohr *A* und den Hahn *E* öffnete, wurden in beiden Gefässen *G* und *H* die Wasserstände und die Temperaturen des Wassers daselbst beobachtet; nun wurde der Hahn *E* geöffnet und fünf Secunden später das Dampfrohr *A*, von welchem Zeitpunkte an der Wasserstrahl milchweiss (vergl. die Bemerkung auf S. 131) die Mischungsdüse verliess. Das Ausströmen dauerte bei den Versuchen unter verschiedenem Dampfdruck im Kessel in der Regel 60 Secunden; am Ende derselben wurde der Hahn *E* und das Dampfventil rasch geschlossen und nun sowohl der Wasserstand und die Temperatur im Zuflussgefässe *G* wie im Auffanggefässe *H* beobachtet.

So ermittelte sich denn das Gewicht des Wassers, welches in der Zeiteinheit dem Injector zugeführt wurde und aus dem Mehrbetrag des Wassers im Auffanggefässe das Gewicht des Dampfes, welcher in der gleichen Zeit durch die Dampfdüse zum Ausfluss gelangt war.

Der Dampfdruck im Kessel wurde, natürlich unter Beobachtung des gleichzeitig vorliegenden Luftdruckes am Barometer, durch ein gut gearbeitetes offenes Quecksilbergefässmanometer bestimmt; aus dem im Anfange und am Ende des Versuches beobachteten Manometerständen, die wegen des grossen Inhaltes des

benutzten Dampfkessels nur wenig verschieden waren, wurde das Mittel genommen.

Da nun der Durchmesser der Dampfdüse (Ausmündung des Dampfrohres A Fig. 20) 10,6 mm, also ihr Querschnitt $F = 88{,}25$ qmm betrug, so war durch die beobachtete Spannung p_1 im Kessel und die gefundene Ausflussmenge G das Mittel an die Hand gegeben, zu prüfen, ob der Factor ψ in Gl. (65) S. 178 sich wirklich als eine Constante herausstellte, vorausgesetzt allerdings, dass der Druck p_2 vor der Dampfausströmungsöffnung, d. h. im Innern der Mischungsdüse, höchstens die Hälfte des Kesseldruckes betrug. Dieser Druck p_2 ist bei allen Injectoren kleiner, als der atmosphärische; seine directe Ermittelung aber, etwa durch Einführung eines Vacuummeterrohres in den Mischungsraum C, dürfte schwerlich zum Ziele führen. Es giebt jedoch ein anderes Mittel, diesen Druck zu bestimmen, und dieses Mittel ist denn auch bei allen Versuchen, von denen hier die Rede ist, in Anwendung gekommen.

Ist nämlich h die mittlere Druckhöhe (Wassersäule), unter welcher das Wasser aus dem Aichgefässe G nach der Dampfdüsenöffnung strömt, p_0 der specifische Druck der Atmosphäre, p_2 derjenige vor der Mündung, und ist w_1 die Geschwindigkeit, mit der das Wasser durch den ringförmigen Querschnitt (rings um die Dampfdüse) in den Mischungsraum (Fig. 20) strömt, so besteht folgende Beziehung:

$$h + \frac{p_0 - p_2}{\gamma} = (1 + \zeta)\frac{w_1^2}{2g}, \tag{66}$$

wobei γ das specifische Gewicht des Wassers ist ($\gamma = 1000$) und ζ den Widerstandscoefficienten darstellt, der allen hydraulischen Widerständen entspricht, die das Wasser auf dem Wege vom Gefäss G bis nach dem Mischungsraum zu überwinden hat.

Nun betrug bei den Versuchen der unten folgenden Zusammenstellung der ringförmige Querschnitt $F_1 = 154{,}8$ qmm, und da bei jedem einzelnen Versuche das Gewicht G_1 des Wassers bestimmt wurde, welches in der Secunde vom Injector angesaugt, oder richtiger gesagt, dem Injector zugedrückt wurde, so war damit die Möglichkeit gegeben, die Durchflussgeschwindigkeit w_1 zu bestimmen.

Was dagegen den Widerstandscoefficienten ζ betrifft, so erforderte die Ermittelung besondere Vorversuche. Es wurde nämlich

das Dampfrohr A geschlossen und die Wassermenge gemessen, welche hierbei in der Zeiteinheit aus dem Aichkasten durch den Apparat hindurchfloss. Nach bekannten hydraulischen Sätzen lässt sich dann leicht, was hier unterbleiben soll, eine Formel ableiten, aus der sich der Widerstandscoefficient ζ bestimmt. Für die folgende Versuchsreihe stellte sich derselbe $\zeta = 1{,}227$ heraus.

Nach dem Angegebenen kann man nun leicht aus Gl. (66) den Werth:

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma},$$

d. h. den Ueberdruck der äusseren Atmosphäre über den Druck im Mischungsraume und damit den letzteren selbst (in Wassersäule gemessen) bestimmen.

So betrug bei der folgenden Versuchsreihe $h = 1{,}303$ m und bei dem letzten Versuche (Nr. 7 der Reihe) das in der Secunde angesaugte Wasserquantum $G_1 = 0{,}877$ kg oder das Volumen $V_1 = 0{,}000877$ cbm, daher war die Geschwindigkeit w_1 des Wassers im ringförmigen Querschnitt

$$w_1 = \frac{V_1}{F_1} = 5{,}66 \text{ m},$$

und hiernach berechnet sich für den angegebenen Versuch unter Benutzung der angegebenen Werthe nach Gl. (66)

$$\frac{p_0 - p_2}{\gamma} = 2{,}333 \text{ m Wassersäule}$$

oder 171 mm Quecksilbersäule; da der Barometerstand 728 mm betrug, so war demnach der absolute Druck im Mischungsraume 557 mm Quecksilbersäule.

Da bei diesem Versuche der Kesseldruck 1265,3 mm betrug, so war bei demselben, dem kleinsten Kesseldruck in der folgenden Versuchsreihe, der Druck im Mischungsraume immer noch kleiner, als die Hälfte des Kesseldruckes.

Die besprochene Methode der Bestimmung des Druckes im Mischungsraume eines Injectors ist hier eingefügt worden, um sie für den Fall zu empfehlen, dass künftig von Anderen ähnliche Versuche wieder aufgenommen werden sollten.

Es möge nun wieder zu der hier vorliegenden Frage über Dampfausfluss zurückgegangen werden.

Es wurden im Ganzen acht Versuchsreihen*) durchgeführt; in der folgenden Zusammenstellung sind aber nur für eine Reihe die Versuchs- und Rechnungsresultate angegeben und das auch nur soweit, als sie sich auf die Frage des Dampfausströmens beziehen.

Das Hauptziel der Untersuchungen bezog sich auf das Verhalten des Injectors überhaupt, doch soll auf die allgemeinen Ergebnisse derselben hier nicht näher eingegangen werden; einige Bemerkungen über dieselben sind bereits auf S. 132 eingefügt worden.

Bei einem Dampfdüsendurchmesser von 10,6 mm, also einem Querschnitte von $F = 88{,}25$ qmm, ergaben sich folgende Resultate beim Barometerstand von 728 mm:

Nr. des Versuches	1. Dampfdruck im Kessel in Millim. Quecksilbersäule. Beobachtet	2. Dampfgewicht G kg in der Minute. Beobachtet	3. Werthe von $\sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$ für p_1 in Atmosphären. Berechnet	4. Werthe von ψ in Gl. (65)	5. Dampfgewicht G kg in der Minute. Berechnet	6. Differenzen der Werthe von Col. 2 und 5.
1	2271.3	2.744	2.2510	230	2.682	+ 0.062
2	2197.8	2.534	2.1803	220	2.598	— 0.064
3	2059.8	2.493	2.0474	230	2.439	+ 0.054
4	1961.8	2.394	1.9528	231	2.326	+ 0.068
5	1698.8	2.027	1.6885	227	2.012	+ 0.015
6	1420.3	1.645	1.4278	218	1.701	— 0.056
7	1265.3	1.495	1.2764	221	1.521	— 0.026
			Mittel: $\psi = 225$			

*) Bei dem benutzten Injector konnte die Dampfdüse A (Fig. 20) vor- und zurückgezogen werden. Vier Versuchsreihen (wovon eine die im Texte aufgeführte ist) wurden bei vier verschiedenen Düsenstellungen ausgeführt, sodass jeder einzelnen Reihe ein anderer ringförmiger Querschnitt für den Wasserzufluss entsprach; bei jeder war der Querschnitt der Dampfdüse, wie im Text angegeben, 88,25 qmm, der Ausflussquerschnitt der Mischungsdüse C dagegen 81,71 qmm. Bei der andern Gruppe von vier Versuchsreihen bei den gleichen vier Düsenstellungen war ein im Dampfrohre A befindlicher Conus so weit vorgeschoben, dass die nun ringförmige Dampfausströmung nur noch 48,76 qmm betrug. Alle im Texte nicht erwähnten Versuchsreihen führten bezüglich des Dampfausströmens auf Resultate, welche hinreichend mit den dort aufgeführten übereinstimmen.

Aus den Werthen der Col. 2 und 3 sind die in Col. 4 angegebenen Werthe von ψ nach Gl. (65) S. 178 berechnet; sie weichen verhältnissmässig wenig von dem angegebenen Mittelwerthe $\psi = 225$ ab; setzt man diesen Mittelwerth in Gl. (65), und substituirt man den Düsenquerschnitt F in Quadratmetern, so berechnet sich für vorstehende Versuche die Dampfmenge G, welche in der Minute zum Ausfluss gelangte, nach der Gleichung:

$$G = 1{,}1914 \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \,.$$

Die Rechnungsresultate sind in Col. 5 aufgeführt und stimmen hinreichend genau mit den Versuchsresultaten in Col. 2, sodass man auch in diesen Versuchen eine Bestätigung der nach der Hypothese von de Saint-Venant und Wantzel abgeleiteten Sätze erblicken kann. Freilich wäre es erwünscht gewesen, die Versuche noch auf höheren Kesseldruck auszudehnen; leider war der Versuchsapparat hierzu unzureichend, auch die Versuchsdauer war eine beschränkte; nur bei einzelnen Versuchen konnte die Ausflusszeit auf mehr als 60 Secunden ausgedehnt werden. Wenn nun auch die Wassermessungen im Zufluss- und Auffanggefäss mit grösster Sorgfalt ausgeführt wurden, so ist doch in den in Col. 2 angegebenen Werthen der Dampfausflussmenge eine gewisse Unsicherheit wegen der kurzen Beobachtungszeit enthalten, die nach der vorstehenden Tabelle schon in der zweiten Decimalstelle zum Ausdruck gelangt.

Der in der Tabelle angegebene Mittelwerth von ψ stimmt aber fast genau mit dem überein, welchen Napier für eine gut abgerundete Mündung (s. oben S. 179) gefunden hat. Diese Uebereinstimmung bildet allerdings noch keinen Beweis dafür, dass die Grösse ψ ihrem absoluten Werthe nach wirklich richtig ist; nach den auf S. 156 und 164 vorgeführten theoretischen Untersuchungen dürfte er von mir und Napier zu gross gefunden worden sein und zwar mit Rücksicht auf folgenden Umstand.

Bei allen meinen Versuchen stellte sich, wie schon in der Anmerkung S. 132 bemerkt wurde, als zweifellos heraus, dass der aus dem Kessel kommende Dampf trocken gesättigt war; bei meinen hier in Rede stehenden Injectorversuchen war aber, wie aus der Darstellung in Fig. 20 S. 180 ersichtlich ist, die Dampfdüse A aussen von dem kalten Zuflusswasser umgeben; es hat daher ohne

Zweifel schon in der Dampfdüse vor dem Durchgang durch die Ausflussöffnung eine theilweise Condensation stattgefunden, wodurch sich die beobachtete Ausflussmenge grösser ergeben musste, als nach den theoretischen Untersuchungen zu erwarten war; aus der Uebereinstimmung meiner Versuchsergebnisse mit denen von Napier ist zu schliessen, dass auch bei dessen Versuchen kein trocken gesättigter, sondern nasser Dampf zum Ausfluss gelangte. Aus diesen Bemerkungen darf aber nicht der Schluss gezogen werden, dass die beiderseitigen Versuchsreihen werthlos seien; zur Entscheidung der vorliegenden Frage ist schon das Ergebniss hinreichend, dass der Factor ψ in Gl. (65) S. 178 sich als nahezu von gleicher Grösse herausstellte bei allen einzelnen Versuchen, bei denen der Druck vor der Mündung kleiner als ungefähr die Hälfte des Kesseldruckes war, und dieses Ergebniss betrachte ich mit Rücksicht auf die in Bd. I S. 245 vorgeführten Resultate meiner Versuche über den Ausfluss der Luft auch für Dampf als hinreichend bestätigt. Nur über den wirklichen Werth der Constanten ψ für verschiedene Mündungsformen sind die Ergebnisse weiterer und vollständigerer Versuche abzuwarten; derartige Versuche dürften wohl am besten nach der von mir benutzten Methode ausgeführt werden, nur sollte hierbei nicht ein wirklicher Injector, sondern ein, einem solchen ähnlicher Versuchsapparat benutzt werden, bei welchem die Dampfdüse vor der Abkühlung durch das angesaugte kalte Wasser zu schützen wäre.

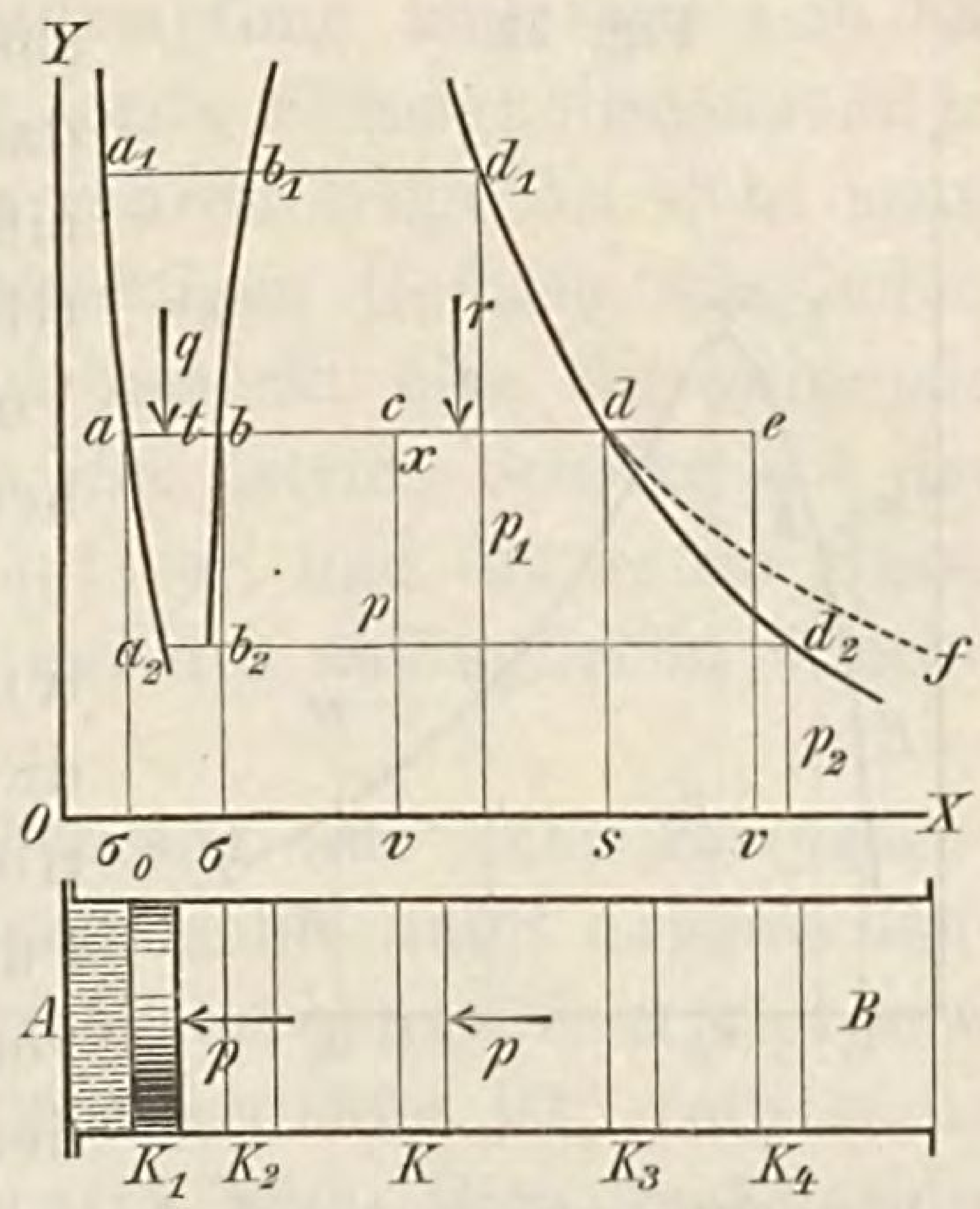
B. Das Verhalten der überhitzten oder ungesättigten Dämpfe.

§ 26. Erweiterung der Sätze über die Grenzcurve und über die kritische Temperatur.

Auf den Unterschied der gesättigten und überhitzten Dämpfe ist bereits in § 1 S. 6 unter Zugrundelegung von Fig. 1 S. 4, die hier in Fig. 21 wiederholt ist, hingewiesen worden. Die beiden Grenzcurven $b_1 b b_2$ und $d_1 d d_2$, die untere und die obere Grenzcurve, trennen drei Flächenräume von einander; denkt man sich von der Gewichtseinheit eines Dampfes das specifische Volumen

v und den Druck p gegeben, den erstern Werth als Abscisse, den andern als Ordinate aufgetragen, so bestimmt der zugehörige Punkt c, wie a. a. O. bereits erörtert wurde, vollständig den Dampfzustand; fällt der Punkt c, wie in der Figur, zwischen beide Grenzcurven, so ist dies ein Zeichen, dass Dampf und Flüssigkeit zugleich, also ein Gemisch vorliegt; fällt dagegen der Punkt c in den Raum links von der untern Grenzcurve, etwa nach a, so ist Flüssigkeit ohne Dampf vorhanden, und fällt der den Zustand bezeichnende Punkt c in den Flächenraum rechts von der obern Grenzcurve, also etwa mit dem Punkte e zusammen, so liegt Dampf ohne Flüssigkeit, überhitzter oder ungesättigter Dampf vor, und für diesen Dampf gälte es nun, die »Zustandsgleichung« d. h. die Beziehung zwischen Druck p, Volumen v und absoluter Temperatur T festzustellen.

Fig. 21.



Bei dieser Darlegung der Sache ist aber stillschweigend die Voraussetzung gemacht worden, dass die beiden Grenzcurven, die sich nach oben hin zweifellos einander nähern, nicht zum Durchschnitt gelangen.

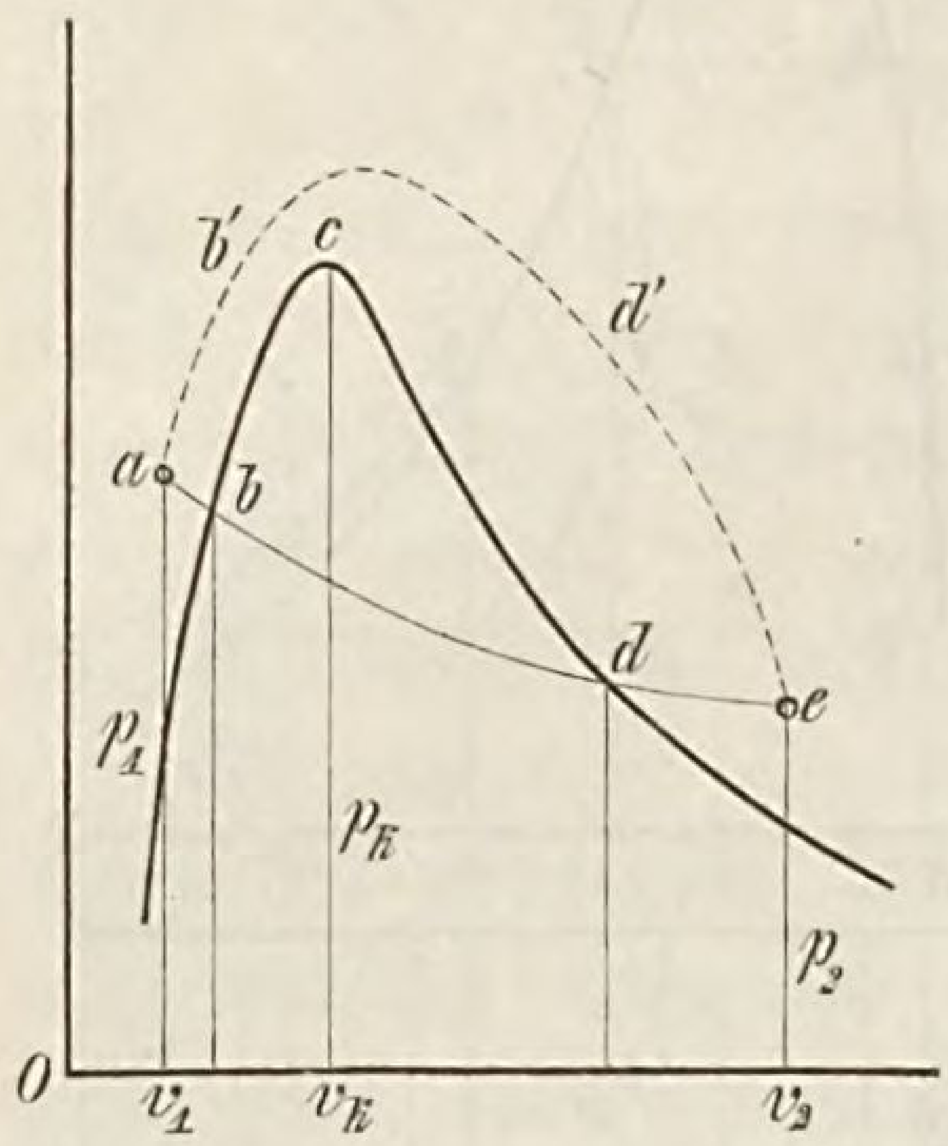
Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn man annimmt, dass die beiden Grenzcurven in einem bestimmten Punkte zusammentreffen, also in einander übergehen, wie es Fig. 22 a. f. S. darstellt; hier ist nur eine Grenzcurve vorhanden, deren beide Zweige bisher als obere und untere Grenzcurve unterschieden worden sind.

Neuere experimentelle Forschungen haben nun in der That ergeben, dass von den beiden besprochenen Fällen der hier zuletzt erwähnte vorliegt; bestimmt erwiesen ist der in Fig. 22 im Allgemeinen angedeutete Verlauf der Grenzcurve bei Kohlensäure durch Andrews und bei schwefliger Säure durch Cailletet und Mathias, Untersuchungen, die noch nähere Besprechung finden werden, doch liegen auch ältere Beobachtungen

anderer Richtung vor, die ebenfalls die Richtigkeit der gemachten Annahme bestätigen.

Jeder im Innern der Grenzcurve liegende Punkt entspricht einer Mischung von Flüssigkeit und Dampf und zwar lässt sich nach den Sätzen, die oben über gesättigte Dämpfe gegeben worden sind, das Mischungsverhältniss oder die specifische Dampfmenge x leicht aus der Gleichung $v = xu + \sigma$ berechnen, wenn Volumen und Druck der Gewichtseinheit gegeben sind.

Fig. 22.



Fällt dagegen der den Coordinaten p und v entsprechende Punkt auf die Grenzcurve selbst, so bezeichnet er trockenen gesättigten Dampf, wenn der Punkt auf den Curvenzweigen rechts vom Culminationspunkte c liegt; im andern Falle, beispielsweise dem Punkte b Fig. 22 entsprechend, hat man es mit Flüssigkeit ohne Dampf zu thun, und zwar befindet sich diese Flüssigkeit in einem eigenartigen Zustand, es beginnt sofort das Verdampfen bei der geringsten Volumenvergrösserung.

Liegt endlich der den augenblicklichen Zustand bezeichnende Punkt in dem Raume ausserhalb der Grenzcurve, so ist entweder nur Flüssigkeit oder trockener, überhitzter Dampf vorhanden; der Punkt a (Fig. 22) z. B. würde sicherlich dem flüssigen Zustande entsprechend anzusehen sein, während der Punkt e dem dampfförmigen oder sagen wir kurz dem Gaszustande entspräche. Hieraus erhellt aber sofort, dass in gewissen Punkten ausserhalb, insbesondere oberhalb der Grenzcurve Zweifel entstehen können, ob man die Substanz als im flüssigen oder im gasförmigen Zustand anzunehmen hat.

Schärfer noch wird die Frage durch folgende Betrachtung beleuchtet.

Es sei die Gewichtseinheit einer Flüssigkeit durch ihr Volumen v_1 und den Druck p_1, unter welchem dieselbe steht, im Punkt a (Fig. 22) in ihrem Anfangszustand gegeben; lässt man dieselbe nun unter entsprechender Wärmemittheilung nach der Druckcurve $abde$ bis zum Zustande e expandiren, in welchem

der Druck in p_2 und das Volumen in v_2 übergegangen ist, so dass nun die Masse gasförmig, als überhitzter Dampf vorliegt, so werden die Erscheinungen, da die Druckcurve den innern Raum der Grenzcurve durchdringt, folgende sein. Im Augenblicke, in welchem das Stück ab der Druckcurve durchschritten worden ist, beginnt bei b die Verdampfung und setzt sich bis zum Punkte d fort, in welchem das letzte Flüssigkeitselement in Dampf übergegangen ist; auf dem ganzen Wege bd sieht man, wenn der Vorgang in einem durchsichtigen Gefässe stattfindet, Flüssigkeit und Dampf getrennt und bemerkt eine fortwährende Abnahme der Flüssigkeitsmasse; in der letzten Strecke de der Expansionscurve liegt nur noch Dampf vor, und die ganze Masse erscheint gleichartig, wie das auch auf der anfänglichen Strecke ab der Fall war.

Ganz anders erscheint der Uebergang aus dem Anfangszustande a in den Endzustand e, wenn derselbe unter entsprechender Wärmemittheilung nach der Druckcurve $ab'd'e$ erfolgt und diese Curve, wie es in der Figur 22 angedeutet ist, vollständig in dem Bereiche oberhalb der Grenzcurve liegt. Hier erscheint die Masse auf dem ganzen Wege homogen, gleichartig, und nirgends ist zu erkennen, wo der als »flüssig« bezeichnete Zustand aufhört und der Dampf- oder der Gaszustand beginnt; Gas- und Flüssigkeitszustand sind demnach, wie Andrews zuerst ausgesprochen hat, nur als weit von einander getrennte Formen eines und desselben Aggregatzustandes anzusehen.

Der ganze von der Grenzcurve umschlossene innere Raum entspricht, wie bereits hervorgehoben wurde, allein dem gesättigten Zustande des Dampfes, und da hierbei der Druck nur eine Function der Temperatur ist, so wird dem Culminationspunkte c (Fig. 22), dessen Coordinaten mit v_k und p_k bezeichnet werden mögen, auch eine bestimmte Temperatur t_k entsprechen, die ebenso, wie der zugehörige Druck p_k, als Maximalwerth erscheint.

Man bezeichnet nach Andrews die Temperatur t_k als »kritische Temperatur«, und zwar wird der Werth derselben, ebenso wie der Werth des zugehörigen Druckes p_k und der des entsprechenden Volumens v_k für verschiedene Flüssigkeiten von verschiedener, aber ganz bestimmter Grösse sein.

Besitzt demnach die im Gefässe befindliche Masse eine Temperatur, welche gleich oder grösser, als die kritische Temperatur t_k ist, so kann sie nur im gleichförmigen Zustande und nicht in Form der Mischung von Flüssigkeit und Dampf vorhanden sein. Dass für die Flüssigkeiten eine kritische Temperatur in angegebenem Sinne existirt, hat zuerst Cagniard de la Tour*) gezeigt; er fand für Schwefeläther $t_k = 187^\circ$ C. und den zugehörigen Druck $p_k = 37{,}5$ Atmosphären; ferner für

Schwefelkohlenstoff	$t_k = 262^\circ{,}5$;	$p_k = 78$
Alkohol	$t_k = 259^\circ$;	$p_k = 119$

und giebt für Wasser die Temperatur des schmelzenden Zinks an, was ungefähr der Temperatur $t_k = 420^\circ$ entsprechen würde.

Die erste theoretische Begründung der kritischen Temperatur nach der mechanischen Wärmetheorie gab Avenarius**); ausgehend von dem von mir eingeführten Begriff der »innern latenten Wärme« ϱ und meinen für verschiedene Flüssigkeiten zur Berechnung von ϱ aufgestellten empirischen Formeln, schloss Avenarius, dass, da ϱ mit wachsender Temperatur abnimmt, bei einer bestimmten Temperatur t die innere latente Wärme Null sein werde und die zugehörige Temperatur die kritische Temperatur sein müsse.

Aus den in der Zusammenstellung auf S. 30 gegebenen empirischen Formeln ergiebt sich auf diesem Wege für die dort aufgeführten Dämpfe die kritische Temperatur wie folgt:

Wasser	$t_k = 727^\circ{,}4$	Chloroform	$t_k = 520^\circ{,}0$
Aether	$= 281^\circ{,}2$	Chlorkohlenstoff	$= 346^\circ{,}0$
Aceton	$= 324^\circ{,}2$	Schwefelkohlenstoff	$= 333^\circ{,}2$.

Es liegt nun aber auf der Hand, dass die hier gegebenen Werthe der kritischen Temperatur nur als rohe Annäherungswerthe angesehen werden dürfen, denn die Constanten der auf S. 30 aufgeführten empirischen Formeln gelten nur für die verhältnissmässig engen Temperaturgrenzen, innerhalb welcher Regnault die Flüssigkeits- und Gesammtwärme (vergl. S. 22 und 21) für verschiedene Temperaturen durch Beobachtungen bestimmt hat.

*) Annales de chim. et de phys. t. XXI. 1822. p. 127 und p. 128. — t. XXII. 1823. p. 410.

**) »Ueber innere latente Wärme«. Bulletin de la société impériale des naturalistes de Moscou. Année 1873. t. XLVI. Seconde Partie. p. 117.

Avenarius hat daher von den im Vorstehenden aufgeführten sechs Dampfarten zum Zweck der Bestimmung ihrer kritischen Temperatur diejenigen der experimentellen Prüfung unterzogen, bei denen nach vorstehenden Rechnungsresultaten die kritische Temperatur geringer als 350° C. zu erwarten war und fand für:

Aether	$t_k = 196{,}^\circ 2$	Chlorkohlenstoff	$t_k = 292{,}^\circ 5$
Aceton	$= 246{,}^\circ 1$	Schwefelkohlenstoff	$= 276{,}^\circ 1$.

Man ersieht, dass die beobachteten Werthe der kritischen Temperatur für diese vier Dampfarten beträchtlich abweichen von den vorhin berechneten, sie sind durchgängig von geringerer Grösse; noch grössere Abweichungen lassen sich bei Wasser und Chloroform erwarten, weil bei diesen beiden Dampfarten die berechnete kritische Temperatur noch weiter von den Temperaturgrenzen abliegt, zwischen denen Regnault seine Versuche ausgeführt hat; abgesehen von der vorhin erwähnten Angabe von Cagniard de la Tour sind diese Stoffe einer genaueren experimentellen Prüfung noch nicht unterworfen worden.

Avenarius hat dann (a. a. O.) unter Benutzung der zuverlässigsten Beobachtungsresultate Regnault's über die vorstehenden vier Dampfarten neue empirische Formeln für die Gesammtwärme λ, die Flüssigkeitswärme q, sowie für die äussere und innere latente Wärme, Apu und ϱ, aufgestellt und gezeigt, dass durch seine Formeln so gut, wie durch die älteren, die Regnault'schen Beobachtungen innerhalb der entsprechenden Temperaturgrenzen wiedergegeben werden, dass dann aber überdies seine empirischen Formeln für ϱ, unter der Voraussetzung $\varrho = 0$, die kritische Temperatur nach seiner Beobachtung derselben mit hinreichender Genauigkeit ergeben. Da die aufgeführten Dampfarten zur Zeit eine technische Verwendung beim Maschinenbetrieb nicht finden, so habe ich eine Umrechnung der betreffenden Tabellen des Anhanges nicht für nöthig erachtet, um so weniger, als die Zahlenwerthe derselben innerhalb der Temperaturgrenzen, für welche Regnault's Versuche gelten, durch die erweiterten Untersuchungen von Avenarius nicht beeinflusst werden.

Von Wichtigkeit wäre es, für die von Avenarius beobachteten Werthe der kritischen Temperatur t_k zugleich auch den zugehörigen Dampfdruck p_k zu kennen, der von ihm nicht beobachtet werden konnte; diesen Druck aus den empirischen For-

meln zu berechnen, welche für die Beziehung zwischen Druck und Temperatur gesättigter Dämpfe oben (S. 14) angegeben worden sind, erscheint, wenigstens für die aufgeführten Dämpfe, unstatthaft, da auch diese Formeln aus der Benutzung von Beobachtungen hervorgegangen sind, welche zwischen Temperaturgrenzen stattfanden, die verhältnissmässig weitab von dem Werthe der kritischen Temperatur lagen.

Später sind von Avenarius durch eine auszugsweise Uebersetzung des betreffenden russischen Berichtes*) die Versuchsergebnisse bekannt gemacht geworden, welche Sajotschewsky gefunden hat. Derselbe hat für 12 Dampfarten neben der kritischen Temperatur zugleich den zugehörigen Dampfdruck bestimmt. Für diejenigen Dämpfe, die auch in den Tabellen im Anhange des vorliegenden Buches auftreten, fand Sajotschewsky:

Aether	$t_k = 190{,}^\circ 0$	$p_k = 36{,}9$	Atmosphären
Aceton	$= 232{,}8$	$= 52{,}2$	-
Chloroform	$= 260{,}0$	$= 54{,}9$	-
Schwefelkohlenstoff	$= 271{,}8$	$= 74{,}7$	-

Ueberdies mögen noch die Versuchsresultate aufgeführt werden für:

Alkohol	$t_k = 234{,}^\circ 3$	$p_k = 62{,}1$	Atmosphären
Schweflige Säure	$= 155{,}4$	$= 78{,}9$	-

Die im Vorstehenden**) aufgeführten, der gleichen Dampfart entsprechenden Versuchsergebnisse verschiedener Experimentatoren weichen unter sich ab; man könnte geneigt sein, diese Abweichungen aus den Schwierigkeiten herzuleiten, welche sich der genauen Beobachtung der kritischen Temperatur unter dem dabei stattfindenden sehr hohen Drucke entgegenstellen, doch dürfte

*) Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie. Bd. III. 1879. p. 741.

**) Für Wasserstoff setzt man z. Z. nach Sarrau $t_k = -174^\circ$; $p_k = 98{,}9$ Atm.; ferner nach Wroblewski

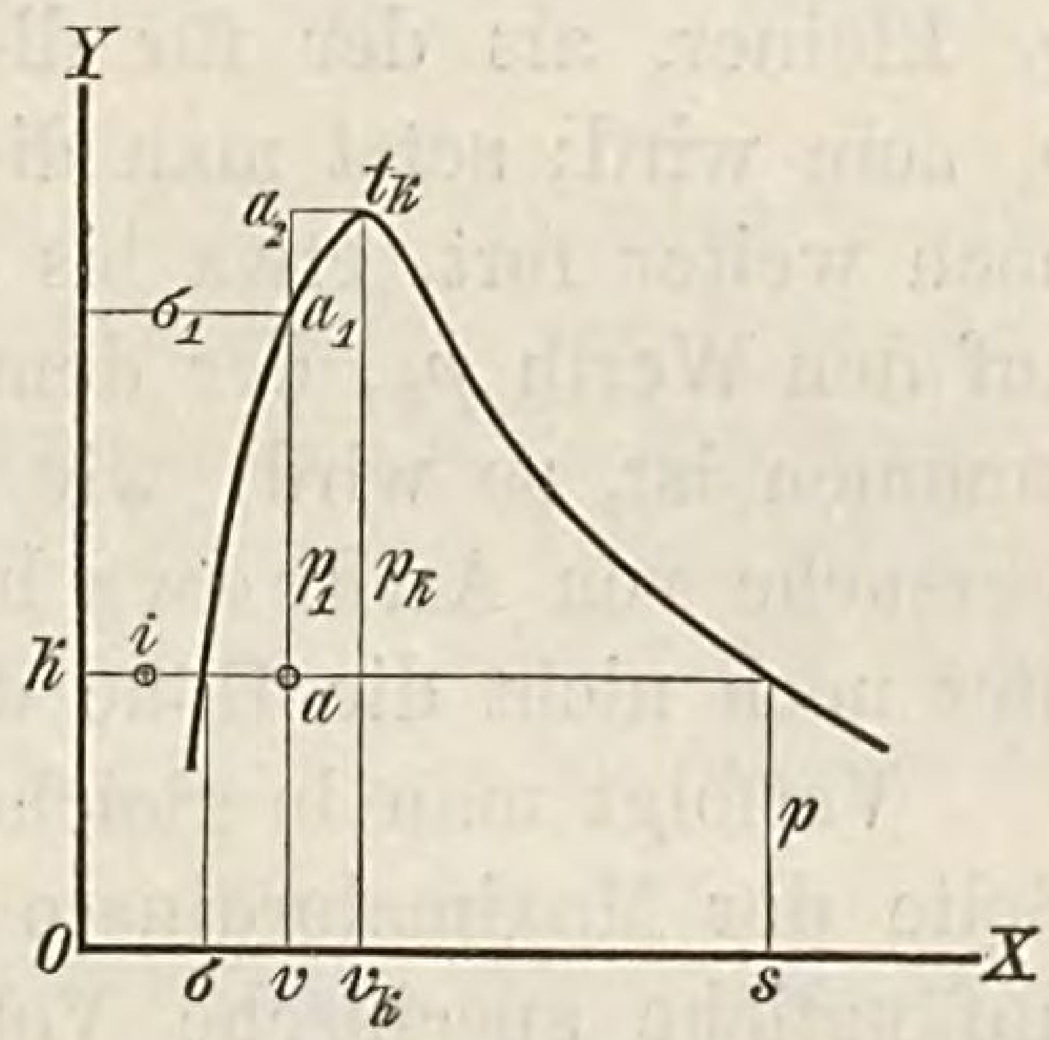
für Sauerstoff	$t_k = -118^\circ$;	$p_k = 50$ Atm.
Stickstoff	-146°;	33 -
Kohlenoxyd	-141°;	37 -

(Landolt und Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen. Berlin 1883.)

auch noch eine andere Erklärung anwendbar sein, die darauf hinausläuft, dass die bis jetzt angewandte Beobachtungsmethode überhaupt nicht zu übereinstimmenden Resultaten führen kann.

Denkt man sich in einem starkwandigen Glasrohre die Gewichtseinheit einer Mischung von Flüssigkeit und Dampf eingeschlossen und bei constantem Volumen erwärmt, so ist die Druckcurve eine verticale gerade Linie, welche die Grenzcurve in einem bestimmten Punkte rechts oder links vom Culminationspunkte t_k durchdringt, jenachdem das anfängliche specifische Volumen der Mischung grösser oder kleiner als das specifische Volumen v_k war, welches dem obersten Punkte t_k der Grenzcurve entspricht (Fig. 23). Angenommen, der letztere Fall liege vor und der Punkt a entspreche dem Volumen v und dem Drucke p der Mischung mit der Temperatur t, so wird bei der Erwärmung unter constantem Volumen der links liegende Theil der Grenzcurve im Punkte a_1, der dem Drucke p_1 und der Temperatur t_1 entsprechen möge, durchschnitten.

Fig. 23.



Ist das dem anfänglichen Drucke p entsprechende specifische Volumen der Flüssigkeit σ und das des gesättigten Dampfes s, sowie x die specifische Dampfmenge im Punkte a, so gilt die Beziehung:

$$v = xs + (1 - x)\sigma .$$

Das zweite Glied rechts stellt das Volumen der vorhandenen Flüssigkeitsmenge dar, welches in der Fig. 23 durch die Strecke $\overline{ki}$ repräsentirt werden könnte, während die Strecke $\overline{ia}$ das Dampfvolumen $x.s$ darstellt; bezeichnet man das erstere mit y, setzt man also

$$y = (1 - x)\sigma$$

und eliminirt man aus beiden Gleichungen den Werth x, so findet sich, wenn man zugleich das dem Durchschnittspunkte a_1 entsprechende specifische Volumen der Flüssigkeit mit σ_1 bezeichnet, wegen $v = \sigma_1$:

$$y = \frac{s - \sigma_1}{s - \sigma} \cdot \sigma$$

als das anfängliche Volumen der Flüssigkeit im Rohre.

Die Erscheinung bei der Erwärmung unter constantem Volumen wird nun die sein, dass der Dampf allmählich verschwindet und das Flüssigkeitsvolumen von y auf σ_1 zunimmt, die Flüssigkeit demnach im Punkte a_1 (Fig. 23) die Röhre vollständig füllt. Auf dem Wege von a nach a_1 ist der jeweilige Druck nur eine Function der Temperatur, also vom Volumen unabhängig; nach dem Ueberschreiten des Punktes a_1 hört aber diese Beziehung auf und es tritt nun eine neue Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur auf.

Vor allem wichtig ist hier die Bemerkung, dass im Punkte a_1 die Temperatur, welche mit t_1 bezeichnet werden mag, kleiner als die kritische Temperatur t_k, also auch der zugehörige Druck p_1 kleiner, als der für die kritische Temperatur gültige Werth p_k sein wird; setzt man die Erwärmung bei constantem Volumen noch weiter fort, etwa bis zum Punkte a_2, in welchem der Druck auf den Werth p_k, der dem Culminationspunkte t_k entspricht, gekommen ist, so wird, wie aus den folgenden Besprechungen der Versuche von Andrews hervorgehen wird, die Temperatur immer noch nicht die Höhe der kritischen erreicht haben.

Verfolgt man in gleicher Weise die Vorgänge auf der anderen Seite der Maximalordinate p_k, setzt man also voraus, dass das anfängliche specifische Volumen v der Mischung grösser, als v_k war, so liegen die Verhältnisse ähnlich; auch hier fällt der entsprechende Schnittpunkt a_1 unter den Culminationspunkt; die Erscheinung im Glasrohre wird also die sein, dass die anfängliche Flüssigkeitsmasse allmählich verschwindet und dass schliesslich im Durchschnittspunkte mit der Grenzcurve nur reiner gesättigter Dampf vorliegt.

Aus der vorstehenden Besprechung folgt, dass die Lage des Punktes a_1, in welchem die anfangs aus Flüssigkeit und Dampf bestehende Masse bei der Erwärmung unter constantem Volumen homogen wird, vom anfänglichen specifischen Volumen der Substanz abhängig ist, also abhängig ist vom Volumen der Flüssigkeit und dem des Dampfes beim Anfange des Versuches. Wenn daher bei Besprechung der vorliegenden Frage in

physikalischen Schriften ausgesprochen wird, im Augenblicke des Ueberganges liege jedesmal die kritische Temperatur t_k und der zugehörige Druck vor und man brauche, um diese Temperatur zu ermitteln, bei den Beobachtungen nur den Moment ins Auge zu fassen, in welchem der Flüssigkeits- und Dampfzustand nicht mehr von einander unterschieden werden kann, so dürfte eine solche Annahme nicht zuzugeben sein, die beobachtete Temperatur vielmehr jederzeit kleiner, als die kritische ausfallen; nur für den Ausnahmefall, dass anfänglich das specifische Volumen der Mischung mit dem Werthe v_k (Fig. 23) übereinstimmt, würde im Augenblicke des Ueberganges die kritische Temperatur beobachtet werden.

Es ist hiernach anzunehmen, dass die oben genannten Experimentatoren die kritische Temperatur im Allgemeinen zu klein gefunden haben und dass auch die Abweichungen der Beobachtungsresultate unter sich in dem angegebenen Umstande theilweise Erklärung finden.

Steigt der linke Zweig der Grenzcurve (Fig. 23) nahezu vertical aufwärts, wie das bei den meisten Dämpfen der Fall sein wird, so wird bei den, bei den Versuchen angewandten Mischungsverhältnissen der Schnittpunkt a_1 in der Nähe des Culminationspunktes t_k gelegen haben und die beobachtete Temperatur nicht allzuweit von dem Werthe der kritischen Temperatur abliegend anzunehmen sein.

Eine Bestätigung vorstehender Bemerkungen dürfte auch in den Resultaten der interessanten Beobachtungen von Erhard und Stelzner*) zu finden sein, welche unter dem Mikroskop das Verhalten der Flüssigkeiten untersuchten, die sich in den engen, mikroskopischen Hohlräumen gewisser Mineralien finden, speciell der Kohlensäureeinschlüsse im Topas. Die kritische Temperatur der Kohlensäure beträgt 31° C., nach Andrews genau 30°,92; bei den Untersuchungen wurde das Präparat mit dem entsprechenden Theile des Mikroskopes in ein Wasserbad eingesetzt, welches allmählich auf eine Temperatur von über 31° C. gebracht und dann umgekehrt wieder unter diese Temperatur herabgemindert

*) Erhard und Stelzner. Ein Beitrag zur Kenntniss der Flüssigkeitseinschlüsse im Topas. Mineralogische und petrographische Mittheilungen von G. Tschermak. Neue Folge. Bd. I. 1878. p. 450.

wurde. Dabei verschwand im ersteren Falle die Trennungsoberfläche der im Topas eingeschlossenen flüssigen Kohlensäure und erschien im anderen Falle wieder bei Temperaturen, die bei den verschiedenen Versuchen zwischen 28°,74 und 29°,18 C. lagen, also unter dem zu erwarten gewesenen Werthe lagen.

Die genannten Beobachter meinen zwar, die Abweichung möge darin ihren Grund haben, dass die eingeschlossene Kohlensäure unrein und mit Gasen gemischt gewesen sei, durch welchen Umstand die kritische Temperatur erniedrigt werde, doch könnte wohl auch die oben gegebene Erklärung die richtige sein.

Im Uebrigen zeigte sich bei den Temperaturerniedrigungen in dem Augenblicke, in welchem die Flüssigkeit wieder zum Vorschein kam, eine seltsame tumultuarische Bewegung der Masse im Hohlraame, wie kochendes Aufschäumen; bei den Versuchen von Avenarius, welche im grossen Maassstabe in Glasröhren ausgeführt wurden, zeigte sich dagegen im Momente des Ueberganges eine eigenthümliche Färbung der Flüssigkeit.

Erhard und Stelzner haben ihre Temperaturbeobachtungen nur mit solchen ausgesuchten Präparaten angestellt, bei denen das Verschwinden und die Rückkehr der Flüssigkeit »unter Aufkochen« stattfand und das waren zweifellos solche Flüssigkeitseinschlüsse, bei denen das specifische Volumen der Mischung nahe bei dem Werthe des specifischen Volumens v_k (Fig. 23 S. 193) lag, welches dem höchsten Punkte der Grenzcurve entsprach.

Eine Erklärung für das genannte Aufkochen und für die Färbung bei den Versuchen von Avenarius ist noch nicht gegeben, doch tritt die Erscheinung wohl nur in der Nähe des Culminationspunktes auf und dürfte in geringen Temperaturschwankungen ihren Grund haben; denkt man sich als Ordinate nicht den Druck, sondern die Temperatur aufgetragen, so verläuft die Grenzcurve in der Nähe ihres höchsten Punktes auf grössere Strecke nahezu horizontal, sodass die genannten Schwankungen zugleich solche zwischen beiden Aggregatzuständen zur Folge haben werden.

§ 27. Ueber die Zustandsgleichung der Dämpfe und das Verhalten der Kohlensäure im Besondern.

Würden trockne Dämpfe sich wie Gase verhalten, so würde die Zustandsgleichung der letzteren, nämlich $pv = BT$, auch für erstere in Anwendung gebracht werden können; es ist aber längst bekannt und bereits oben bei der Untersuchung der gesättigten Dämpfe darauf hingewiesen worden, dass trockne Dämpfe in ihrem Verhalten umsomehr von den Angaben vorstehender Formel abweichen, je näher sie dem Condensationspunkte stehen und dass daher die Zustandsgleichung der Gase nur als eine erste, rohe Annäherung bei ihrer Anwendung auf Dämpfe zu betrachten ist und nur bei hoher Ueberhitzung, d. h. wenn der Dampf weit vom Condensationspunkt abliegt, benutzt werden darf.

Es liegen nun bezüglich der möglichen Form der Zustandsgleichung der Dämpfe und Gase überhaupt, eine ganze Reihe von verschiedenen Vorschlägen vor, von denen die wichtigsten im Folgenden nähere Betrachtung finden sollen, doch mag sogleich bemerkt werden, dass es sich in allen Fällen nur um empirische Formeln handelt, da es noch keineswegs gelungen ist, aus theoretischen Grundlagen die wahre Form der Zustandsgleichung abzuleiten; die verschiedenen in Vorschlag gebrachten Formen unterscheiden sich nur dadurch, dass sie mehr oder weniger genau die entsprechenden Beobachtungsresultate wiedergeben, ohne den sonstigen Anschauungen zu widersprechen, die man sich über das Wesen der Flüssigkeiten, Dämpfe und Gase gebildet hat.

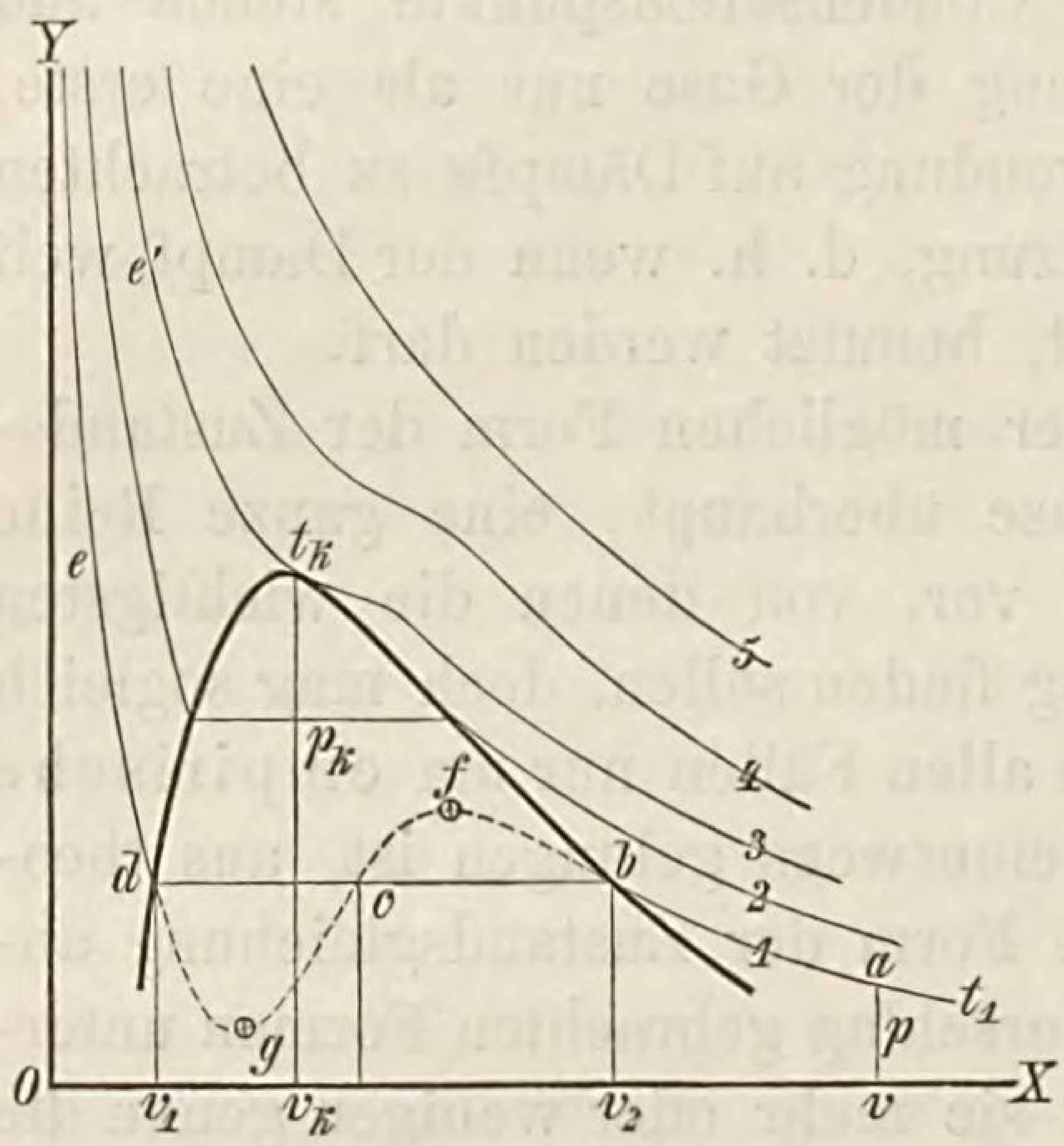
Vom rein physikalischen Standpunkte ist die Lösung der Frage auf bedeutsame Weise gefördert worden durch die Untersuchungen, welche durch die schönen Versuche von Andrews*) angeregt worden sind.

Andrews hat speciell die Kohlensäure der Untersuchung unterworfen, indem er dieselbe von verschiedenen Anfangstemperaturen ausgehend bei constanter Temperatur comprimirte und die allmählich stattfindende Druckzunahme beobachtete, also mit andern Worten, den Verlauf der, verschiedenen Temperaturen entsprechenden, isothermischen Curven der Kohlensäure verfolgte. Hierbei

*) Andrews, Phil. Trans. for 1869. p. 575, sowie 1876. p. 421.

stellte sich heraus, dass der Verlauf dieser Curven ein wesentlich verschiedenes Verhalten zeigte, je nachdem die Temperatur über oder unter 31° C., der kritischen Temperatur der Kohlensäure, lag. In Fig. 24 ist wie in Fig. 23 die Grenzcurve nach ihrem allgemeinen Verlaufe wieder angedeutet, gleichzeitig sind aber fünf verschiedene Isothermen skizzirt, an deren näherer Betrachtung die Versuchsergebnisse von Andrews einfach erläutert werden können.

Fig. 24.



Angenommen im Punkte *a* (Fig. 24) sei die Gewichtseinheit gasförmiger Kohlensäure durch Volumen *v*, Druck *p* und zugehörige Temperatur t_1 gegeben und werde nun bei constanter Temperatur t_1 comprimirt, so steigt die Druckcurve *ab* auf, bis sie im Punkte *b* die Grenzcurve erreicht, in welchem der Druck auf p_1 gestiegen ist und die Kohlensäure als trocken gesättigter Dampf vorliegt; bei weiterer Compression nach den Isothermen bleibt nun der Druck auf dem Wege *bcd* constant, bis im Punkte *d* vollständige Verflüssigung eingetreten ist; bei weiterer Compression steigt die Druckcurve *dc* steil aufwärts.

Aehnlich ist der Verlauf der mit 2 bezeichneten Isotherme, welche einer höheren Temperatur entspricht und bei der die innerhalb der Grenzcurve liegende horizontale Strecke kürzer ist, als *bcd*, bis endlich im höchsten Punkte t_k der Grenzcurve, welcher der kritischen Temperatur entspricht, diese Strecke Null ist, demnach die entsprechende Isotherme 3 die Grenzcurve im Culminationspunkte horizontal tangirt.

Die in Fig. 24 mit 4 und 5 bezeichneten Isothermen gehören zu Temperaturwerthen, welche die kritische Temperatur überschreiten und es lässt sich einsehen, dass bei hinreichend hoher Temperatur die Isotherme in die gleichseitige Hyperbel

übergeht, wie sie einem idealen Gase entspricht. Als wesentliches Resultat der vorstehenden Betrachtung ist aber der Umstand hervorzuheben, dass mit der Compression nur dann eine Condensation und allmähliche Verflüssigung der Dämpfe eintritt, wenn die der Isothermen entsprechende Temperatur kleiner als die kritische Temperatur ist und dass im anderen Falle eine Verflüssigung im gewöhnlichen Sinne nicht beobachtet werden kann, vielmehr ein continuirlicher Uebergang stattfindet; wo in diesem Falle der Gaszustand aufhören und der flüssige Zustand beginnen soll, liegt in unserer Willkür; so könnte man z. B., wie es mehrfach geschehen ist, feststellen, dass alle diejenigen Punkte dem flüssigen Zustande entsprechen sollen, welche in dem Flächentheile liegen, der rechts von dem Curvenzweige $t_k d$ der Grenzcurve und vom Zweige $t_k e'$ der zur kritischen Temperatur gehörigen Isotherme und links von der Ordinatenaxe OY begrenzt ist.

Man kann dann aussprechen, dass kein Dampf durch Compression, und sei sie noch so bedeutend, in den flüssigen Zustand übergeführt werden kann, so lange seine Temperatur den kritischen Werth derselben überragt; um daher beispielsweise Kohlensäure zu verflüssigen, muss mit der Compression zugleich die Temperatur derselben unter 31° herabgebracht werden.

Die ganze Schaar von Isothermen, von denen eine Reihe in Fig. 24 in ihrem allgemeinen Verlaufe angedeutet worden ist, kann durch eine und dieselbe Gleichung dargestellt werden, in der nur gewisse Constanten von Curve zu Curve ihren Werth ändern.

Nun ersieht man aber, dass diejenigen Isothermen, welche den inneren Raum der Grenzcurve durchschneiden, an zwei Stellen, nämlich in den Durchschnitten mit der Grenzcurve geknickt erscheinen und zwischen beiden Schnittpunkten horizontal geradlinig verlaufen; man kann daher den Schluss ziehen, auf den James Thomson*) zuerst aufmerksam gemacht hat, dass auch beim Durchgang durch den Raum der Grenzcurve ein allmählicher Uebergang aus dem gasförmigen in den tropfbar flüssigen Zustand theoretisch denkbar sei, dass man sich nämlich den gebrochenen Curvenzug $abcde$ (Fig. 24) durch den Verlauf $abfcgde$

*) James Thomson, Proc. of Roy. Soc. of London. Nov. 1871.

(in der Figur zum Theil punktirt) ersetzt zu denken habe; man hätte dann anzunehmen, dass die zweite Art der Darstellung des Ueberganges nur deshalb in Wirklichkeit nicht vorkommen könne, weil sie Zwischenzustände enthält, in denen kein stabiles, sondern ein labiles Gleichgewicht besteht. Die Richtigkeit der Thomson'schen Hypothese wird durch gewisse Beobachtungen bestärkt, nach denen es scheint, dass in der That der punktirte Curvenzug von den beiden Schnittpunkten b und d aus auf kurze Strecken nach innen hin verfolgt werden kann.

Der von Thomson ausgesprochene Gedanke über den Verlauf der Isothermen zwischen den Schnittpunkten b und d ist der nächstliegende und einfachste und ist denn auch in den weiteren Untersuchungen von van der Waals, Clausius und Sarrau zum Ausgangspunkt genommen worden; man könnte sich aber recht wohl denken, dass der zwischen den Schnittpunkten b und d liegende, gewissermaassen aus einer Welle bestehende, Curvenzug $bfcgd$ aus einer ganzen Reihe von Wellen besteht, sich aber ebenfalls ausserhalb der Grenzcurve an die beiden Zweige ba und de anschliesst.

Hält man sich an den in der Figur angegebenen Verlauf, so ist die Gleichung der Isothermen in Bezug auf das specifische Volumen v mindestens vom dritten Grade, also in der Form anzusetzen

$$v^3 + av^2 + bv + c = 0\ , \tag{1}$$

wobei die Grössen a, b und c solche Functionen des Druckes und der Temperatur sein müssten, dass aus der Gleichung bei Temperaturen, die unter dem kritischen Werthe derselben liegen, drei reelle Wurzeln für das Volumen sich ergeben, entsprechend den Punkten b, c und d in Fig. 24; der erstere Werth entspräche dem specifischen Volumen des gesättigten Dampfes und der dritte dem der Flüssigkeit bei gleichem Druck und gleicher Temperatur. Bei Temperaturen oberhalb des kritischen Werthes würde vorstehende Gleichung für v nur einen reellen Werth und zwei imaginäre zu ergeben haben.

Gleichung von van der Waals.

Van der Waals*) hat zuerst den Versuch gemacht, für die

*) Van der Waals, Die Continuität des gasförmigen und flüssigen Zustandes. Aus dem Holländischen übersetzt von Dr. Roth. Leipzig 1887.

Dämpfe eine Zustandsgleichung aufzustellen, die in der That, wenn man die Temperatur constant setzt, für den Verlauf der Isothermen Curven ergiebt, welche den in Fig. 24 angegebenen Verlauf haben; seine Gleichung ist von folgender Form:

$$p = \frac{BT}{v - \alpha} - \frac{C}{v^2}, \tag{2}$$

wobei B, C und α constante Grössen darstellen, die für jede Dampfart bestimmt werden müssten. Auf Grund der Versuche von Andrews soll man speciell für Kohlensäure setzen:

$$B = 19{,}333; \quad C = 23{,}260 \quad \text{und} \quad \alpha = 0{,}001167\,, \tag{2a}$$

vorausgesetzt, dass v das specifische Volumen (Volumen von 1 kg in Cubikmetern gemessen) und p den specifischen Druck (Druck in Kilogrammen auf ein Quadratmeter) bedeutet.

Soll dagegen der Druck in Atmosphären (zu 10333 kg auf 1 qm) gemessen werden, so ist zu setzen*):

$$B = 0{,}001870; \quad C = 0{,}002251 \quad \text{und wie oben} \quad \alpha = 0{,}001167\,. \tag{2b}$$

Im Uebrigen ist, wie früher, unter T die absolute Temperatur in der Beziehung $T = 273 + t$ verstanden, wenn t die Temperatur nach Celsius bedeutet.

*) Van der Waals giebt für die Constanten andere Werthe, da derselbe, wie das später auch von einigen andern Schriftstellern geschehen ist, an Stelle des specifischen Volumens v das Verhältniss desselben zu dem sogenannten Normalvolumen substituirt. Unter Normalvolumen v_n versteht man das Volumen des Dampfes unter dem Drucke von einer Atmosphäre beim Gefrierpunkte. Ist m das Molekulargewicht, so ist in der Gleichung $pv = BT$ zu setzen $B = \frac{845{,}182}{m}$ (vergl. Bd. I S. 98 des vorliegenden Buches); man erhält daher für $p = 10333$ und $T = 273$ das Normalvolumen:

$$v_n = \frac{22{,}330}{m}\,.$$

So ist z. B. für Kohlensäure, Ammoniak und schweflige Säure bez. $m = 44$, 17, 64 und daher für diese drei Dämpfe der Reihe nach

$$v_n = 0{,}5075\,; \quad 1{,}3135\,; \quad 0{,}3489\,.$$

Setzt man in Gl. (2) des Textes $0{,}5075\,v$ an Stelle von v, so erhält man an Stelle der unter (2b) gegebenen Constanten diejenigen Werthe, welche van der Waals für Kohlensäure aus den Andrews'schen Versuchen abgeleitet hat.

Van der Waals (a. a. O.) hat an der Hand der Gl. (2) eine Reihe physikalisch hochinteressanter Untersuchungen angestellt, auch die Form seiner Gleichung bis zu gewissem Grade, nach den Anschauungen der kinetischen Gastheorie, theoretisch begründet. Die Einführung der Constanten α und C stellt die Abweichung des Verhaltens der Dämpfe von dem der Gase dar, denn setzt man diese Grössen der Null gleich, so tritt die bekannte Zustandsgleichung der Gase hervor.

Die Grösse α ist das, was schon Hirn als »die Summe der Volume der Atome« bezeichnet hat; α würde das Volumen repräsentiren, wenn man sich das Gas so weit comprimirt denkt, bis die Moleküle desselben dicht an einander gelagert sind und eine weitere Zusammendrückung nicht möglich erscheint.

Das zweite Glied auf der rechten Seite der Gleichung (2) soll den Einfluss der gegenseitigen Anziehung der Moleküle, die nur bei einem vollkommenen Gase als verschwindend klein anzusehen ist, zum Ausdruck bringen. Nach van der Waals würde diese Grösse nur vom specifischen Volumen v abhängig sein, welche allgemeine Annahme übrigens schon früher von Anderen gemacht worden ist. Andere Annahmen über die mögliche Form der Zustandsgleichung, auf die im Weiteren noch hinzuweisen sein wird, beziehen sich in der Hauptsache auf die Form dieses zweiten, oder wie es bezeichnet werden könnte, dieses Correctionsgliedes, durch welches die Abweichungen der Dämpfe vom Mariotte und Gay-Lussac'schen Gesetze zum Ausdruck kommen sollen.

Die Formel von van der Waals möge wenigstens nach einer Richtung weiterer Betrachtung unterzogen werden.

Gl. (2) schreibt sich auch in folgender Form

$$v^3 - \left(\alpha + \frac{BT}{p}\right) v^2 + \frac{C}{p} v - \frac{C}{p} \alpha = 0\,, \tag{3}$$

und aus dem Vergleiche mit Gl. (1) erkennt man jetzt, welche Bedeutung nach van der Waals die Grössen a, b und c der cubischen Gleichung (1) haben.

Bezeichnet man nämlich für den kritischen Punkt Volumen, Druck und Temperatur bez. mit v_k, p_k und T_k, so müsste, da Gl. (3) für diesen Punkt nur eine Wurzel geben darf,

$$(v - v_k)^3 = 0$$

sein, oder

$$v^3 - 3 v_k v^2 + 3 v_k^2 v - v_k^3 = 0 \, ,$$

woraus aus der Verbindung mit Gl. (3) folgen würde:

$$\left.\begin{aligned} 3 v_k &= \alpha + \frac{B T_k}{p_k} \\ 3 v_k^2 &= \frac{C}{p_k} \\ v_k^3 &= \frac{C\alpha}{p_k} \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

und aus der Verbindung dieser drei Gleichungen ergeben sich, wie leicht verfolgt werden kann, die drei für den kritischen Punkt gültigen Werthe:

$$v_k = 3\alpha; \quad p_k = \frac{C}{27\alpha^2}; \quad T_k = \frac{8C}{27\alpha B} \, . \qquad (4^b)$$

Benutzt man hier die unter (2^b) gegebenen Constanten, so findet sich für den kritischen Punkt der Kohlensäure

das specifische Volumen	$v_k =$	0,003 501	cbm,
der Druck	$p_k =$	61,19	Atmosphären
und die kritische Temperatur	$T_k =$	305,40	
oder nach Celsius	$t_k =$	32°,40.	

Diese Werthe weichen nun allerdings nicht unbedeutend ab von Andrews' Beobachtung, nach welcher die kritische Temperatur der Kohlensäure zu $t_k = 31^0$ anzunehmen ist, während nach den Versuchen über die Expansivkraft der Druck p_k grösser und daher das specifische Volumen v_k kleiner zu erwarten war. Bezüglich dieser Abweichungen macht van der Waals die Bemerkung, dass geringe Aenderungen der Constanten, insbesondere des Werthes α eine bessere Uebereinstimmung herbeiführen würden. Wäre dessen Gleichung theoretisch fest begründet, so würden übrigens die Beobachtungen der Grössen v_k, p_k und T_k bei der kritischen Temperatur nach den Gln. (4^b) rückwärts sofort die Constanten der Zustandsgleichung B, C und α berechnen lassen. Man erhält, wie man leicht verfolgen kann,

$$\alpha = \frac{1}{3} v_k; \quad C = 3 p_k v_k^2 \quad \text{und} \quad B = \frac{8}{3} \frac{p_k v_k}{T_k} \, ,$$

und dann nach Gl. (3)

$$\frac{p}{p_k}\left(\frac{v}{v_k}\right)^3 - \frac{1}{3}\left(\frac{p}{p_k} + 8\frac{T}{T_k}\right)\left(\frac{v}{v_k}\right)^2 + 3\left(\frac{v}{v_k}\right) - 1 = 0\,.$$

Es wäre demnach, worauf van der Waals aufmerksam macht, die Isotherme für alle Körper dieselbe, wenn man den Druck in Theilen des kritischen Druckes, das Volumen in Theilen des kritischen Volumens und die absolute Temperatur in Theilen der absoluten kritischen Temperatur ausdrückt.

Gleichung von Clausius.

Die im Vorstehenden hervorgehobenen Abweichungen, sowie auch ein weiteres Eingehen auf die Betrachtungen, welche van der Waals auf die Form desjenigen Gliedes seiner Gleichung (Gl. 2) geführt haben, das dem Einfluss der gegenseitigen Anziehung der Moleküle Rechnung tragen soll, haben Clausius*) auf folgende Form der Zustandsgleichung geführt:

$$p = \frac{BT}{v - \alpha} - \frac{C}{T(v + \beta)^2}\,. \tag{5}$$

Ist hier speciell für Kohlensäure p der Druck in Kilogrammen auf ein Quadratmeter (specifischer Druck) und v das Volumen von einem Kilogramm Kohlensäure in Cubikmetern (specifisches Volumen), so soll nach Clausius gesetzt werden:

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha = 0{,}000426\,, & \beta = 0{,}000494\,, \\ B = 19{,}273\,, & C = 5533\,. \end{array}\right\}. \tag{5a}$$

Ist dagegen der Druck in Atmosphären (10333 kg auf ein Quadratmeter) gegeben, so sind die Constanten zu setzen:

$$\alpha = 0{,}000426\,, \qquad \beta = 0{,}000494\,,$$

wie vorhin, dagegen: (5b)

$$B = 0{,}001865 \quad \text{und} \quad C = 0{,}535469\,.$$

Bei der Berechnung dieser Constanten konnte Clausius neuere Versuche von Andrews verwerthen; die älteren Versuche

*) Clausius, »Ueber das Verhalten der Kohlensäure in Bezug auf Druck, Volumen und Temperatur«. Wiedemann's Annalen der Physik und Chemie 1880. Neue Folge. Bd. IX.

desselben bezogen sich auf die Isothermen für die Temperaturen 13,1°, 31,1°, 48,1° Celsius, die neueren auf 6,5°, 64° und 100° und die Ergebnisse aller dieser Versuche stimmen bezüglich des Druckes und Volumens recht befriedigend mit den Ergebnissen überein, welche die Formel von Clausius unter Benutzung der angegebenen Constanten ergiebt.

Um aus Gl. (5) unter Benutzung der vorstehenden Constanten (5^b) Druck, Volumen und Temperatur für den kritischen Punkt abzuleiten, setze man:

$$v + \beta = u \quad \text{und} \quad \alpha + \beta = \delta \,. \tag{5^c}$$

Man erhält dann aus Gl. (5)

$$u^3 - \left(\delta + \frac{BT}{p}\right)u^2 + \frac{C}{pT}u - \frac{C\delta}{pT} = 0 \,,$$

und daher aus dem Vergleiche mit der Beziehung

$$(u - u_k)^3 = 0$$

die Gleichungen

$$3\,u_k = \delta + \frac{BT}{p}\,; \quad 3\,u_k{}^2 = \frac{C}{pT} \quad \text{und} \quad u_k{}^3 = \frac{C\delta}{pT}\,,$$

sowie

$$\left.\begin{aligned} v_k &= 3\,\alpha + 2\,\beta \\ \frac{T_k}{p_k} &= \frac{8\,(\alpha + \beta)}{B} \\ p_k\,T_k &= \frac{C}{27\,(\alpha + \beta)^2} \end{aligned}\right\} . \tag{5^d}$$

Unter Benutzung der unter (5^b) gegebenen Werthe berechnet sich für Kohlensäure die kritische Temperatur nach vorstehenden Formeln zu $T_k = 304°$ oder $t_k = 31°$ C.; der zugehörige Druck zu $p_k = 77$ Atmosphären und das entsprechende specifische Volumen wird $v_k = 0{,}002266$, vollständig entsprechend den Versuchen von Andrews, was freilich dem Umstande entspringt, dass Clausius bei Feststellung der Constanten die betreffenden Versuchsresultate zweifellos mit in Betracht gezogen hat.

Gleichung von Sarrau.

Clausius hatte selbst schon ausgesprochen, dass aller Wahrscheinlichkeit nach in dem zweiten Gliede der rechten Seite seiner

Formel Gl. (5) die Temperatur T in anderer Form, nicht einfach als Divisor einzusetzen sein werde. Darauf hin hat Sarrau*), indem derselbe neben den Versuchsresultaten von Andrews zugleich die von Cailletet und Hautefeuille**) verwerthete, gezeigt, dass folgende Form der Zustandsgleichung der Kohlensäure innerhalb der Versuchsgrenzen recht befriedigende Uebereinstimmung ergiebt:

$$p = \frac{BT}{v - \alpha} - \frac{C\varepsilon^{-T}}{(v + \beta)^2} \,. \tag{6}$$

Ist der Druck p in Kilogrammen auf ein Quadratmeter und das Volumen v in Cubikmetern für ein Kilogramm gegeben, so bestimmen sich aus Sarrau's Angaben die Constanten dieser Formel:

$$\alpha = 0{,}000\,584\,, \quad \beta = 0{,}000\,357 \quad \text{und} \quad \varepsilon = 1{,}00285\,,$$

sowie (6a)

$$B = 19{,}209 \quad \text{und} \quad C = 44{,}047\,.$$

Ist dagegen der Druck in Atmosphären (zu 10 333 kg auf 1 qm) gegeben, so sind die drei Constanten α, β und ε von gleichem Werthe wie vorstehend, dagegen ist

$$B = 0{,}001\,859 \quad \text{und} \quad C = 0{,}004\,263 \tag{6b}$$

zu substituiren.

Die im Vorstehenden besprochenen Formen der Zustandsgleichungen von van der Waals, Clausius und Sarrau sind diejenigen, welche den Anschauungen Rechnung tragen, die in § 26 bezüglich des Verlaufes der Grenzcurve dargelegt wurden; sie stützen sich zwar ausschliesslich auf Versuche, welche mit Kohlensäure ausgeführt wurden, doch lässt sich annehmen, dass die Gleichungen ihrer Form nach und unter Einführung anderer Constanten auch für andere Dampfarten anwendbar sind, wenigstens machen die Specialuntersuchungen von van der Waals (a. a. O.) diese Annahme sehr wahrscheinlich; wegen des Mangels hinreichender Versuchsresultate mit andern Dampfarten bietet aber die weitere Verfolgung der Frage keine Aussicht auf eine be-

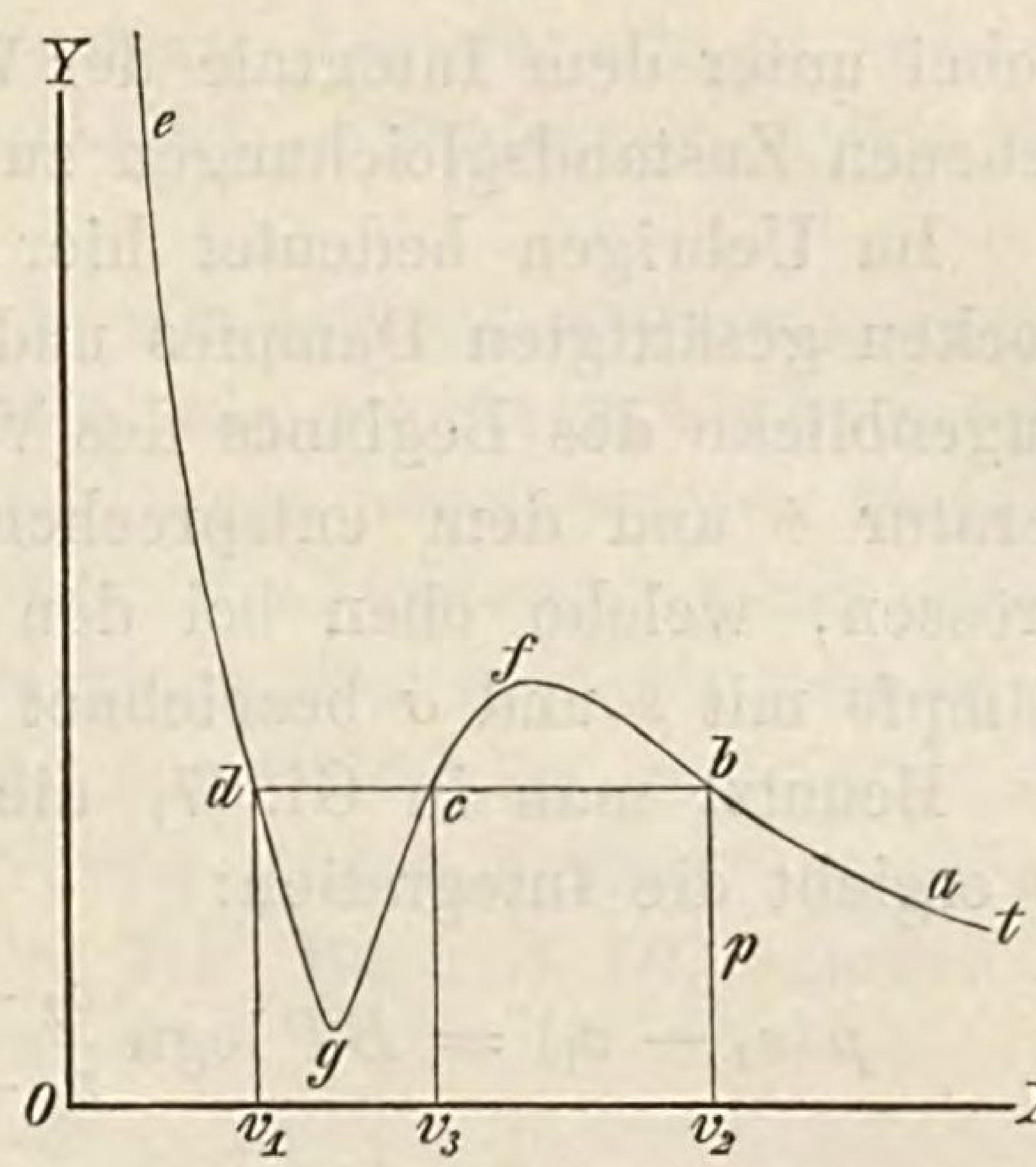
*) Sarrau, »Sur l'équation caractéristique de l'acide carbonique«. Comptes rendus. t. CI. 1885. p. 1145.

**) Comptes rendus. t. XCII. p. 903 et 1087.

friedigende Lösung, wenigstens in der Richtung, welche den Zwecken der vorliegenden Schrift entspricht.

Wohl aber verdient noch hervorgehoben zu werden, auf welche Weise aus der Zustandsgleichung ein Schluss auf den Verlauf der **Grenzcurve** gezogen werden kann.

Fig. 25.



Denkt man sich nach einer der gegebenen Zustandsgleichungen für eine bestimmte Temperatur t, welche unterhalb der kritischen Temperatur liegt, die isothermische Curve $abfcgde$ (Fig. 25) gezeichnet, so entsprechen die beiden Punkte b und d zwei Punkten der Grenzcurve (vergl. auch Fig. 24 S. 198); man müsste demnach angeben können, in welcher Höhe p über der Abscissenaxe OX die Horizontale bcd zu zeichnen wäre, um diese Schnittpunkte zu erhalten; die Ordinate p wäre dann auch sofort der Druck, welcher der der Isothermen entsprechenden Temperatur t für den gesättigten Zustand zukommt; wäre, wie das ja allgemein für eine grosse Reihe von verschiedenen Dampfarten auf Grund angestellter Beobachtungen der Fall ist, der der Temperatur t entsprechende Dampfdruck p im Sättigungszustand bekannt, so wäre damit die Lage der Horizontalen bcd sofort gegeben, sieht man aber von dieser Kenntniss ab, und will man auch auf theoretischem Wege diese Lage bestimmen, so muss man zu einer Hypothese greifen.

Es hat nun **Clausius** die Ansicht ausgesprochen, dass die mitzutheilende Wärmemenge dieselbe sein müsse, wenn man die dem Punkte d entsprechende Flüssigkeit bei constantem Druck, also auch bei constanter Temperatur in trocken gesättigten Dampf (Zustand b) verwandelt oder wenn man die Ueberführung auf dem, allerdings nicht realisirbarem Wege $dgcfb$ auf der Isotherme stattfinden lässt. Die erforderliche Wärmemenge wäre dann in beiden Fällen durch die latente Wärme r gegeben; aus dieser

Annahme folgt sogleich weiter, dass die von der Horizontalen db begrenzte Rechteckfläche $p(v_2 - v_1)$ gleich derjenigen Fläche sein muss, welche zwischen den Punkten d und b vom Curvenzuge begrenzt wird; es wäre daher:

$$p(v_2 - v_1) = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv\,, \tag{7}$$

wobei unter dem Integrale der Werth p nach einer der oben gegebenen Zustandsgleichungen zu substituiren wäre.

Im Uebrigen bedeutet hier v_2 das specifische Volumen des trocken gesättigten Dampfes und v_1 dasjenige der Flüssigkeit im Augenblicke des Beginnes des Verdampfens, beide bei der Temperatur t und dem entsprechenden Dampfdruck p genommen, Grössen, welche oben bei den Untersuchungen über gesättigte Dämpfe mit s und σ bezeichnet wurden.

Benutzt man in Gl. (7) die Formel von Clausius (Gl. 5), so ergiebt die Integration:

$$p(v_2 - v_1) = BT \operatorname{logn} \frac{v_2 - \alpha}{v_1 - \alpha} - \frac{C(v_2 - v_1)}{T(v_2 + \beta)(v_1 + \beta)}\,. \tag{8^a}$$

Substituirt man dann in Gl. (5) für v einmal das specifische Volumen v_2 des Dampfes und dann das der Flüssigkeit v_1, so muss in beiden Fällen derselbe Werth von p hervortreten; man hat daher auch:

$$p = \frac{BT}{v_2 - \alpha} - \frac{C}{T(v_2 + \beta)^2} \tag{8^b}$$

und

$$p = \frac{BT}{v_1 - \alpha} - \frac{C}{T(v_1 + \beta)^2}\,. \tag{8^c}$$

Aus diesen drei Gleichungen liessen sich für einen bestimmt angenommenen Werth des specifischen Volumens v_2 des trocken gesättigten Dampfes der Druck p, die Temperatur T und das specifische Volumen v_1 der Flüssigkeit berechnen, und daraus könnte man den Verlauf der Grenzcurve erkennen. Man sieht aber, dass man dabei auf sehr verwickelte Beziehungen stösst; Planck*) sucht die Schwierigkeiten durch Einführung von Hülfsvariabeln zu um-

*) Planck, »Die Theorie des Sättigungszustandes«. Wiedemann's Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XIII. 1881. S. 535.

gehen, und auch Clausius*) kommt, in erweiterter Richtung, auf die Frage zu sprechen. Derselbe formt seine Gl. (5) S. 204, um sie auch für andere Dämpfe, insbesondere für Wasserdampf verwerthbar zu machen, dahin um, dass im zweiten Gliede der rechten Seite an Stelle des einfachen Werthes der absoluten Temperatur T eine Function der Temperatur eingeführt wird.

Die betreffenden Erweiterungen führen aber bei weiterer Verfolgung auf so verwickelte Formeln, dass für die in der vorliegenden Schrift gesteckten Ziele eine Förderung nicht hervortritt.

Die oben im Text besprochenen Zustandsgleichungen sind und bleiben vorläufig nichts anderes, als empirische Formeln, bei deren Aufbau doch zu wenig hervorgehoben worden ist, dass sie nur zu einem Theile die gemachten Beobachtungen wiedergeben.

Hervorgehoben zu werden verdient aber noch die Bemerkung von Planck (a. a. O.), dass man mit Hülfe der gegebenen Zustandsgleichungen die latente Wärme r der Dämpfe berechnen kann. Nach der zweiten der Gln. (III[a]) Bd. I S. 60, nämlich:

$$dQ = \frac{A}{\frac{\partial t}{\partial p}}\left[X dt + T dv\right],$$

findet sich die mitzutheilende Wärmemenge dQ, wenn die Zustandsänderung nach der isothermischen Curve, also bei constantem Werthe von T, erfolgt:

$$dQ = AT\frac{\partial p}{\partial t} \cdot dv\,. \tag{9}$$

Benutzt man die Zustandsgleichung (5) von Clausius, so findet sich, wenn man dieselbe unter der Voraussetzung differentiirt, dass v constant ist,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{B}{v - \alpha} + \frac{C}{T^2 (v + \beta)^2}\,.$$

Die Substitution in Gl. (9) giebt dann, wenn man zwischen den Grenzen v_1 und v_2 integrirt und annimmt, dass v_1 das Flüs-

*) Clausius, »Ueber die theoretische Bestimmung des Dampfdruckes und der Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit«. Wiedemann's Annalen der Physik und Chemie. N. F. Bd. XIV. 1881. S. 279 und S. 692.

sigkeitsvolumen, v_2 das Volumen des gesättigten Dampfes bei gleichem Drucke und dass der Uebergang auf der Curve *dgcfb* (Fig. 24 S. 198) möglich ist, die Wärmemenge Q, welche nach der oben besprochenen Hypothese von Clausius in diesem Falle mit der entsprechenden latenten Wärme r identisch sein wird; man erhält, wie sich leicht verfolgen lässt:

$$r = ABT \log \frac{v_2 - \alpha}{v_1 - \alpha} + \frac{AC(v_2 - v_1)}{T(v_1 + \beta)(v_2 + \beta)} \tag{10}$$

und das ist die von Planck gegebene Formel, die sich freilich auf die Annahme stützt, dass die Verdampfung auf dem in Wirklichkeit nicht realisirbaren Curvenwege erfolgt. Diese Annahme führt auch noch auf folgende Beziehungen. Nach der bei der Untersuchung der gesättigten Dämpfe angewandten Bezeichnung ist $v_2 - v_1 = u$, daher folgt aus Gl. (8^a) auch:

$$Apu = ABT \log n \frac{v_2 - \alpha}{v_1 - \alpha} - \frac{AC(v_2 - v_1)}{T(v_1 + \beta)(v_2 + \beta)} \tag{11}$$

für die äussere latente Wärme; weiterhin ergiebt sich aber aus der Beziehung $\varrho = r - Apu$ die innere latente Wärme ϱ

$$\varrho = \frac{2AC(v_2 - v_1)}{T(v_1 + \beta)(v_2 + \beta)} \tag{12}$$

und dann auch

$$\frac{\varrho}{u} = \frac{2AC}{T(v_1 + \beta)(v_2 + \beta)} . \tag{13}$$

Setzt man in vorstehenden Formeln $\beta = 0$, so treten die Ausdrücke hervor, die sich unter Zugrundelegung der Zustandsgleichung von van der Waals direct ergeben würden. Die nach den Gln. (10) bis (13) angegebenen Wärmemengen sind diejenigen, welche in den Tabellen des Anhanges für eine Reihe von Dämpfen auf anderem Wege berechnet und früher ausführlich besprochen worden sind. Es könnte daher insbesondere Gl. (13) benutzt werden, für diese Dämpfe die Constanten β und C zu berechnen und dann auch die andern Constanten B und α der Clausius'schen Zustandsgleichung zu bestimmen; dahin zielende Untersuchungen führen aber zu keinem Ergebniss, vor Allem treten gerade bei der weitaus wichtigsten Dampfart, dem Wasserdampfe, Resultate hervor, die unannehmbar erscheinen und

darauf hindeuten, dass die oben angegebenen Formen der Zustandsgleichungen nicht einmal annähernd für alle Dampfarten gelten und wahrscheinlich für gesättigte Dämpfe nur bei Temperaturen brauchbar sind, die nicht allzuweit von der zugehörigen kritischen Temperatur entfernt liegen.

Die grosse technische Bedeutung, welche in neuerer Zeit die Kohlensäure gewonnen hat, lässt es angezeigt erscheinen, die oben aufgeführten Zustandsgleichungen, die gerade an Beobachtungen mit Kohlensäuredämpfen auf ihre Zulässigkeit geprüft worden sind, noch weiteren Proben zu unterwerfen.

Aus der von Clausius gegebenen Gl. (5) und mit Benutzung der unter (5^b) angegebenen Constanten sind die Werthe der folgenden Tabelle hervorgegangen; zu der Temperatur t und dem zugehörigen Dampfdruck p für den Sättigungszustand sind die drei Wurzeln berechnet, aber nur die beiden Wurzeln v_1 und v_2 aufgeführt worden, da die dritte, zwischenliegende, für die vorliegenden Zwecke ohne Bedeutung ist.

Tabelle für gesättigte Kohlensäure.

Temperatur t	Druck in Atmosphären (1 Atm. = 10333 kg auf 1 qm)	Specifisches Volumen. v_1 Cubikmeter	Specifisches Volumen. v_2 Cubikmeter	Specifisches Gewicht. Kg auf 1 Cubikmeter. $\gamma_1 = \frac{1}{v_1}$	Specifisches Gewicht. Kg auf 1 Cubikmeter. $\gamma_2 = \frac{1}{v_2}$
— 20°	19.924	0.00078	0.01886	1282.0	53.02
— 15°	23.137	0.00080 *	0.01612 *	1250.0	62.03
— 10°	26.763	0.00085	0.01376	1176.4	72.67
— 5°	30.843	0.00089 *	0.01171 *	1123.6	85.40
0°	35.403	0.00094	0.00999	1063.8	100.10
+ 5°	40.465	0.00097 *	0.00850 *	1030.9	117.65
+ 10°	45.945	0.00107	0.00717	934.6	139.47
+ 15°	52.167	0.00112 *	0.00604 *	892.9	165.56
+ 20°	58.837	0.00128	0.00502	781.2	199.20
+ 25°	66.062	0.00148	0.00412	675.7	242.72
+ 31°	75.471	0.00227	0.00227	440.5	440.50

In der Tabelle bedeutet v_1 das specifische Volumen der flüssigen Kohlensäure und v_2 dasjenige des trocken gesättigten Kohlensäuredampfes. Die mit * bezeichneten Werthe sind dabei durch graphische Interpolation gefunden worden.

Der Druck p in der zweiten Columne ist hierbei nach der Formel von Regnault*) (s. Tabelle auf S. 14 und Tabelle 8 des Anhanges) berechnet worden.

Aus den Angaben vorstehender Tabelle berechnet sich nun leicht folgende Zusammenstellung.

Temperatur t	Werthe von $u = v_2 - v_1$	Aeussere latente Wärme Apu	Innere latente Wärme ϱ	Gesammte latente Wärme r
— 20°	0.01808	8.780	58.205	66.985
— 10°	0.01291	8.421	55.297	63.718
0°	0.00904	7.801	50.030	57.831
+ 10°	0.00610	6.846	42.393	49.239
+ 20°	0.00374	5.363	31.746	37.109

Hier sind unter Benutzung der in Tabelle 8 des Anhanges Col. 7 und 8 angegebenen Werthe von $\frac{r}{u}$ und $\frac{\varrho}{u}$, sowie der im Vorstehenden gefundenen Werthe von u die Grössen r und ϱ berechnet worden, worauf sich Apu aus der Beziehung $r = \varrho + Apu$ bestimmte. Es wäre nun leicht, für die drei Arten der latenten Wärme empirische Formeln in der auf S. 23 und 30 benutzten Form aufzustellen, doch soll hier eine weitere Verfolgung der Frage auf Grund vorstehender Rechnungsresultate unterlassen werden; vergleicht man nämlich die Werthe γ_1 der ersten Zusammenstellung, welche das specifische Gewicht der flüssigen Kohlensäure angeben, mit den hierüber von früher bekannten Versuchsresultaten, so zeigt sich, dass erstere bei niedrigen Temperaturen im Allgemeinen viel zu gross sind; so giebt z. B. Thilorier für die Temperaturen — 20°, 0°, + 30° beziehentlich

*) Regnault, »Relation des expériences etc.« t. II. p. 625. Bei der Kohlensäure giebt Regnault den Druck bis + 40°; da aber die Kohlensäure bei + 31° die kritische Temperatur erreicht, so sind die über dieser Temperatur liegenden Werthe der Pressungen ohne Bedeutung. Regnault bemerkte wohl, dass von 25° an die Druckänderungen unregelmässig wurden; seine Bemerkungen hierüber (p. 624 und 626) sind höchst interessant und zeigen, dass Regnault nahe daran war, die heute bekannten Sätze über die kritische Temperatur der Kohlensäure aufzufinden. Die Druckbeobachtungen nach der andern Seite gehen bei Regnault bis — 26°.

$$\gamma_1 = 900\,, \quad 830 \quad \text{und} \quad 600\ \text{kg}$$

als das Gewicht von einem Cubikmeter flüssiger Kohlensäure, und nach Andréeff soll für $t = -10^\circ$, 0°, $+20^\circ$ gesetzt werden bez. $\gamma_1 = 995$, 947, 827 kg.

Die Formel von Clausius giebt daher mit den aufgeführten Constanten das specifische Volumen v_1 der flüssigen Kohlensäure bei niedrigen Temperaturen zu klein, was zum Theil seinen Grund darin haben mag, dass die der Bestimmung der Constanten zu Grunde gelegten Versuche von Andrews sämmtlich bei Temperaturen ausgeführt worden sind, die über dem Gefrierpunkt des Wassers lagen. Durch entsprechende Aenderung der Constanten dürfte dagegen die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch in der Nähe der kritischen Temperatur wieder verloren gehen. Es wird daher die Form der Zustandsgleichung von Clausius aufgegeben werden müssen, da sie nicht einmal für Kohlensäure, für die sie in erster Linie bestimmt war, zutreffend erscheint.

Besser zutreffend dürfte die Gl. (6) S. 206, welche Sarrau aufstellte, erscheinen, da derselbe bezüglich des specifischen Gewichtes der flüssigen Kohlensäure auch die Untersuchungen von Cailletet und Hautefeuille*) verwerthen konnte, welche bei 0° und -23° unter Pressungen von 100, 200 und 300 Atmosphären ausgeführt wurden.

Die folgende Uebersicht giebt die nach den Rechnungsergebnissen von Sarrau (a. a. O. vergl. Anmerkung S. 206) gewonnenen Werthe des specifischen Volumens und des specifischen Gewichtes (Gewicht von einem Cubikmeter in Kilogrammen) der flüssigen Kohlensäure und der gesättigten Kohlensäuredämpfe zwischen noch weiteren Temperaturgrenzen, als die vorige Tabelle sie enthält.

Temperatur t	Specifisches Volumen v_1 Flüssigkeit	v_2 Dampf	Specifisches Gewicht γ_1 Flüssigkeit	γ_2 Dampf	Werthe von $u = v_2 - v_1$
-50°	0.00085	0.05476	1176.5	18.21	0.05391
-30°	0.00093	0.02646	1075.2	37.79	0.02553
-10°	0.00105	0.01373	952.4	72.83	0.01268
$+10^\circ$	0.00127	0.00721	787.4	138.70	0.00594
$+30^\circ$	0.00217	0.00288	460.8	347.22	0.00071

*) Comptes rendus. t. XCII. p. 903 und p. 1087.

Später bekannt gewordene Resultate experimenteller Untersuchungen von Cailletet und Mathias*) geben bezüglich des specifischen Gewichts der gesättigten Kohlensäuredämpfe gute Uebereinstimmung mit den Rechnungsergebnissen von Sarrau, während bei Temperaturen über dem Gefrierpunkt des Wassers das specifische Gewicht der flüssigen Kohlensäure von den genannten Experimentatoren etwas grösser gefunden wird, als Sarrau nach vorstehender Tabelle angegeben hat.

Bezüglich der Kohlensäure sind die Versuchsergebnisse von Cailletet und Mathias im Folgenden angegeben.

Flüssige Kohlensäure.		Gesättigte Kohlensäuredämpfe.	
Temperatur t	Specifisches Gewicht γ_1	Temperatur t	Specifisches Gewicht γ_2
-34°	1057	-23°	57
-25°	1016	-5	85
-11.5	966	$+0.5$	98.3
-1.6	910	$+10.1$	141
$+1.3$	907	$+15.7$	171
$+6.8$	868	$+19.7$	201
$+11.0$	840	$+25.0$	254
$+15.9$	788	$+30.2$	350
$+22.2$	726		

Für die kritische Temperatur $\gamma_1 = \gamma_2 = 460$.

Die reciproken Werthe von γ_1 und γ_2 führen sofort auf das specifische Volumen v_1 und v_2 bei den betreffenden Temperaturen.

Bei den weiteren Untersuchungen wird sich Gelegenheit geben, auf die vorstehenden Angaben, sowie auf die Rechnungsergebnisse von Sarrau zurückzukommen.

§ 28. Aeltere Näherungsformen der Zustandsgleichung der Dämpfe.

Bei den im vorstehenden Paragraphen besprochenen Zustandsgleichungen kam es darauf an, die Beziehung zwischen p, v und

*) Cailletet und Mathias, »Recherches sur les densités des gaz liquéfiées et de leurs vapeurs saturées«. Comptes rendus. t. CII. 1886. p. 1202.

T für jeden möglichen Zustand eines Dampfes festzustellen, sei er trocken gesättigt oder überhitzt, in Form einer Mischung von Flüssigkeit und Dampf oder nur im flüssigen Zustand vorhanden.

Könnte man nun auch eine der gegebenen Formen als gültig für alle Dämpfe hinstellen, so würde man doch bei ihrer Benutzung für die Thermodynamik der Dämpfe auf so ausserordentlich verwickelte Formeln stossen, dass von einer Verwerthung derselben selbst zur Lösung der einfachsten technischen Probleme gänzlich abgesehen werden müsste.

So hochbeachtenswerth daher auch, vom rein physikalischen Standpunkte aus beurtheilt, die oben vorgeführten Untersuchungen sind, die insbesondere van der Waals (a. a. O.) nach verschiedenen Richtungen zu sehr interessanten Ergebnissen geführt haben, so sind doch mit denselben die Ergebnisse der älteren Untersuchungen über das Verhalten der überhitzten Dämpfe keineswegs hinfällig geworden, umsoweniger, als diese den Wasserdampf und die Dämpfe von Ammoniak und schwefliger Säure, Dämpfe, die in der Technik die höchste Bedeutung gewonnen haben, in das Bereich der Betrachtung zogen.

Die Zustandsgleichung aller Dampfarten, ja aller Körper überhaupt, kann in der Form

$$pv = BT - R \tag{14}$$

geschrieben worden, wobei B eine dem betreffenden Dampfe entsprechende Constante und R eine Function von zweien der Variabelen p, v oder T darstellt.

Von dieser Function R ist zunächst nichts weiter bekannt, als dass sie um so kleiner wird, je mehr sich der Dampf dem Zustande eines Gases nähert.

Bei der Aufstellung von Hypothesen bezüglich der Form dieser Function hat man sich nun gewissen Einschränkungen unterwerfen müssen; bei den oben gegebenen Formeln von van der Waals, Clausius und Sarrau, aus denen sich leicht die im Vorstehenden eingeführte Function R ableiten lässt, hat man das schon bezeichnete Ziel vor Augen gehabt, die Beziehung zwischen p, v und T für den dampfförmigen, flüssigen und den Mischungszustand zugleich zum Ausdruck zu bringen, hat aber nur für wenige Dampfarten, vorzugsweise für Kohlensäure, befriedigende Ergebnisse erlangt und das auch nur, wie van der

Waals selbst zugiebt, für Sättigungstemperaturen, die nicht allzu weit unter der kritischen Temperatur liegen; ist die letztere Voraussetzung nicht erfüllt, wie das insbesondere beim Wasserdampfe unter den gewöhnlich vorkommenden Werthen des Druckes und der Temperatur der Fall ist, so treten bei den Dampfarten, für welche die Constanten der gegebenen Formeln zur Zeit bekannt sind, wie schon erwähnt, nicht unbedeutende Abweichungen auf. Bei den anderen Dämpfen liegen aber zur Bestimmung dieser Constanten noch nicht einmal für diesen Zweck besonders angestellte Beobachtungen vor und daher muss man bei Behandlung technischer Fragen zu den älteren Gleichungen zurückgreifen, selbst wenn man die Form der neueren für vollkommen begründet ansehen wollte, eine Ansicht, die aber keineswegs zugegeben werden kann.

Für technische Zwecke ist es so lange, als nicht die allgemeine für alle Dämpfe gültige Zustandsgleichung aufgefunden worden ist, hinreichend, eine Gleichung zu besitzen, die folgenden Bedingungen entspricht:

1) Sie soll nur die Beziehung zwischen v, p und T für den eigentlichen Dampfzustand, vom Sättigungszustande an gerechnet, liefern, da durch die früher gegebenen ausführlichen Darlegungen das Verhalten von Dampf- und Flüssigkeitsmischungen hinreichend bekannt ist.

2) Sie soll wenigstens zwischen den in der Praxis auftretenden Druckgrenzen und für verhältnissmässig nicht zu hohe Ueberhitzung allen bis jetzt für den betreffenden Dampf bekannten einzelnen Versuchsresultaten entsprechen.

3) Sie soll möglichst leicht, d. h. ohne langwierige Rechnungen das specifische Volumen v des Dampfes durch den Druck p und die Temperatur T bestimmen lassen, da die letzteren Grössen es sind, die sich leicht durch Beobachtung feststellen lassen, und die daher gewöhnlich als gegeben anzusehen sind.

4) Endlich sollen auch die auf Grund der betreffenden Zustandsgleichung entwickelten Wärmegleichungen einfach und übersichtlich sein, um mit Hülfe derselben leicht die mit Wärmemittheilung verbundene Zustandsänderung der Dämpfe verfolgen zu können.

Bevor nun auf die Ergebnisse der älteren Untersuchungen eingetreten wird, welche das im Vorstehenden angegebene Ziel verfolgen, soll zuerst unter Zugrundelegung der in Gl. (14) gegebenen allgemeinen Form der Zustandsgleichung eine Umformung der allgemeinen Gleichungen der Thermodynamik vorgenommen werden.

Betrachtet man R als eine Function von p und v, so ergiebt sich, wenn man Gl. (14) partiell nach p und v differentiirt und neben der absoluten Temperatur T zugleich die Temperatur t nach Celsius gemäss der Beziehung $T = a + t = 273 + t$ benutzt:

$$p = B\frac{\partial t}{\partial v} - \frac{\partial R}{\partial v} \quad \text{sowie} \quad v = B\frac{\partial t}{\partial p} - \frac{\partial R}{\partial p},$$

und hieraus, wenn man zur Vereinfachung setzt

$$\frac{\partial t}{\partial p} = x \quad \text{und} \quad \frac{\partial t}{\partial v} = y, \tag{15}$$

$$Bx = v + \frac{\partial R}{\partial p}, \tag{16}$$

$$By = p + \frac{\partial R}{\partial v}. \tag{17}$$

Nun fand sich aber nach den drei identischen Gleichungen (III[a]) S. 60 Bd. I die Wärmemenge dQ, welche der Gewichtseinheit eines Körpers mitzutheilen ist, wenn sich Druck, Volumen und Temperatur bez. um dp, dv und dT ändern:

$$\left.\begin{aligned} dQ &= A\,[Xdp + Ydv]\,, \\ &= \frac{A}{\frac{\partial t}{\partial p}}\left[Xdt + Tdv\right], \\ &= \frac{A}{\frac{\partial t}{\partial v}}\left[Ydt - Tdp\right]. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Findet die Wärmemittheilung bei constantem Volumen bez. bei constantem Druck statt, so ist $dv = 0$ bez. $dp = 0$ und es folgt daher nach der zweiten und dritten der vorstehenden Gleichungen

$$dQ_v = \frac{AX}{\frac{\partial t}{\partial p}} dt \quad \text{bez.} \quad dQ_p = \frac{AY}{\frac{\partial t}{\partial v}} dt\,.$$

Bezeichnen c_v und c_p die specifischen Wärmen des Körpers bez. bei constantem Volumen und bei constantem Druck, so ist auch

$$dQ_v = c_v dt \quad \text{und} \quad dQ_p = c_p dt\,,$$

und aus der Verbindung mit den vorhergehenden Ausdrücken folgt

$$AX = c_v \frac{\partial t}{\partial p} \quad \text{und} \quad AY = c_p \frac{\partial t}{\partial v}\,,$$

oder unter Benutzung der vereinfachten Bezeichnung Gl. (15)

$$AX = c_v x \quad \text{und} \quad AY = c_p y\,. \qquad (19)$$

Bei Verwendung dieser beiden Formeln schreiben sich die oben unter (18) wiederholten Hauptgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} dQ &= c_v x dp + c_p y dv \\ dQ &= c_v \left[dT + \frac{AT}{c_v x} dv\right] \\ dQ &= c_p \left[dT - \frac{AT}{c_p y} dp\right] \end{aligned}\right\}, \qquad (I)$$

während die beiden Hauptgleichungen (I^a) und (II^a) auf S. 59 Bd. I unter Benutzung der vorstehenden Gln. (15) und (19) sich in folgende Form umsetzen:

$$\frac{\partial (y c_p)}{\partial p} - \frac{\partial (x c_v)}{\partial v} = A \qquad (II)$$

und

$$(c_p - c_v) xy = AT\,, \qquad (III)$$

in welchen Gleichungen x und y durch die Gln. (16) und (17) bestimmt sind.

Es verdient besonders hervorgehoben zu werden, dass die vorstehenden Ausdrücke noch ganz allgemein für feste, tropfbar flüssige und luftförmige Körper gültig sind, gleichgültig nach welchem Gesetze auch die specifische Wärme für constantes Volumen (c_v) und die für constanten Druck (c_p) sich verändern möge.

Setzt man, wie es bei Betrachtung der Gase geschehen ist,

c_v und c_p constant, und in der allgemeinen Zustandsgleichung (14) $R = 0$, so ergeben die Formeln (16) und (17)

$$x = \frac{v}{B} \quad \text{und} \quad y = \frac{p}{B},$$

worauf sich dann leicht die obigen Hauptgleichungen (I), (II) und (III) in die Formen überführen lassen, welche in Bd. I auf S. 115, 122 und 127 für Gase abgeleitet worden sind.

An die vorstehenden allgemeinen Darlegungen lassen sich aber noch einige weitere anschliessen, die für das Nachfolgende von Wichtigkeit sind.

Der reciproke Werth a des Ausdehnungscoefficienten α eines vollkommenen Gases stellte sich zu $a = 273$ heraus; in Wirklichkeit waren aber schon bei Gasen die Ausdehnungscoefficienten α_v und α_p zu unterscheiden, der erstere galt für Druckänderung bei constantem Volumen, der andere für Volumenänderung bei constantem Druck; für die reciproken Werthe a_v und a_p ergaben sich für Gase nach den Gln. (6) auf S. 90 Bd. I die Formeln:

$$a_v = p\frac{\partial t}{\partial p} - t \quad \text{und} \quad a_p = v\frac{\partial t}{\partial v} - t,$$

und diese Ausdrücke gelten auch für jeden anderen Körper.

Nach der Bezeichnung der Gln. (15) folgt

$$a_v = px - t \quad \text{und} \quad a_p = vy - t,$$

woraus sich dann unter Benutzung der Gln. (16) und (17), in Verbindung mit der Zustandsgleichung (14), die man in der Form

$$pv = B(a + t) - R$$

schreiben kann, sogleich die folgenden beiden Formeln ergeben:

$$B(a - a_v) = R - p\frac{\partial R}{\partial p}, \tag{20}$$

$$B(a - a_p) = R - v\frac{\partial R}{\partial v}. \tag{21}$$

Nach diesen Gleichungen würden sich für den betreffenden Körper die beiden Werthe a_v und a_p und damit die beiden Ausdehnungscoefficienten α_v und α_p berechnen lassen, wenn die Function R in der Zustandsgleichung (14) bekannt wäre.

Die vorhin gegebenen allgemeinen Gleichungen lassen noch eine weitere Untersuchung zu.

Aus der Grundgleichung

$$dQ = AdU + Apdv$$

ergiebt sich für die Bestimmung der Veränderung dU der inneren Arbeit oder Energie unter Benutzung der zweiten der Gln. (I) S. 218:

$$AdU = c_v dt + A\left[\frac{T}{x} - p\right] dv\,.$$

Substituirt man hier den Werth von x aus Gl. (16), so ergiebt sich unter gleichzeitiger Benutzung der Zustandsgleichung (14)

$$AdU = c_v dt + A\frac{\left(R - p\frac{\partial R}{\partial p}\right)}{\left(v + \frac{\partial R}{\partial p}\right)} dv\,. \qquad \text{(IV}^{\text{a}}\text{)}$$

Verwendet man in entsprechender Weise die dritte der Gln. (I) zur Umformung, so folgt:

$$AdU = c_p dt - \frac{AT}{y} dp - Apdv\,.$$

Nun schreibt sich aber das letzte Glied dieser Gleichung, welches die in Arbeit verwandelte Wärmemenge repräsentirt:

$$Apdv = Ad(pv) - Apv \cdot \frac{dp}{p}\,, \qquad (22)$$

oder mit Benutzung der Zustandsgleichung (14)

$$Apdv = ABdt - AdR - A(BT - R)\frac{dp}{p}\,,$$

oder auch

$$Apdv = ABdt - ABT\frac{dp}{p} - Apd\left(\frac{R}{p}\right); \qquad (22^{\text{a}})$$

und wenn man diesen Ausdruck in der obigen Formel für AdU benutzt, findet sich nach einigen leicht zu verfolgenden Umformungen unter Verwendung von Gl. (17)

$$AdU = (c_p - AB)dt + Apd\left(\frac{R}{p}\right) + \frac{ABT\frac{\partial R}{\partial v}}{\left(p + \frac{\partial R}{\partial v}\right)} \cdot \frac{dp}{p}\,. \qquad \text{(IV}^{\text{b}}\text{)}$$

Die beiden Formeln (IV^a) und (IV^b) geben für $R = 0$, also für Gase, die von früher her bekannte einfache Beziehung

$$AdU = c_v dt = (c_p - AB) dt .$$

Hervorzuheben ist aber, dass in beiden für alle Körper gültigen Gleichungen die rechte Seite ein vollständiges Differential, die Integration also ausführbar ist, sobald die Grössen R, c_p und c_v als Function von p und v gegeben sind.

Denkt man bei der Integration der einen oder anderen der Gleichungen (IV) an trocknen gesättigten oder überhitzten Dampf und bezieht man die Integrationsconstante der rechten Seite auf ein Kilogramm der zugehörigen Flüssigkeit bei 0° C., so repräsentirt die linke Seite AU die Grösse J, welche ich oben (S. 27) als »Dampfwärme« bezeichnet habe, und welche den Mehrbetrag der in einem Kilogramm Dampf von der angenommenen Temperatur t und vom Druck p enthaltenen Wärmemenge darstellt, verglichen mit derjenigen, die in der gleichen Gewichtsmenge Flüssigkeit bei 0° C. und bei einem bestimmt angenommenen Drucke, z. B. bei atmosphärischem Drucke, enthalten ist.

Nun steht aber die Dampfwärme J in einer einfachen Beziehung zu der Wärmemenge, die man nach Regnault als die Gesammtwärme des Dampfes bezeichnet hat und für welche oben (S. 21) die Bezeichnung λ benutzt worden ist.

Denkt man sich die Gewichtseinheit Flüssigkeit vom Volumen σ_0 bei 0° C. unter einem bestimmten Drucke p_0, dann den Druck allmählich ohne Wärmezuführung zuerst auf den Werth p gebracht, alsdann diese Flüssigkeit bei constantem Druck p in Dampf von der Temperatur t und dem specifischen Volumen v verwandelt, so findet sich die erforderliche Wärmemenge (Gesammtwärme)

$$\lambda = J + Ap(v - \sigma_0) , \tag{23}$$

wobei nur die eine einschränkende Annahme gemacht wird, dass bei der anfänglichen Druckerhöhung von p_0 auf p das specifische Volumen σ_0 keine Aenderung erleide, die Flüssigkeit also hierbei als unzusammendrückbar angesehen werden dürfe.

Benutzt man in vorstehender Formel die Zustandsgleichung (14), setzt man also $pv = BT - R$, so folgt, indem man zugleich zum Differential übergeht und dJ durch AdU ersetzt:

$$d\lambda = AdU + ABdt - AdR - A\sigma_0 dp\,; \tag{23^a}$$

hieraus würde sich unter Benutzung von Gl. (IV^a) oder (IV^b) durch Integration die Gesammtwärme λ berechnen lassen, und zwar gültig für trocken gesättigten, wie auch für überhitzten Dampf.

Denkt man an den Sättigungszustand des Dampfes, so setzt sich die Gesammtwärme λ zusammen aus der Flüssigkeitswärme q und der latenten Wärme r (vergl. S. 21), und man erhält aus der Beziehung $\lambda = q + r$ durch Differentiiren:

$$\frac{d\lambda}{dt} = c + \frac{dr}{dt}, \tag{24}$$

aus welcher Formel sich, falls die latente Wärme r als Function der Temperatur bekannt ist, in Verbindung mit den vorhergehenden Formeln die specifische Wärme c der Flüssigkeit berechnen lässt.

Nach diesen allgemeinen Vorbereitungen kann nun zu der speciellen Frage nach der Form der Zustandsgleichung der Dämpfe unter den auf S. 216 gemachten einschränkenden Annahmen übergegangen werden. Zu diesem Zwecke mögen hinsichtlich der Function R in der Zustandsgleichung (14) S. 215 gewisse Annahmen gemacht und es mag untersucht werden, wie weit dieselben durch die bekannten experimentellen Unterlagen Bestätigung finden.

Erste Hypothese. Es werde vorausgesetzt, dass R nur als Function des Druckes p angesehen werden dürfe*).

Hier ist in den vorstehenden Formeln zu setzen:

$$\frac{\partial R}{\partial v} = 0\,.$$

Man erhält daher an Stelle der beiden Gln. (16) und (17) S. 217:

*) Vergl. des Verfassers Abhandlungen:

1. »Theorie der überhitzten Wasserdämpfe«. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. Bd. XI. 1867. S. 41.
2. »Ueber das Verhalten der überhitzten und gemischten Wasserdämpfe«. Civilingenieur. Bd. 13. 1867. S. 343.
3. »Zur Theorie der Kaltdampfmaschinen«. Anhang: Verhalten der Ammoniakdämpfe. Civilingenieur. Bd. 27. 1881. S. 449.

$$Bx = v + \frac{\partial R}{\partial p}, \tag{25}$$

$$By = p. \tag{26}$$

Ferner folgt nach den Gl. (20) und (21) S. 219:

$$B(a - a_v) = R - p\frac{\partial R}{\partial p}, \tag{27}$$

$$B(a - a_p) = R, \tag{28}$$

wonach die reciproken Werthe der Ausdehnungscoefficienten ebenfalls als alleinige Functionen des Druckes hervortreten.

Setzt man nach der Zustandsgleichung (14) $R = B(a + t) - pv$ in vorstehende Formeln ein, so ergiebt sich bez.

$$p\left(v + \frac{\partial R}{\partial p}\right) = B(a_v + t) \tag{29}$$

und

$$pv = B(a_p + t). \tag{30}$$

Dagegen ergiebt sich als Product der beiden Gln. (25) und (26):

$$B^2xy = p\left(v + \frac{\partial R}{\partial p}\right),$$

oder nach Gl. (29)

$$Bxy = a_v + t,$$

und wenn man diesen Werth in der zweiten Hauptgleichung (III) S. 218 benutzt:

$$\frac{c_p - c_v}{AB} = \frac{a + t}{a_v + t}, \tag{31}$$

wonach die Differenz der specifischen Wärmen als Function der Temperatur und des Druckes hervortritt.

Weiterhin ergiebt die zu Grunde gelegte Hypothese aus Gl. (IV^b) S. 220:

$$AdU = (c_p - AB)dt + Apd\left(\frac{R}{p}\right), \tag{32}$$

und zufolge Gl. (23^a) nach einfacher Reduction:

$$d\lambda = c_p dt - AR\frac{dp}{p} - A\sigma_0 dp.$$

Ersetzt man in dieser Gleichung R durch den aus der Zustandsgleichung hervorgehenden Werth, indem man zugleich

$v = u + \sigma$ nach der früher benutzten Bezeichnung substituirt, wobei σ das specifische Volumen der Flüssigkeit bei der Verdampfungstemperatur t darstellt, so erhält man speciell für trocken gesättigten Dampf nach einigen Umformungen:

$$\frac{d\lambda}{dt} = c_p + Au\frac{dp}{dt} + A(\sigma - \sigma_0)\frac{dp}{dt} - ABT\frac{dp}{p\,dt}, \tag{33}$$

oder wenn man hierfür das zweite Glied der rechten Seite Gl. (22) auf S. 29 und überdies Gl. (24) S. 222 benutzt, für die specifische Wärme c der Flüssigkeit

$$c = c_p + \frac{r}{T} - \frac{dr}{dt} + A(\sigma - \sigma_0)\frac{dp}{dt} - ABT\frac{dp}{p\,dt}. \tag{34}$$

Diese Grösse tritt hiernach als eine Function der Temperatur hervor, sodass man dann für diesen Dampf die Flüssigkeitswärme q aus der Gleichung

$$q = \int_0^t c\,dt \tag{35}$$

berechnen kann.

Die Hypothese, dass die Function R nur von p, nicht aber von v abhängig sei, gestattet bei denjenigen Dämpfen, für welche nach Regnault die entsprechenden Versuchsresultate vorliegen, und das sind die in den Tabellen 1 bis 7 des Anhangs aufgeführten Dämpfe, eine numerische Berechnung der Function R für verschiedene Werthe des Druckes. Denkt man nämlich an überhitzten Dampf vom Drucke p und der Temperatur t, so gilt die Beziehung:

$$pv = BT - R\,.$$

Hat dieser Dampf im Sättigungszustande, bei gleichem Drucke p die Temperatur T' und das specifische Volumen s, welche Grössen den angezogenen Tabellen entnommen werden können, so gilt auch die Beziehung

$$ps = BT' - R\,,$$

und daher folgt die Function R aus der Gleichung:

$$R = BT' - ps\,. \tag{36}$$

Berechnet man nach dieser Formel den Werth R zu einer Reihe verschiedener Pressungen für den Sättigungszustand bei

denjenigen Dämpfen, die auf Grund der Regnault'schen Beobachtungen eine solche Berechnung zulassen, so ergiebt sich, wie weit die Annahme, dass R innerhalb der auf S. 216 gemachten Einschränkungen nur Function des Druckes p sei, gestattet ist.

Als Abschluss ist noch hinzuzufügen, dass unter Annahme der vorstehenden Hypothese die für irgend welche Zustandsänderungen des überhitzten Dampfes erforderliche Wärmemenge nach der dritten der Gleichungen (I) S. 218 ermittelt werden kann; man erhält, unter Benutzung von Gl. (26) S. 223:

$$dQ = c_p dt - ABT\frac{dp}{p} \,. \tag{37}$$

Zweite Hypothese. Es werde vorausgesetzt, dass R nur eine Function des specifischen Volumens v sei.

Hier ist in den oben gegebenen allgemeinen Formeln

$$\frac{\partial R}{\partial p} = 0$$

zu setzen, man erhält daher nach den Gln. (16) und (17) S. 217

$$Bx = v\,, \tag{25^a}$$

$$By = p + \frac{\partial R}{\partial v} \tag{26^a}$$

und nach den Gln. (20) und (21) S. 219

$$B(a - a_v) = R\,, \tag{27^a}$$

$$B(a - a_p) = R - v\frac{\partial R}{\partial v}\,, \tag{28^a}$$

wonach die reciproken Werthe der Ausdehnungscoefficienten ebenfalls nur als Functionen des Volumens v hervortreten.

Setzt man nach der Zustandsgleichung (14) $R = B(a + t) - pv$, so ergiebt sich aus den letzten beiden Gleichungen bez.

$$pv = B(a_v + t) \tag{29^a}$$

und

$$\left(p + \frac{\partial R}{\partial v}\right)v = B(a_p + t)\,. \tag{30^a}$$

Ferner ergiebt das Product der Gln. (25ª) und (26ª)

$$B^2xy = \left(p + \frac{\partial R}{\partial v}\right)v\,,$$

oder nach vorstehender Gl. (30^a)

$$Bxy = a_p + t$$

und dann folgt aus der zweiten Hauptgleichung (III) S. 218

$$\frac{c_p - c_v}{AB} = \frac{a + t}{a_p + t} \,. \tag{31^a}$$

Der Vergleich mit den entsprechenden Gleichungen, auf welche die vorige Hypothese führte, zeigt, dass einfach nur die Werthe a_v und a_p vertauscht sind.

Weiterhin findet man für vorliegende Hypothese Gl. (IV^a) S. 220

$$AdU = c_v dt + AR\frac{dv}{v} \tag{32^a}$$

und dann folgt aus Gl. (23^a) S. 222

$$d\lambda = (c_v + AB)dt - Avd\left(\frac{R}{v}\right) - A\sigma_0 dp \,, \tag{33^a}$$

wonach sich die Gesammtwärme λ eines überhitzten Dampfes ergiebt, sobald R als Function von v bekannt und ebenso das Gesetz der Veränderlichkeit der specifischen Wärme bei constantem Volumen (c_v) gegeben ist.

Für trocknen gesättigten Dampf müsste λ die Werthe annehmen, welche Regnault für eine Reihe von Dämpfen bestimmt hat. Benutzt man nach früherer Bezeichnung für das specifische Volumen des trocknen gesättigten Dampfes den Buchstaben σ, so ist $s = u + \sigma$ und nach der Zustandsgleichung:

$$R = BT - ps \,.$$

Die Substitution in Gl. (33^a) ergiebt dann unter gleichzeitiger Benutzung von Gl. (24) S. 222 nach einigen Reductionen für die specifische Wärme c der Flüssigkeit die Formel:

$$c = c_v + \frac{r}{T} - \frac{dr}{dt} + ABT\frac{ds}{sdt} + A(\sigma - \sigma_0)\frac{dp}{dt} \,, \tag{34^a}$$

worauf dann durch Gl. (35) S. 224 auch nach vorliegender Hypothese die Flüssigkeitswärme q sich bestimmen liesse.

Bei denjenigen Dämpfen (Tabellen 1—7 des Anhanges), für welche oben auf Grund der Regnault'schen Versuche für ver-

schiedenen Druck p der Werth u und damit auch annähernd das specifische Volumen $s = u + \sigma$ des trocknen gesättigten Dampfes bekannt ist, liesse sich dann aus der Zustandsgleichung

$$R = BT - ps \tag{36^a}$$

für verschiedene Pressungen die Grösse R berechnen, da diese Gleichung auch für den Sättigungszustand noch gültig sein muss. Die weitere Prüfung müsste dann zeigen, ob wirklich, wenigstens innerhalb der den Regnault'schen Beobachtungen entsprechenden Grenzen, der Werth R als eine bestimmte Function von s und damit vom specifischen Volumen v hervortritt. Auf diese Frage wird im Folgenden zurückzukommen sein.

Endlich möge noch darauf hingewiesen werden, dass unter Annahme der im Vorstehenden besprochenen Hypothese die für vorgeschriebene Zustandsänderungen erforderliche Wärmemenge nach der zweiten der Gl. (I) S. 218 zu berechnen ist, die sich unter Benutzung von Gl. (16) in die Form:

$$dQ = c_v dt + ABT\frac{dv}{v} \tag{37^a}$$

überführen lässt, welche Gleichung mit der für Gase identisch ist.

Es wird nun des Weiteren die Aufgabe sein, für die eine oder die andere der vorstehenden beiden Hypothesen eine bestimmte Form der Function R aufzustellen, wobei bemerkt zu werden verdient, dass beim Uebergang in den Sättigungszustand, also für alle Punkte des obern Zweiges der Grenzcurve, die Grösse R in eine Function des Druckes übergehen muss, gleichgültig von welcher Hypothese man auch bei Aufstellung der Form dieser Function ausgegangen sein mag; es muss daher die gewonnene Zustandsgleichung, wenn sie annehmbar erscheinen soll, auch ausserhalb des Sättigungszustandes der Dämpfe, nach der Seite der Ueberhitzung hin, wenigstens so weit die technische Seite der Frage ins Spiel kommt, bis zu einer gewissen Grenze die vorhandenen Beobachtungen wiedergeben.

Es haben nun bei technischen Untersuchungen zwei Formen der Zustandsgleichung der Dämpfe vielfach Verwendung gefunden; die eine vom Verfasser gegebene (vergl. Anmerkung S. 222) lautet:

$$pv = BT - Cp^n\,, \tag{38}$$

in welcher Gleichung B, C und n constante, dem betreffenden Dampfe entsprechende Grössen bedeuten, während eine andere Form von Hirn*) in Vorschlag gebracht worden ist, die später auch von Gustav Schmidt**) entwickelt wurde und von folgender Gestalt ist:

$$pv = BT - Cv^{-n}, \tag{39}$$

wobei die Constanten B, C und n für dieselbe Dampfart natürlich von anderem Werthe sind als in Gl. (38).

Die erstgenannte Formel bildet einen Specialfall von verschiedenen Fällen, welche der vorhin behandelten ersten Hypothese entsprechen, während die andere Formel den Fällen der zweiten Hypothese angehört. Beide Formeln sind zuerst für überhitzte Wasserdämpfe in Vorschlag gebracht worden.

Zu der Gattung der ersten Gleichung ist auch die von Weyrauch***) für Wasserdämpfe gegebene Zustandsgleichung zu rechnen:

$$pv = BT - (BT' - ps),$$

in welcher Formel T' und s Temperatur und specifisches Volumen des trocknen gesättigten Dampfes bedeuten, der gleichen Druck mit dem vorgelegten überhitzten Dampfe besitzt; die letztgenannten Werthe müssen bei Benutzung der vorstehenden Formel aus vorhandenen Dampftabellen entnommen und jedenfalls als bekannt angesehen werden. (Vergl. Gl. (36) S. 224.)

Zu der Gattung der zweiten Art kann unter Umständen die von van der Waals gegebene Zustandsgleichung (2) auf S. 201 gerechnet werden; denn denkt man, wie das im Vorstehenden ausdrücklich vorausgesetzt worden ist, nur an den Dampfzustand, so lässt sich in der Gleichung von van der Waals die Grösse α als sehr klein vernachlässigen und dann folgt aus derselben

$$pv = BT - Cv^{-1},$$

*) Hirn et Cazin, »Mémoire sur la détente de la vapeur d'eau surchauffée«. Ann. de Chim. et de Phys. 4e série. t. X. 1867. p. 365.

**) Gustav Schmidt, »Die Zustandsgleichung des Wasserdampfes«. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. XI. 1867. S. 649 und 771.

***) Weyrauch, »Von den überhitzten Dämpfen«. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. XX. 1876. S. 1 und 71.

eine Gleichung, die nun freilich speciell für Wasserdämpfe auch nicht entfernt die entsprechenden Beobachtungen wiedergiebt, wie auch schon dem Umstande entnommen werden kann, dass in der gleichgebauten Hirn'schen Formel (39) der Exponent n sehr verschieden von der Einheit anzunehmen ist.

Der Vollständigkeit wegen mögen endlich noch die weitern Vorschläge Erwähnung finden, welche bezüglich der Form für die Zustandsgleichung der Dämpfe gemacht worden sind, obgleich die betreffenden Formeln keiner der beiden oben besprochenen Hypothesen entsprechen. Rankine*) giebt die folgende Gleichung:

$$p = \frac{BT}{v} - \frac{C}{Tv^2},$$

worin B und C constante Grössen sind; setzt man im ersten Gliede der rechten Seite $v - \alpha$ an Stelle von v und im zweiten Gliede $v + \beta$ statt v, so erhält man ($\alpha + \beta$) als Constante betrachtend, die Zustandsgleichung von Clausius (Gl. (5) S. 204).

Güldberg**) schlägt folgende Formel vor:

$$pv = BT - Cp^{\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}} - Dv^{1-\varepsilon},$$

in welcher Gleichung B, C, D und ε constante Grössen sind, und zeigt, dass dieselbe für Wasserdämpfe und Aetherdämpfe in befriedigender Weise das specifische Volumen v für den Sättigungszustand und für verschiedenen Druck innerhalb der Versuchsgrenzen wiedergiebt. Endlich mag noch die Gleichung von Ritter***) für Wasserdampf

$$pv = BT - \frac{C}{pv^n}$$

Erwähnung finden; in derselben bedeuten B, C und n Constante, und zwar soll speciell $n = \frac{3}{2}$ zu setzen sein. Die letztgenannte

*) Phil. Trans. for 1854. p. 336.

**) Güldberg, »Ueber die Zustandsgleichungen der Körper«. Zeitschrift deutscher Ingenieure. Bd. XII. 1868. S. 673.

***) Ritter, »Ueber die Temperaturfläche des Wasserdampfes«. Wiedemann's Ann. der Physik und Chemie. N. F. III. 1878. S. 447.

Gleichung erfüllt, wie Ritter nachweist, noch gewisse andere Bedingungen, welche bei der Aufstellung aller vorher aufgeführten Formeln keine Beachtung gefunden haben.

§ 29. Von den überhitzten Wasserdämpfen.

Die Wasserdämpfe überragen an technischer Bedeutung weit alle übrigen Dampfarten, und darin ist es begründet, dass schon vor der Zeit der oben vorgeführten Untersuchungen von van der Waals und Clausius Bestrebungen hervortraten, wenigstens Näherungsformen der Zustandsgleichung für diese Dämpfe aufzufinden; durch Hinzufügung eines Gliedes R zu der Zustandsgleichung der Gase $pv = BT$ wollte man in der schon oben gegebenen Form

$$pv = BT - R,$$

wenigstens unter den auf S. 216 aufgeführten, einschränkenden Voraussetzungen, das Verhalten der überhitzten Wasserdämpfe klar zu legen versuchen.

Schon lange Zeit vor dem Auftreten dieser Versuche hat man beim Betrieb der Dampfmaschinen überhitzte Wasserdämpfe in Anwendung gebracht, insbesondere in dem Zustande, den man als »gemischten Dampf« bezeichnet, wobei man einen Strom nassen Dampfes mit einem Strom von hoch überhitztem Dampf vereinigt in den Dampfcylinder eintreten lässt; in diesen, wie in anderen ähnlichen Fällen hat man in der Benutzung überhitzter an Stelle der gesättigten Wasserdämpfe gewisse Vortheile zu finden geglaubt und zum Theil auch erfahrungsmässig nachgewiesen, ohne diese Beobachtungen theoretisch begründen und weiter gehende Schlüsse ziehen zu können. Den weiteren Forschungen stellte sich aber nicht nur die Unkenntniss der wahren Form der Zustandsgleichung entgegen, sondern auch der Umstand, dass es gerade für überhitzte Wasserdämpfe an den erforderlichen experimentellen Bestimmungen der wichtigsten physikalischen Grundgrössen, wie des Ausdehnungscoefficienten und der beiden specifischen Wärmen c_p und c_v mangelte.

Unter solchen Verhältnissen muss man sich heute noch damit begnügen, unter gewissen Annahmen Näherungsformeln abzuleiten, die wenigstens innerhalb gewisser Grenzen die bekannten Beobachtungswerthe wiedergeben, bezüglich der daraus entwickelten

Wärmegleichungen auf möglichst einfache Formen führen und insbesondere bei ihrer Anwendung in der Behandlung maschinentechnischer Fragen leicht und ohne allzu schwülstige Rechnungen zum Ziele gelangen lassen. Bestrebungen dieser Art darf man nicht unterschätzen; stösst man doch heute noch auf anerkannte theoretisch-physikalische Untersuchungen über das Verhalten der Dämpfe, bei denen die weit rohere Annahme gemacht wird, dass dieselben selbst noch im Sättigungszustande der Zustandsgleichung der Gase unterworfen seien.

Unter Anlehnung an die auf S. 216 aufgeführten vier Voraussetzungen sollen nun zunächst speciell für überhitzte Wasserdämpfe die Entwickelungen unter folgenden beiden Annahmen durchgeführt werden:

a) Das Correctionsglied R der vorstehenden Form der Zustandsgleichung sei nur eine Function des Druckes p; es würden also hier die Sätze in Gültigkeit treten, welche oben auf S. 222 unter Zugrundelegung der ersten Hypothese gefunden worden sind;

b) die specifische Wärme bei constantem Drucke c_p dürfe bei Wasserdämpfen innerhalb der bei technischen Untersuchungen vorliegenden Grenzen als eine constante Grösse angesehen, oder besser gesagt, es dürfe für dieselbe ein gewisser mittlerer Werth in Anwendung gebracht werden.

Diese Annahme hat hinreichende Berechtigung durch die Ergebnisse der Versuche von Regnault; derselbe findet durch vier Versuchsreihen für Wasserdampf:

$$c_p = 0{,}46881\,;\quad 0{,}48111\,;\quad 0{,}48080\,;\quad 0{,}47963\,,$$

und erklärt nur den ersten dieser Werthe für nicht ganz zuverlässig; als Mittel aus den übrigen findet sich

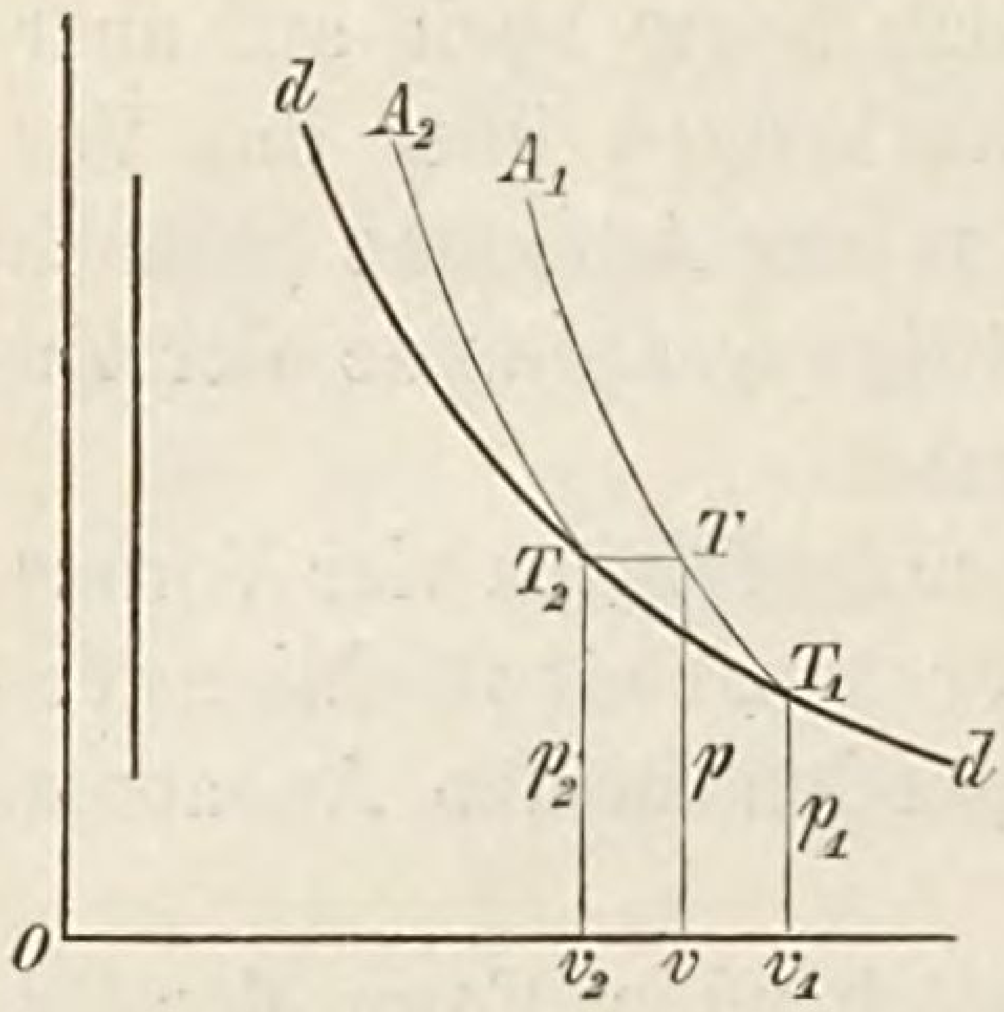
$$c_p = 0{,}4805\,,$$

welcher Werth den folgenden Betrachtungen zu Grunde gelegt werden soll.

Man denke sich nun (Fig. 26 a. f. S.) auf dem obern Theile der Grenzcurve des Wasserdampfes durch die beiden Punkte T_2 und T_1, welche den Temperaturen T_2 und T_1 entsprechen sollen, nach dem Raume der Ueberhitzung hin die beiden Adiabaten A_2 und A_1 gelegt. Druck und Volumen des trocknen gesättigten

Dampfes, welche dem Punkte T_2 entsprechen, seien durch p_2 und v_2, für den zweiten Punkt T_1 durch p_1 und v_1 gegeben.

Fig. 26.



Geht man jetzt von dem früher bewiesenen Satze aus, dass für jeden Uebergang von einer bestimmten adiabatischen Curve zu einer vorgeschriebenen zweiten das Wärmegewicht

$$P = \int \frac{dQ}{AT}$$

von gleichem Werthe ist, so folgt im vorliegenden Fall für den Uebergang auf der Grenzcurve von T_2 nach T_1 nach Gl. (58) S. 58

$$AP_1 - AP_2 = \left(\tau_1 + \frac{r_1}{T_1}\right) - \left(\tau_2 + \frac{r_2}{T_2}\right), \qquad (40)$$

weil auf der Grenzcurve die specifische Dampfmenge constant und zwar für alle Punkte derselben $x = 1$ zu setzen ist. Geht man dagegen vom Punkte T_2 der ersten Adiabaten A_2 auf horizontaler Strecke $T_2 T$, also bei constantem Druck $p = p_2$ bis zum Punkte T der zweiten Adiabaten A_1, für welchen Punkt die Temperatur T sein mag, so findet sich wegen $dQ = c_p dT$ auch:

$$AP_1 - AP_2 = \int_{T_2}^{T} \frac{c_p dT}{T} = c_p \operatorname{logn} \frac{T}{T_2}. \qquad (41)$$

Die Verbindung mit Gl. (40) giebt dann die Beziehung:

$$c_p \operatorname{logn} \frac{T}{T_2} = \left(\tau_1 + \frac{r_1}{T_1}\right) - \left(\tau_2 + \frac{r_2}{T_2}\right), \qquad (42)$$

und hiernach liesse sich für eine bestimmte Adiabate zu jedem gegebenen Druck $p = p_2$ die Temperatur T des entsprechenden überhitzten Dampfes berechnen.

Nun fand sich aber weiter unter der Voraussetzung, dass das Zusatzglied R der Zustandsgleichung nur eine Function des Druckes p sei, nach Gl. (37) S. 225

$$dQ = c_p dT - ABT \frac{dp}{p},$$

und daraus ergiebt sich für adiabatische Zustandsänderung, d. h. für $dQ = 0$,

$$\frac{dT}{T} = \frac{AB}{c_p} \cdot \frac{dp}{p}.$$

Wenn man hier, da c_p constant vorausgesetzt wurde,

$$\frac{AB}{c_p} = m \tag{43}$$

setzt, so erhält man für die Adiabate A_1 (Fig. 26)

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^m. \tag{44}$$

Hieraus folgt, dass unter den gemachten Voraussetzungen sich der überhitzte Wasserdampf bei adiabatischer Zustandsänderung bezüglich der Aenderung der Temperatur mit dem Drucke genau wie ein Gas verhält. Nach Gl. (61) S. 134 Bd. I fand sich für adiabatische Aenderung der Gase die Beziehung:

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}},$$

wonach sich ergeben würde, wenn man bei den Wasserdämpfen an Stelle der Constanten m (nach Gl. 43) die Constante $\varkappa$ einführt, also:

setzt:

$$\left.\begin{aligned} m &= \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \\ \varkappa &= \frac{1}{1 - m}. \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

Dabei entsteht allerdings die Frage, ob die Constante $\varkappa$ bei Dämpfen, ebenso wie bei Gasen, das Verhältniss der specifischen Wärmen $(c_p : c_v)$ darstellt; diese Annahme ist, wie schon hier bemerkt werden mag, nach den weiter folgenden Untersuchungen nicht zulässig, vielmehr bei Wasserdampf das Verhältniss $c_p : c_v$ eine veränderliche Grösse.

Substituirt man jetzt den aus Gl. (44) hervorgehenden Werth von T in Gl. (42) unter Beachtung, dass in Fig. 26 der Druck p mit p_2 identisch ist, so folgt nach einfacher Umformung:

$$\tau_1 + \frac{r_1}{T_1} - c_p \operatorname{logn} \frac{T_1}{p_1{}^m} = \tau_2 + \frac{r_2}{T_2} - c_p \operatorname{logn} \frac{T_2}{p_2{}^m},$$

und daraus ergiebt sich, dass innerhalb der der ganzen Entwickelung gezogenen Grenzen für jeden Punkt der Grenzcurve der Ausdruck:

$$\tau + \frac{r}{T} - c_p \operatorname{logn} \frac{T}{p^m}$$

ein und denselben Werth haben muss.

Bezeichnet man die betreffende Constante mit K, so müsste sein:

$$\tau + \frac{r}{T} = c_p \operatorname{logn} \frac{T}{p^m} + K. \tag{46}$$

Es fragt sich nun, ob unter der Voraussetzung $c_p = 0{,}4805$ und nach den in der Tabelle auf S. 57 in Col. 7 angegebenen Werthen der linken Seite dieser Gleichung in der That bei richtiger Wahl der Grössen m und K die Angaben des vorstehenden Ausdruckes zuverlässig sind. Man erhält wirklich, wie die folgende Tabelle zeigt, eine vortreffliche Uebereinstimmung, wenn man

$$m = 0{,}25 \quad = \frac{1}{4}, \text{ also auch nach Gl. (45)}$$

$$\varkappa = 1{,}3333 = \frac{4}{3}$$ annimmt und unter Einsetzung des Brigg'schen an Stelle des natürlichen Logarithmus setzt:

$$\tau + \frac{r}{T} = 0{,}2766 \log \frac{T^4}{p} - 1{,}0933\,. \tag{46a}$$

Tabelle für Wasserdämpfe.

Druck in Atmosphären (1 Atm. = 10333 kg)	Temperatur (Celsius) nach Regnault	Werthe von $\tau + \frac{r}{T}$. Nach Col. 7 der Tabelle auf S. 57	Nach vorstehender Gleichung (46a)
0.1	46°.21	1.9548	1.9538
0.2	60.45	1.8929	1.8912
0.5	81.71	1.8116	1.8111
1	100.00	1.7519	1.7520
2	120.60	1.6940	1.6946
3	133.91	1.6612	1.6619
4	144.00	1.6384	1.6391
5	152.22	1.6209	1.6217
6	159.22	1.6071	1.6076
7	165.34	1.5955	1.5958
8	170.81	1.5856	1.5858
9	175.77	1.5769	1.5769
10	180.31	1.5691	1.5691
11	184.50	1.5625	1.5621
12	188.41	1.5563	1.5557
13	192.08	1.5506	1.5503
14	195.53	1.5454	1.5445

Man darf hiernach für Wasserdämpfe innerhalb des weiten Bereiches der Druckgrenzen von 0,1 bis 14 Atmosphären, Grenzen, die im Dampfmaschinenbetriebe zur Zeit kaum überschritten werden, die Constante $m = 0{,}25$ als hinreichend sicher ansehen und daher nach Gl. (43) für Wasserdämpfe weiterhin setzen:

$$AB = 0{,}1201 \quad \text{und} \quad B = 50{,}933 \,. \tag{47}$$

Die Zulässigkeit der gemachten Annahmen tritt auch durch folgende Betrachtung hervor. Differentiirt man Gl. (46) und beachtet man die Beziehung:

$$\tau = \int \frac{dq}{T} = \int_0^t \frac{c\,dt}{T}$$

(vergl. S. 52), wobei c die specifische Wärme des Wassers darstellt, so folgt:

$$c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} = c_p - m c_p \cdot \frac{T dp}{p dt} \,,$$

oder wenn man, wie auf S. 53 Gl. (56), die als Temperaturfunction hervortretende Function auf der linken Seite mit h bezeichnet:

$$h = c_p - m c_p \cdot \frac{T dp}{p dt} \,. \tag{48}$$

Aus dieser Gleichung berechnet sich m für verschiedene Temperaturwerthe, wie folgende Uebersicht zeigt. Es ist hierbei $c_p = 0{,}4805$ gesetzt und h nach der auf S. 61 für Wasserdampf gegebenen Formel berechnet worden unter Benutzung der in Col. 6 Tabelle 1[a] des Anhanges aufgeführten Werthe.

t	h	$T\frac{dp}{pdt}$	m
0°	— 1.9166	19.520	0.255
50	— 1.4648	16.083	0.252
100	— 1.1333	13.344	0.251
150	— 0.8789	11.359	0.249
200	— 0.6766	9.851	0.244
		Mittel	0.250

Der für m angenommene Werth findet also auch hier Bestätigung; im Uebrigen liegen sogar directe Versuche zu seiner Ermittelung vor.

Hirn und Cazin*) haben die Zulässigkeit der Gl. (44) S. 233 durch interessante Experimente nachgewiesen, indem sie überhitzten Wasserdampf von verschiedenen Anfangspressungen und beobachteter Anfangstemperatur aus einem in einem Oelbade befindlichen Reservoir durch eine weite Oeffnung ausströmen liessen, bis der innere Druck auf den äusseren Atmosphärendruck herabgegangen war und im Innern des Gefässes, welches auf zwei gegenüberliegenden Seiten mit Glasplatten versehen war, Nebel sichtbar wurden. Das Erscheinen des Nebels war ein Beweis, dass beim unteren Drucke gerade der Sättigungszustand vorlag und daher war auch die zugehörige untere Temperaturgrenze bekannt.

Grashof**) berechnete aus zehn Versuchen der genannten Experimentatoren nach Gl. (44) S. 233 den Exponenten m und findet für alle Versuche fast denselben Werth: im Mittel stellt sich $m = 0{,}236$ heraus. Ich habe aber schon damals***) darauf hingewiesen, dass dieser aus den Versuchen berechnete Werth etwas zu klein erscheinen müsse; die Berechnung von Grashof setzt nämlich voraus, dass bei den angezeigten Versuchen von Hirn und Cazin adiabatische Expansion vorgelegen habe.

So klein nun auch die Zeitdauer beim einzelnen Versuche war, so wird doch von Seiten der Gefässwandung eine, wenn auch geringfügige Wärmemittheilung an den ausströmenden, expandirenden Dampf anzunehmen sein; die wirkliche Expansionscurve wird daher bei einem derartigen Versuche nicht mit der Adiabaten zusammenfallen, sondern über derselben sich hinziehen; diesem Umstande wird nun Rechnung getragen, wenn man den Exponenten der wirklichen Adiabaten etwas grösser, als die Versuche ergeben haben, voraussetzt.

Der oben angenommene Werth $m = 0{,}25$ dürfte daher auch durch die angezogenen Versuche hinreichend bestätigt erscheinen.

*) Comptes rendus. Dec. 1866.

**) »Versuche über die Ausdehnung des überhitzten Wasserdampfes« Zeitschrift deutscher Ingenieure. Bd. 11. 1867. S. 404.

***) Bemerkungen zu den Versuchen von Hirn und Cazin »über die Ausdehnung überhitzten Wasserdampfes«. Ebendaselbst S. 523.

Zum Zweck der weiteren Verfolgung der Frage möge nun auch noch Gl. (33) S. 224 herangezogen werden; dieselbe gilt für trocknen gesättigten Dampf und ergiebt, da das specifische Volumen des Wassers innerhalb der gebräuchlichen Druckgrenzen constant, also $\sigma = \sigma_0$ gesetzt werden darf:

$$\frac{d\lambda}{dt} = c_p + Au\frac{dp}{dt} - ABT\frac{dp}{p\,dt},$$

oder auch:

$$\frac{d\lambda}{dt} = c_p - (ABT - Apu)\frac{dp}{p\,dt}.$$

Nun ist aber nach Regnault die Gesammtwärme des gesättigten Wasserdampfes

$$\lambda = 606{,}5 + 0{,}305\,t\,,$$

und daher würde aus vorstehender Gleichung die specifische Wärme c_p des Wasserdampfes vom Sättigungszustande aus gerechnet folgen:

$$c_p = 0{,}305 + (ABT - Apu)\frac{dp}{p\,dt}. \tag{49}$$

Würde der Wasserdampf selbst bis zum Sättigungszustande dem Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac folgen, so wäre mit hinreichender Genauigkeit $pu = BT$ anzunehmen und daher $c_p = 0{,}305$ zu setzen, worauf in der That von Redtenbacher und Kirchhoff auf Grund ganz anderer Betrachtungen schon hingewiesen worden ist.

Gl. (49) giebt aber jetzt das Mittel an die Hand, die specifische Wärme c_p zu berechnen, da speciell für Wasserdampf aus Tabelle 1[a] des Anhanges die Werthe von

$$Apu \quad \text{und} \quad \frac{dp}{p\,dt}$$

für verschiedene Temperaturen bekannt sind und nach Gl. (47) S. 235 $AB = 0{,}1201$ zu setzen ist. Die Berechnung giebt für

$t =$	0°	50°	100°	150°	200°
$c_p =$	0,4258	0,4650	0,4685	0,4842	0,5055 ,

wonach nun freilich die specifische Wärme c_p des Wasserdampfes keineswegs als constante Grösse hervortritt, vielmehr in der Nähe der Grenzcurve mit wachsender Temperatur zunimmt. Für die

angegebenen Temperaturgrenzen stimmen die Werthe auffällig gut mit denen überein, welche in Bd. I S. 140 nach den Angaben von Mallard und Le Chatelier aufgeführt worden sind.

Nichtsdestoweniger müsste es bedenklich erscheinen, die aus Gl. (49) hervorgehenden Werthe weiteren Untersuchungen zu Grunde zu legen, so lange nicht eine weitere experimentelle Bestätigung derselben gegeben wird. Dass in Wirklichkeit die specifische Wärme c_p des Wasserdampfes variabel ist, ist wohl zweifellos, wahrscheinlich ist sie auch nur eine Function der Temperatur und nimmt mit derselben zu, es wäre aber gewagt, ihre Veränderlichkeit nach den vorstehenden Rechnungsergebnissen zu beurtheilen, weil diese sich auf die hypothetische Annahme stützen, dass das Correctionsglied R der Zustandsgleichung nur eine Function des Druckes sei; jede andere Annahme führt dann auf ein anderes Gesetz der Veränderlichkeit.

Für die vorliegenden technischen Zwecke und unter den mehrfach betonten Einschränkungen ergiebt sich, und das ist hier vollständig hinreichend, dass man in der That für c_p einen constanten mittleren Werth substituiren kann; im Dampfmaschinenbetrieb dürften die Spannungsgrenzen des Wasserdampfes zwischen 0,1 und 15 Atmosphären und daher die zugehörigen Temperaturgrenzen von 50° bis 200° C. anzunehmen sein.

Nimmt man nun aus den letzten vier Werthen der vorstehenden Zusammenstellung das Mittel, so erhält man $c_p = 0{,}4808$, also fast genau denselben Werth, der oben nach den Versuchen von Regnault hervorgetreten ist und weiterhin festgehalten werden soll.

Nach diesen Vorbereitungen, welche zunächst die Zulässigkeit der Annahmen erweisen sollten, dass bei Wasserdampf die specifische Wärme c_p bei constantem Druck als constant und das Zusatzglied R der Zustandsgleichung für überhitzte Dämpfe als Function des Druckes allein angesehen werden dürfe, wird nun den folgenden Untersuchungen die weitere Hypothese zu Grunde gelegt, dass man das Correctionsglied R in der Form

$$R = Cp^n \tag{50}$$

benutzen könne, wonach die Zustandsgleichung in der Form:

$$pv = BT - Cp^n \tag{51}$$

erscheint, eine Gleichung, auf welche bereits unter Gl. (38) S. 227 hingewiesen wurde.

In vorstehender Formel sollen C und n, ebenso wie B, constante, dem betreffenden Dampfe entsprechende Grössen sein. Die Constante B wurde bereits früher (S. 235) für Wasserdampf angegeben und steht zu den anderen dort benutzten Constanten nach Gl. (43) S. 233 in der Beziehung

$$\frac{AB}{c_p} = m\,, \tag{51^a}$$

wobei für Wasserdampf $m = 0{,}25 = \frac{1}{4}$, und wenn man an Stelle von m die Constante $\varkappa$ aus der Beziehung

$$m = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \tag{51^b}$$

benutzen will, $\varkappa = \frac{4}{3}$ zu setzen ist.

Denkt man sich den Druck p des Dampfes als specifischen Druck gegeben (in Kilogrammen auf ein Quadratmeter gerechnet) und das specifische Volumen v in Cubikmetern auf 1 kg bezogen, so giebt die oben aufgestellte Zustandsgleichung fast Alles wieder, was bis jetzt bezüglich der Wasserdämpfe experimentell begründet wurde, wenn man setzt:

$$B = 50{,}933; \quad C = 192{,}50 \quad \text{und} \quad n = \frac{1}{4}\,.$$

Ist dagegen der Druck in Atmosphären (eine Atmosphäre zu 10 333 kg gerechnet) gegeben, so ist zu setzen:

$$B = 0{,}0049287; \quad C = 0{,}187815 \quad \text{und} \quad n = \frac{1}{4}\,.$$

Dass man bei Wasserdampf die beiden hier eingeführten Constanten m und n von gleicher Grösse, also:

$$m = n = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \tag{51^c}$$

annehmen kann, bildet, wie aus den weiteren Untersuchungen hervorgehen wird, einen besonders günstigen Umstand.

Um die Zuverlässigkeit der Gl. (51) erkennen zu lassen, mag dieselbe zunächst für den Sättigungszustand Anwendung finden.

In der folgenden Tabelle ist für verschiedene Werthe des Druckes (Col. 1) das specifische Volumen des trocknen gesättigten Wasserdampfes nach den früheren Ermittelungen nach Tabelle 11 des Anhangs aufgeführt (Col. 2); Col. 3 enthält dieselbe Grösse nach obiger Formel (51) unter Benutzung der im Vorstehenden angegebenen Constanten berechnet. In Col. 4 sind die entsprechenden Werthe von

$$\frac{C}{B}p^n = \frac{C}{B}\sqrt[4]{p}$$

aufgeführt, weil diese Grössen bei praktischen Rechnungen häufig Verwendung finden werden.

1. Druck in Atmosphären (zu 10 333 kg)	2. Specifisches Volumen des gesättigten Wasserdampfes nach Tabelle 11 des Anhanges	3. nach Gl. (51)	4. Werthe von $\frac{C}{B}p^n$ ($n = 0.25$)
0.1	14.553	14.677	21.429
0.2	7.543	7.583	25.483
0.5	3.172	3.181	32.043
1	1.6505	1.6506	38.106
2	0.8599	0.8583	45.316
3	0.5875	0.5861	50.151
4	0.4484	0.4474	53.891
5	0.3636	0.3630	56.982
6	0.3064	0.3060	59.640
7	0.2652	0.2650	61.983
8	0.2339	0.2339	64.087
9	0.2095	0.2096	66.002
10	0.1897	0.1900	67.764
11	0.1735	0.1739	69.398
12	0.1599	0.1604	70.924
13	0.1483	0.1489	72.357
14	0.1383	0.1383	73.711

Der Vergleich der Werthe der zweiten und dritten Columne zeigt eine vortreffliche Uebereinstimmung; nur bei sehr geringen Pressungen treten Differenzen hervor; durch geringfügige Aenderung der Constanten für die Fälle niedrigen Druckes liesse sich aber auch hier eine in jeder Hinsicht befriedigende Uebereinstimmung herbeiführen, wenn das Bedürfniss dazu vorläge.

Nach Gl. (51) lässt sich nun auch leicht das Volumen des überhitzten Dampfes für beliebigen Druck und für jede Temperatur berechnen; setzt man $T = 273 + t$ und $t = 100, 110, 120$ u. s. w., so folgen beispielsweise für überhitzten Wasserdampf von einer Atmosphäre Druck die im Folgenden angegebenen Werthe des specifischen Volumens:

$t = 100^\circ$	$v = 1{,}6506$ cbm	$t = 160^\circ$	$v = 1{,}9463$ cbm
110	1,6999	170	1,9956
120	1,7492	180	2,0449
130	1,7984	190	2,0942
140	1,8477	200	2,1435
150	1,8970	210	2,1927

Hirn hat für einige Werthe des Druckes und der Temperatur das specifische Volumen beobachtet. Die folgende kleine Uebersicht zeigt, wie vortrefflich seine Versuchsresultate mit den Ergebnissen unserer Formel übereinstimmen.

Druck in Atmosphären	Temperatur Celsius	Specifisches Volumen Cubikmeter	
		nach Hirn's Versuch	nach Gl. (26)
1	118.5	1.74	1.7417
1	141	1.85	1.8526
3	200	0.697	0.6947
4	165	0.4822	0.4733
4	200	0.522	0.5164
4	246	0.5752	0.5731
5	162.5	0.3758	0.3731
5	205	0.414	0.4150

Berechnet man für gleichen Druck und gleiche Temperatur das specifische Volumen v' der atmosphärischen Luft, so giebt das Verhältniss $v' : v$ das relative Gewicht des Dampfes in Hinsicht auf Luft; so erhält man z. B. für die Temperaturen 100°, 150° und 200° bei einer Atmosphäre Druck bez. 0,6401; 0,6316 und 0,6250, also mit stärker werdender Ueberhitzung abnehmende und keineswegs constante Zahlen, wie sie die häufig benutzte Annahme, dass der Dampf dem Mariotte- und Gay-Lussac-schen Gesetze folge, ergiebt.

Das unten Folgende wird noch weitere Bestätigungen für die hinreichende Zuverlässigkeit der aufgestellten Zustandsgleichung liefern, hier möge zunächst noch auf zwei weitere Beziehungen hingewiesen werden.

Es ist früher auf S. 36 durch Gl. (33) ausgesprochen worden, dass bei gesättigtem Wasserdampf zwischen sehr weiten Grenzen Druck p und Volumen v durch die Gleichung

$$pv^{\mu} = D\,, \tag{52}$$

wobei μ und D constante Grössen darstellen, verbunden erscheinen, und es ist dort gezeigt worden, dass diese empirische Formel für das specifische Volumen des trocknen, gesättigten Wasserdampfes Werthe ergiebt, die in vortrefflicher Uebereinstimmung mit denen stehen, welche oben in § 5 S. 32 nach den genauen Formeln berechnet sind (vergl. Tab. 1^b und Tab. 11 des Anhanges), wenn man, p in Atmosphären angenommen, setzt $D = 1{,}7049$ und $\mu = 1{,}0646$. Substituirt man nun den aus Gl. (52) hervorgehenden Werth von p in Gl. (50) S. 238, so findet sich das Zusatzglied R der dort angenommenen Form der Zustandsgleichung auch

$$R = CD^{n} \cdot v^{-\mu n}\,,$$

und daher, wenn man die Constante CD^n durch C_1 ersetzt, an Stelle der Zustandsgleichung (51) S. 238

$$pv = BT - C_1 v^{-\mu n}\,. \tag{53}$$

Das ist der Form nach genau die Zustandsgleichung der Wasserdämpfe, wie sie Hirn zuerst gegeben hat (vergl. S. 228 Gl. 39) und wie sie später von Gustav Schmidt weiteren Untersuchungen zu Grunde gelegt wurde (vergl. Anmerkung S. 228).

Nach den im Vorstehenden aufgeführten Zahlenwerthen würden sich die Constanten C_1 und μn von Gl. (53) leicht berechnen lassen.

Aus den hier vorgeführten Umformungen geht hervor, dass beide Formen der Zustandsgleichung, Gl. (51) und Gl. (53), für den Sättigungszustand gleich gute Uebereinstimmung geben werden; ausserhalb der Grenzcurve dagegen wird jede der beiden Gleichungen für gleichen Druck p und gleiches Volumen v eine andere Temperatur des entsprechenden überhitzten Dampfes ergeben; man muss sich daher für eine der beiden Formeln entscheiden und wird, da weder die eine noch die andere Formel

die wahre Form der Zustandsgleichung darstellt, sondern beide als Näherungsformen hingestellt worden sind, bis auf Weiteres und bis umfänglichere Versuche vorliegen, diejenige Gleichung wählen, welche bei den in der Technik vorkommenden Rechnungen die bequemere ist, und das ist offenbar mit Gl. (51) der Fall.

Gewöhnlich ist für den überhitzten Dampf der Druck und die Temperatur gegeben, weil diese Grössen leicht beobachtet werden können; zu denselben ist dann das specifische Volumen zu ermitteln; nun führt aber Gl. (51) leicht und unmittelbar auf das Volumen v, während Gl. (53) nur durch Versuche diese Grösse zu berechnen gestattet.

Die folgenden Untersuchungen werden sich daher ausschliesslich auf die Form Gl. (51) stützen.

Die beiden Gleichungen (51) und (52) führen ferner auf eine Beziehung zwischen Druck und Temperatur des gesättigten Wasserdampfes.

Aus Gl. (52) folgt nämlich:

$$v = D^{\frac{1}{\mu}} p^{-\frac{1}{\mu}},$$

daher

$$pv = D^{\frac{1}{\mu}} p^{\frac{\mu-1}{\mu}},$$

und durch Substitution in Gl. (51)

$$BT = D^{\frac{1}{\mu}} p^{\frac{\mu-1}{\mu}} + Cp^n,$$

welche Gleichung sich in der Form

$$T = \alpha p^\nu + \beta p^n \tag{54}$$

schreiben lässt.

Benutzt man hier die oben für die einzelnen Constanten gegebenen Werthe, so ist in dieser Formel zu setzen:

$$\nu = \frac{\mu - 1}{\mu} = 0{,}0607; \quad n = 0{,}2500,$$

$$\log_{10} \alpha = 2{,}5249094 \quad \text{und} \quad \log_{10} \beta = 1{,}5809979.$$

Man erhält hieraus beispielsweise:

Druck p in Atmosphären	Temperatur des Wasserdampfes nach Gl. (54)	nach Regnault (Tab. 11 des Anhanges)
1	100°00	100.00
3	135.14	133.91
6	160.00	159.22
9	175.68	175.77
12	187.34	188.41

Der Unterschied der Formel (54) gegenüber den zahlreichen anderen empirischen Formeln, welche für die Beziehung zwischen Druck und Temperatur des gesättigten Wasserdampfes aufgestellt worden sind, liegt darin, dass die in derselben auftretenden Constanten bestimmte, aus den obigen Entwickelungen hervorgehende Bedeutungen haben. Durch geringe Aenderung der in Gl. (54) auftretenden Constanten liesse sich leicht eine bessere Uebereinstimmung der Rechnungsergebnisse mit Regnault's Versuchen herbeiführen, doch würde sich dann der angedeutete Unterschied wieder verwischen.

§ 30. Die Wärmegleichungen der überhitzten Wasserdämpfe.

Unter Zugrundelegung der angenommenen Zustandsgleichung und der Annahme, dass die specifische Wärme c_p der Wasserdämpfe innerhalb der vorausgesetzten Grenzen constant sei, lassen sich nun die für alle Körper gültigen Grundgleichungen (I) S. 218 in die für Wasserdämpfe gültigen Formen überführen. Aus Gl. (III) S. 218 folgt zunächst

$$Bxy(c_p - c_v) = ABT,$$

oder wenn unter Benutzung der Zustandsgleichung BT eliminirt und nach Gl. (26) S. 223 $By = p$ gesetzt wird:

$$c_v x = c_p x - Av - ACp^{n-1}. \qquad (55^a)$$

Nun ist aber wegen der Bedeutung der Constanten m nach Gl. (43) S. 233

$$c_p = \frac{AB}{m} \qquad (56^a)$$

und nach Gl. (25) wegen $R = Cp^n$

$$Bx = v + Cnp^{n-1}.$$

Die Benutzung dieser beiden Formeln auf der rechten Seite der vorstehenden Gl. (55[a]) ergiebt

$$c_v x = \left(\frac{1-m}{m}\right) A v + \left(\frac{n-m}{m}\right) A C p^{n-1}. \tag{55}$$

Andererseits giebt die Verbindung vorstehender Gleichung (56[a]) mit Gl. (26) S. 223

$$c_p y = \frac{Ap}{m}. \tag{56}$$

Würde man die beiden letzten Formeln in den Hauptgleichungen (I), (II) und (III) S. 218 benutzen, so erhielte man die verlangten Beziehungen.

Nun ist aber speciell für Wasserdämpfe nach Gl. (51[c]) S. 239

$$m = n = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$$

gesetzt worden, man erhält daher an Stelle der vorstehenden beiden Gleichungen einfacher

$$c_v x = \frac{Av}{\varkappa - 1} \quad \text{und} \quad c_p y = \frac{A \varkappa p}{\varkappa - 1}$$

und demnach an Stelle der Hauptgleichungen (I):

$$\left.\begin{aligned} dQ &= \frac{A}{\varkappa - 1}(v\,dp + \varkappa p\,dv) \\ dQ &= c_v\left[dT + (\varkappa - 1)T\frac{dv}{v}\right] \\ dQ &= c_p\left[dT - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}T\frac{dp}{p}\right] \end{aligned}\right\}. \tag{I^a}$$

Das sind aber dieselben Gleichungen, welche früher (Bd. I S. 117) für die Gase aufgestellt worden sind; der einzige Unterschied besteht darin, dass die specifische Wärme bei constantem Volumen (c_v) hier als eine veränderliche Grösse auftritt, die noch näher zu bestimmen ist, und dass in Folge dessen die Constante $\varkappa$ nicht, wie es bei Gasen der Fall ist, durch das Verhältniss $c_p : c_v$ dargestellt wird.

Mit dem hier betonten Umstande, der allerdings zunächst nur für Wasserdämpfe Gültigkeit hat, ist ein grosser Vortheil für technische Rechnungen verbunden; der Vortheil ist so bedeutend, dass man, so lange nicht die genaue Form der Zustands-

gleichung bekannt ist, von vorstehenden Formeln und der zu Grunde gelegten Näherungsform der Zustandsgleichung Gebrauch machen könnte, selbst wenn die letztere auch weniger gut die Versuchsresultate wiedergeben würde, als es in der That der Fall ist.

Man hätte übrigens bei der Behandlung der ganzen Frage auch von den vorstehenden Gleichungen (I^a), als aus der Lehre von den Gasen bekannten Ergebnissen, ausgehen und aus den Annahmen, dass c_p und $\varkappa$ constant, c_v aber variabel sei, die oben angenommene Form der Zustandsgleichung überhitzter Dämpfe ableiten können. Die andere Annahme, dass c_v und $\varkappa$ constant, c_p variabel sei, würde auf gleichem Wege zu der Hirn'schen Form der Zustandsgleichung geführt haben*).

Was nun den veränderlichen Werth der specifischen Wärme bei constantem Volumen (c_v) betrifft, so bestimmt sich dieser aus der dritten Hauptgleichung (III) S. 218, wenn man dort die schon vorhin benutzten Beziehungen

$$Bx = v + Cnp^{n-1} \quad \text{und} \quad By = p$$

benutzt; man erhält dann aus Gl. (III), nämlich

$$(c_p - c_v)xy = AT$$

und bei gleichzeitiger Benutzung der angenommenen Zustandsgleichung nach einigen einfachen Umformungen:

$$c_p - c_v = \frac{AB}{1 - (1 - n)\frac{C p^n}{B T}}. \tag{57}$$

Die Formel zeigt, dass mit zunehmender Temperatur T, also mit wachsender Ueberhitzung, sich die Differenz der beiden specifischen Wärmen dem constanten Werthe AB nähert; der Grenzwerth findet sich bei Wasserdampf

$$c_p - c_v = 0{,}1201$$

und hieraus wegen

$$c_p = 0{,}4805$$

der Grenzwerth von c_v:

$$c_v = 0{,}3604 \quad \text{und} \quad \frac{c_p}{c_v} = 1{,}3333 .$$

*) Vergl. hierüber des Verfassers Abhandlung »Ueber das Verhalten der überhitzten und gemischten Wasserdämpfe«. Civilingenieur. Bd. 13. 1867. S. 347.

Da für Wasserdampf $n = m = 0{,}25$ zu setzen ist, so finden sich übrigens für den Sättigungszustand nach Gl. (57) zu den Pressungen p folgende Werthe:

$p =$	0,1	0,5	1	5	10 Atmosph.
$c_p - c_v =$	0,1267;	0,1289;	0,1301;	0,1335;	0,1353
$c_p =$	0,3538;	0,3516;	0,3504;	0,3470;	0,3452
$\frac{c_p}{c_v} =$	1,3581;	1,3664;	1,3713;	1,3849;	1,3920.

Man erkennt, dass die specifische Wärme c_v sich nur sehr langsam ändert, sodass man unter Umständen bei gewissen Näherungsrechnungen von einem constanten Mittelwerthe Gebrauch machen könnte; experimentelle Untersuchungen liegen weder für c_v noch für das Verhältniss $c_p : c_v$ vor; ist ja der erstere Werth selbst für Gase noch nicht auf directem Wege ermittelt worden, und für das genannte Verhältniss ergaben die verschiedenen Versuche mit Gasen Abweichungen unter einander, die zwischen ungefähr die gleichen Grenzen fallen, wie die Abweichungen der im Vorstehenden für Wasserdampf berechneten Werthe.

Jedenfalls enthalten die Ergebnisse der vorstehenden Rechnungen nichts, was irgend einer bekannten Thatsache widerspräche, und dürften dieselben für technische Rechnungen unter den auf S. 216 von vornherein festgestellten Einschränkungen als gültig und annehmbar bis auf Weiteres anzusehen sein.

An vorstehende Untersuchung möge sich nun zunächst diejenige über die Grösse der Ausdehnungscoefficienten der überhitzten Wasserdämpfe anschliessen.

Substituirt man das Zusatzglied $R = Cp^n$ der Zustandsgleichung und den daraus hervorgehenden Werth von $\frac{dR}{dp} = Cnp^{n-1}$ in die Gleichungen (27) und (28) S. 223, so folgt:

$$B(a - a_v) = (1 - n)Cp^n, \tag{58^a}$$

$$B(a - a_p) = Cp^n. \tag{59^a}$$

Hier bedeutet $a = 273$ den reciproken Werth des Ausdehnungscoefficienten eines vollkommenen Gases, a_v den reciproken Werth des sogenannten Ausdehnungscoefficienten bei constantem Volumen, also bei Druckänderung, und a_p den des Ausdehnungscoefficienten

bei constantem Druck, also bei Volumenänderung; wird der erstere Coefficient selbst mit α_v, der andere mit α_p bezeichnet, so ist für überhitzte Wasserdämpfe

$$\alpha_v = \frac{1}{a - (1-n)\frac{C}{B}p^n} \qquad (58)$$

und

$$\alpha_p = \frac{1}{a - \frac{C}{B}p^n} \,. \qquad (59)$$

Beide Formeln geben für Gase, für welche $C = 0$ zu setzen ist:

$$\alpha_v = \alpha_p = \frac{1}{a} = 0{,}003665 \,.$$

Für Dämpfe dagegen geben die Formeln die beiden Ausdehnungscoefficienten grösser als für Gase und und unter einander verschieden; es fällt, wie aus den beiden Formeln sofort ersichtlich ist, der Coefficient α_p für Volumenänderung grösser aus, als der Werth α_v für Druckänderung; endlich zeigen die Gleichungen, dass beide Arten der Ausdehnungscoefficienten um so grösser sind, je höherer Druck vorliegt.

Das sind aber alles Sätze, welche Regnault schon aus seinen Versuchen über das Verhalten luftförmiger Körper abgeleitet hat und über die auszugsweise in Bd. I S. 91 und 92 dieser Schrift berichtet worden ist.

Nach Gl. (58) und (59) sind unter Zuhülfenahme der Zusammenstellung auf S. 240 für Wasserdampf im Sättigungszustande zu einigen Werthen des Druckes die angegebenen Ausdehnungscoefficienten berechnet worden.

Druck in Atmosphären	Ausdehnungscoefficienten für Druckänderung	für Volumenänderung
$p = 0{,}1$	$\alpha_v = 0{,}003892$	$\alpha_p = 0{,}003975$
0,5	0,004017	0,004150
1	0,004090	0,004257
5	0,004343	0,004629
10	0,004501	0,004872

Die beiden Coefficienten erscheinen nach den Gl. (58) und (59) nur als Functionen des Druckes; die im Vorstehenden angegebenen

Zahlenwerthe gelten daher unter dem bezeichneten Druck nicht nur für den Sättigungszustand, sondern auch für das Gebiet der Ueberhitzung.

Endlich sind noch für die überhitzten Dämpfe die Werthe derjenigen Wärmemengen anzugeben, welche bei der Betrachtung der gesättigten Dämpfe als Dampfwärme und als Gesammtwärme bezeichnet wurden.

Ersetzt man in Gl. (32) S. 223, welche die Zunahme dU der inneren Arbeit giebt, die specifische Wärme c_p durch den aus Gl. (43) S. 233 hervorgehenden Werth, so folgt:

$$AdU = \frac{1-m}{m} ABdT + Apd\left(\frac{R}{p}\right).$$

Nun ist nach der den letzten Untersuchungen zu Grunde gelegten Zustandsgleichung der Dämpfe $R = Cp^n$ und daher folgt sogleich aus vorstehender Formel:

$$AdU = \frac{1-m}{m} ABdT - (1-n)ACp^{n-1}dp, \qquad (60^a)$$

hieraus aber durch Integration, wenn man die Integrationsconstante mit AU_0 bezeichnet:

$$AU - AU_0 = \frac{1-m}{m} ABT - \frac{1-n}{n} ACp^n, \qquad (60^b)$$

oder wenn man BT der Zustandsgleichung

$$pv = BT - Cp^n$$

entnimmt und substituirt:

$$AU - AU_0 = \frac{1-m}{m} Apv + \frac{n-m}{mn} ACp^n. \qquad (60^c)$$

Hierbei sind die beiden Constanten m und n noch verschieden vorausgesetzt; bei Wasserdampf fanden sich dieselben aber von gleicher Grösse, setzt man überdies noch nach Gl. (45) S. 233 an Stelle von m die Constante $\varkappa$ ein, so gilt für solchen Dampf die Gleichung

$$AU - AU_0 = \frac{Apv}{\varkappa - 1}, \qquad (61)$$

oder wenn man zum Differential übergeht:

$$dU = \frac{d(pv)}{\varkappa - 1}, \tag{61a}$$

dieselbe Formel, welche für Gase gültig ist (Bd. I S. 125).

Bezeichnet man in Gl. (61) die in Wärmeeinheiten ausgedrückte innere Arbeit AU mit J und ebenso die Constante AU_0 mit J_0, so schreibt sich diese Gleichung auch

$$J = J_0 + \frac{Apv}{\varkappa - 1}. \tag{62}$$

Vergleicht man diesen überhitzten Wasserdampf vom Drucke p und Volumen v mit Wasser von 0° Temperatur, denkt man sich also, derselbe sei von diesem Zustande aus gebildet worden, so giebt vorstehende Formel an, »wieviel Wärme in diesem Dampfe mehr enthalten ist, als im gleichen Gewicht Wasser von 0°«. Die Grösse J ist daher das, was bei der Betrachtung der gesättigten Dämpfe S. 27 als »Dampfwärme« bezeichnet wurde; dieselbe wurde dort nach Gl. (20) gefunden

$$J = q + \varrho. \tag{62a}$$

Für den Sättigungszustand des Wasserdampfes müssten offenbar die letzten beiden Formeln für die Dampfwärme denselben Werth ergeben, wobei die Flüssigkeitswärme q und die innere latente Wärme ϱ der für Wasserdampf geltenden Tabelle 11 des Anhanges zu entnehmen wären.

Man erhält durchaus befriedigende Uebereinstimmung, wenn man in Gl. (62) $J_0 = 476{,}11$ setzt. Die sogenannte Gesammtwärme λ dagegen, d. h. die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um aus Wasser von 0° bei constantem Druck p überhitzten Dampf vom Volumen v herzustellen, findet sich, wenn man auf der rechten Seite der Gl. (62) die Wärmemenge Apu hinzufügt, die hierbei in äussere Arbeit verwandelt wird; da bei Wasserdampf der Werth u nur wenig von v abweicht, so kann man Apv an Stelle von Apu setzen und erhält dann aus Gl. (62)

$$\lambda = J_0 + \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} Apv, \tag{63}$$

welche Gleichung auch für trocken gesättigten Wasserdampf gültig ist, für welchen nach Regnault die Beziehung

$$\lambda = 606{,}5 + 0{,}305\ t\ ,$$

oder nach den früheren Darlegungen

$$\lambda = q + \varrho + Apu \qquad (63^a)$$

gesetzt werden kann. Da für Wasserdampf $\varkappa = \frac{4}{3}$ ist, so schreiben sich die beiden Gleichungen (62) und (63) auch

$$J = 476{,}11 + 3 \cdot Apv\ , \qquad (62^b)$$

$$\lambda = 476{,}11 + 4 \cdot Apv\ . \qquad (63^b)$$

Nach diesen beiden Formeln sind, für gesättigten Wasserdampf gültig, die Werthe der zweiten und vierten Columne der folgenden Zusammenstellung berechnet worden, während die Werthe der dritten und fünften nach Gl. (62^a) und (63^a) unter Zuhülfenahme der Tabelle 11 des Anhanges bestimmt wurden.

1.	2.	3.	4.	5.
Druck in Atmosphären (zu 10333 kg) p	Dampfwärme J.		Gesammtwärme λ.	
	Nach Gl. (62^b)	Nach Gl. (62^a)	Nach Gl. (63^b)	Nach Gl. (63^a)
0.5	592.39	592.78	631.15	631.42
1	596.79	596.80	637.01	637.00
2	601.61	601.42	643.44	643.28
3	604.66	604.47	647.51	647.34
4	606.95	606.81	650.56	650.42
5	608.81	608.73	653.04	652.93
6	610.34	610.39	655.08	655.06
7	612.91	613.18	658.52	658.60
8	615.02	615.49	661.32	661.49
9	616.83	617.49	663.74	663.96

Man erkennt aus dem Vergleiche der nach beiden Rechnungsarten erhaltenen Zahlenwerthe, dass die Uebereinstimmung für die angenommenen Druckgrenzen eine durchaus befriedigende ist; ausserhalb dieser Grenzen werden die Regnault'schen empirischen Formeln, die allen unseren Untersuchungen als Ausgangspunkt dienten, selbst unzuverlässig.

Benutzt man in Gl. (62) die Zustandsgleichung $pv = BT - Cp^n$, sowie Gl. (43) S. 233 und beachtet, dass bei Wasserdampf zu setzen war:

$$m = n = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa},$$

so findet sich die Dampfwärme auch

$$J = J_0 + \left(1 - \frac{C}{B}\frac{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}{T}\right)\frac{c_p}{\varkappa}T,$$

oder unter Benutzung von Gl. (57) S. 246 nach einigen Umformungen

$$J = J_0 + \left(1 - \frac{1}{\varkappa}\frac{C}{B}\frac{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}{T}\right)c_v T. \qquad (62^c)$$

Für sehr grosse Ueberhitzung oder für den Gaszustand folgt hieraus:

$$J = J_0 + c_v T,$$

dieselbe Gleichung, welche sich früher für die Gaswärme oder den »Wärmeinhalt« eines Gases herausstellte (Bd. I S. 126).

Formt man auf gleichem Wege die vorhin für die Gesammtwärme λ aufgestellte Gl. (63) um, so ergiebt sich für Wasserdampf:

$$\lambda = J_0 + c_p\left(T - \frac{C}{B}p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right), \qquad (63^c)$$

und diese Gleichung unterscheidet sich von der von Regnault gegebenen dadurch, dass sie für den gesättigten und überhitzten Wasserdampf gleichzeitig gilt, während Regnault's empirische Formel nur für trocken gesättigten Dampf gültig ist.

Liegt überhitzter Dampf vom Drucke p und der Temperatur T vor und ist T' die Temperatur des trocken gesättigten Dampfes von gleichem Drucke, so ist die Gesammtwärme λ' des letzteren

$$\lambda' = J_0 + c_p\left(T' - \frac{C}{B}p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}\right):$$

Subtrahirt man diese Gleichung von Gl. (63^c), so ergiebt sich:

$$\lambda = \lambda' + c_p(T - T'),$$

oder, wenn Regnault's Formel benutzt und die Temperatur nach Celsius gemessen wird:

$$\lambda = (606{,}5 + 0{,}305\, t') + c_p(t - t'), \qquad (63^d)$$

eine Gleichung, die schon längst und vielfach zur Berechnung der Gesammtwärme des überhitzten Dampfes für die Ueberhitzung $(t - t')$ benutzt worden ist.

§ 31. Gesättigte und überhitzte Dämpfe von Ammoniak.

In neuerer Zeit haben die Ammoniakdämpfe neben den Wasserdämpfen eine sehr hervorragende Bedeutung in der Maschinentechnik gewonnen und zwar wegen ihrer Verwendung zur Kälte- und Eiserzeugung mittelst Maschinen, sowohl mittelst der Carré-schen Absorptions-, wie auch der Linde'schen Compressionsmaschine.

Für den Sättigungszustand dieser Dämpfe hat nun Regnault ebenfalls die Beziehung zwischen Druck und Temperatur experimentell festgestellt und durch empirische Formeln zum Ausdruck gebracht, wie das bereits oben auf S. 14 und 17 hervorgehoben worden ist, sodass sich für gesättigten Ammoniakdampf zu den in Tabelle 9 des Anhanges angenommenen Temperaturen die Werthe von p, sowie die von

$$\frac{dp}{p\,dt} \quad \text{und} \quad \frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}$$

berechnen liessen.

Leider fehlt es aber vollständig an Beobachtungen über die Flüssigkeitswärme q und die latente Wärme r, und nicht einmal der Ausdehnungscoefficient der überhitzten Dämpfe des Ammoniaks ist bekannt, obgleich Regnault für eine grosse Reihe von Dämpfen und Gasen diesen Coefficienten ermittelt hat.

Das Studium und die Berechnung der vorhin genannten Maschinen machen aber eine Lösung der Frage dringend nothwendig. Man kann in der Maschinentheorie, die, wenn sie den praktischen Ausführungen nicht vorzueilen vermag, mit diesen doch mindestens gleichen Schritt halten soll, nicht zuwarten und muss daher, so lange experimentelle physikalische Untersuchungen nicht vorliegen, zu Hypothesen und zur Aufstellung von Näherungsausdrücken schreiten, von denen dann nur zu verlangen ist, dass sie wenigstens alle bereits bekannten Thatsachen wiedergeben.

Dass die Ammoniakdämpfe ebenso wenig, wie alle anderen bereits untersuchten Dämpfe im Sättigungszustande der Zustandsgleichung der Gase unterworfen sein werden, ist von vornherein

anzunehmen und daher wird zuerst zu untersuchen sein, ob eine der oben vorgeführten Zustandsgleichungen mit Einschluss eines entsprechenden Correctionsgliedes den genannten Anforderungen entspricht.

Es hat nun zuerst Ledoux*) behufs näherer Prüfung des Verhaltens der überhitzten Ammoniakdämpfe die Annahme gemacht, dass dieselben in gleicher Art, wie ich es für die Wasserdämpfe als zulässig gezeigt hatte, innerhalb beschränkter Grenzen der Zustandsgleichung

$$pv = BT - Cp^n \tag{64}$$

unterworfen seien und hat an der Hand des vorhandenen Versuchsmateriales die Constanten B, C und n dieser Formel bestimmt.

Im Folgenden soll von der gleichen Hypothese ausgegangen und unter Benutzung der oben vorgeführten allgemeinen Untersuchungen in ähnlicher Art, wie es von Ledoux geschehen ist, aber in einer den Versuchen von Regnault schärfer entsprechenden Weise die Untersuchung durchgeführt werden. Die aus den folgenden Rechnungen hervorgegangenen Werthe der Tabelle 9 weichen im Ganzen wenig von denen ab, auf welche Ledoux geführt wurde.

Für atmosphärischen Druck, der mit p_0 bezeichnet werden mag ($p_0 = 10\,333$ kg), und bei der Temperatur von 0° C. wird das specifische Gewicht der Ammoniakdämpfe zu $\gamma_0 = 0{,}7655$ kg**) angegeben; der reciproke Werth ergiebt daher das specifische Volumen für den angenommenen Druck und die vorausgesetzte Temperatur:

$$v_0 = 1{,}3063\,,$$

woraus dann folgt:

$$p_0 v_0 = 13\,498\,.$$

Was den Ausdehnungscoefficienten α_p für Volumenänderung unter atmosphärischem Druck betrifft, so liegt hierüber leider keinerlei Beobachtung vor. Ledoux setzt unter Berücksichtigung der Versuchsergebnisse bei anderen Dampfarten $\alpha_p = 0{,}00390$ und

*) Ledoux, »Théorie des machines à froid«. Paris, Dunod. 1878. Extrait des Annales des Mines, livraison de juillet-août 1878.

**) v. Fehling, Neues Handwörterbuch der Chemie. 1871. Bd I. S. 384.

dieser Werth mag auch dem Folgenden zu Grunde gelegt werden. Es folgt dann der reciproke Werth, für atmosphärischen Druck, $a_p = 256{,}41$ und dann aus Gl. (30) S. 223 für $t = 0$

$$p_0 v_0 = B a_p ,$$

woraus sich unter Benutzung der angegebenen Werthe findet:

$$B = 52{,}462 ,$$

Nun wird nach Gl. (28) S. 223 die Grösse $R = Cp^n$ des Zusatzgliedes in vorstehender Zustandsgleichung für die angenommenen Werthe von Druck und Temperatur einen Werth annehmen, der mit R_0 bezeichnet werden mag:

$$R_0 = B(a - a_p) = 873 .$$

Weiterhin ist das relative Gewicht des flüssigen Ammoniaks, auf Wasser bezogen, 0,6234 (Jolly); es bestimmt sich demnach das specifische Volumen σ des flüssigen Ammoniaks, eine Grösse, welche innerhalb der Grenzen, für die überhaupt die folgenden Rechnungsresultate Verwendung finden werden, als eine constante Grösse angesehen werden soll:

$$\sigma = 0{,}0016 .$$

Fernerhin hat Regnault für Ammoniakdämpfe die specifische Wärme bei constantem Druck zu

$$c_p = 0{,}50836$$

angegeben und diese Grösse soll gleichfalls innerhalb der in der Technik auftretenden Temperaturgrenzen als constant angenommen werden.

Es ergiebt sich dann nach den Gl. (44) und (45) S. 233

$$m = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = \frac{AB}{c_p} = 0{,}2442 ,$$

und hieraus

$$\varkappa = 1{,}323 .$$

Endlich liegt noch eine Versuchsreihe von Regnault über Compression von Ammoniakdämpfen vor*), nach welcher sich das Zusatzglied R der Zustandsgleichung für verschiedene Werthe des Druckes p und für die Temperatur $t = 8{,}1^\circ$ berechnen lässt.

*) Regnault, Relation etc. t. II. p. 252.

Regnault hat Ammoniakgas bei constanter Temperatur $t = 8{,}1°$ C. comprimirt, und zwar vom Drucke 668,93 bis 1435,33 mm Quecksilber, hierbei für eine Reihe von Zwischenwerthen des Druckes das Volumen V nach einer beliebigen Maasseinheit beobachtet und dann die Producte pV berechnet. Er findet so für den ersteren der beiden vorstehend angegebenen Drucke $pV = 56\,325$ und für den letzteren $pV = 55\,243$, also das Product mit dem Drucke abnehmend, woraus eben zu schliessen ist, dass das Ammoniakgas nicht dem Mariotte-Gay-Lussac-schen Gesetze folgt.

Aus der von Regnault gegebenen Zahlenreihe bestimmt sich für den atmosphärischen Druck $p_0 = 760$ mm durch Interpolation $p_0 V = 56198$. Aus Gl. (30) S. 223 folgt aber für $t = 8{,}1°$, wenn man die für a_p und B gefundenen Werthe, sowie $p_0 = 10\,333$ substituirt,

$$p_0 v = 13\,924 \;.$$

Dividirt man mit diesem Werthe in den vorhergehenden, so erhält man das Gewicht G des Ammoniakdampfes, welches den von Regnault angegebenen Relativwerthen pV entspricht:

$$G = \frac{V}{v} = 4{,}0360 \;.$$

Dividirt man mit G in alle von Regnault gegebenen Werthe von pV, so folgt pv für jede einzelne Pressung und dann nach Gl. (64) der numerische Werth des Correctionsgliedes R

$$R = BT - \frac{pV}{G} = 14\,798 - 0{,}24777\,pV \;.$$

Die folgende Zusammenstellung enthält in der ersten und zweiten Columne einen Auszug aus Regnault's Versuchsreihe, die dritte Columne giebt pv und die vierte Columne den zugehörigen Werth von R.

Nr. des Versuchs	p Millimeter Quecksilber	pV	Berechnet: pv (für $t = 8.1°$)	Berechnet: $R = F(p)$
1	668.93	56 325	13 956	842
2	703.53	56 282	13 945	853
3	882.98	56 022	13 880	918
4	1092.53	55 715	13 804	994
5	1435.33	55 243	13 687	1111

Aus dieser Tabelle ersieht man nun, wie die Function R mit dem Drucke p sich ändert, und die weitere Prüfung zeigt, dass man in der That, wie es von Ledoux geschehen ist, mit befriedigender Uebereinstimmung die Function durch die Form

$$R = Cp^n$$

auch für überhitzte Ammoniakdämpfe ersetzen und für dieselben die Zustandsgleichung

$$pv = BT - Cp^n$$

anwenden kann.

Ist p als specifischer Druck gegeben, in Kilogrammen auf ein Quadratmeter, so erhält man hinreichende Uebereinstimmung, wenn man setzt

$B = 52{,}642$ wie oben, sowie $C = 29{,}783$ und $n = 0{,}3655$;

oder wenn der Druck in Atmosphären gegeben ist (1 Atmosphäre = 10 333 kg)

$$B = 0{,}0050945\,, \quad C = 0{,}084516 \quad \text{und} \quad n = 0{,}3655\,.$$

Da die Constante m oben zu $0{,}2442$ und als zugehöriger Werth $\varkappa = 1{,}323$ gefunden wurde, so erkennt man, dass die Ammoniakdämpfe insofern von den überhitzten Wasserdämpfen abweichen, als bei letzteren die einfache Beziehung $m = n$ gültig war, durch welche dann die Wärmegleichungen nach den auf S. 245 gegebenen Entwickelungen auch in einfachere Formen übergingen.

Gesättigte Ammoniakdämpfe. Mit Rücksicht auf die Beziehung $u = v - \sigma$ folgt für die äussere latente Wärme Apu, d. h. für die Wärmemenge, welche bei der Bildung der Ammoniakdämpfe unter constantem Druck in Arbeit verwandelt wird, aus vorstehender Zustandsgleichung

$$Apu = ABT - ACp^n - Ap\sigma\,.$$

Nach dieser Formel berechnen sich, wenn man für die im Folgenden angenommenen Temperaturen die in Tab. 9 des Anhanges angegebenen Werthe des Druckes benutzt, die Grössen Apu in folgender Zusammenstellung:

$t =$	-30°	-15°	0°	$+15^\circ$	$+30^\circ$
$Apu =$	27,955;	29,154;	30,248;	31,236;	32,118.

Hiermit berechnet sich dann auch für dieselben Temperaturwerthe die latente Wärme r unter Benutzung der entsprechenden Werthe der Columne 5 der Tab. 9 des Anhanges, wie folgt:

$$t = -30^\circ \quad -15^\circ \quad 0^\circ \quad +15^\circ \quad +30^\circ$$
$$r = 329{,}913; \quad 323{,}681; \quad 314{,}865; \quad 303{,}933; \quad 291{,}331\,.$$

Für die angenommenen Temperaturen würden sich dann auch nach der Formel $\varrho = r - Apu$ die Werthe der inneren latenten Wärme ϱ berechnen.

Die hier angegebenen Rechnungsresultate werden nun in vollständig befriedigender Weise durch folgende empirische Formeln wiedergegeben.

Für gesättigte Ammoniakdämpfe ist die äussere latente Wärme zu setzen:

$$Apu = 30{,}248 + 0{,}06938\,t - 0{,}000235\,t^2\,. \tag{64}$$

Die innere latente Wärme berechnet sich durch:

$$\varrho = 284{,}617 - 0{,}71241\,t - 0{,}004479\,t^2\,, \tag{65}$$

und die latente Wärme oder Verdampfungswärme:

$$r = 314{,}865 - 0{,}64303\,t - 0{,}004714\,t^2\,. \tag{66}$$

Die specifische Wärme des flüssigen Ammoniaks bestimmt sich nun weiterhin nach Gl. (34) S. 224, wenn man das specifische Volumen σ des flüssigen Ammoniaks innerhalb der hier angenommenen Temperaturgrenzen constant, also in der angezogenen Formel $\sigma = \sigma_0$ setzt, nach der Gleichung:

$$c = c_p + \frac{r}{T} - \frac{dr}{dt} - ABT\frac{dp}{p\,dt}\,.$$

Bestimmt man nach dieser Formel die specifische Wärme c für einige Temperaturen, so zeigt sich hinreichende Uebereinstimmung mit der empirischen Formel:

$$c = 1{,}01235 + 0{,}008378\,t\,. \tag{67}$$

Bemerkenswerth ist, was auch schon Ledoux gefunden hat, dass die specifische Wärme des flüssigen Ammoniaks nahezu mit der des Wassers übereinstimmt, sich aber rascher mit der Temperatur ändert.

Nun bestimmen sich auch durch die Beziehungen

$$q = \int_0^t c\,dt \quad \text{und} \quad \lambda = q + r$$

die **Flüssigkeitswärme** des Ammoniaks

$$q = 1{,}01235\, t + 0{,}004189\, t^2 \tag{68}$$

und die **Gesammtwärme**

$$\lambda = 314{,}865 + 0{,}36932\, t - 0{,}000525\, t^2\,. \tag{69}$$

Endlich ermittelt sich die Function τ, die nach den obigen Darlegungen bei gesättigten Dämpfen eine hervorragende Rolle spielt, durch die empirische Formel:

$$\tau = \int_0^t \frac{c\,dt}{T} = 7{,}15118 + 0{,}008378\, t - 2{,}93543 \log_{10} T\,. \tag{70}$$

Nach den hier gegebenen Formeln sind nun die weiteren Columnen der Tab. 9 des Anhanges berechnet worden; es braucht aber wohl kaum besonders betont zu werden, dass alle im Vorstehenden angegebenen Constanten und empirischen Formeln nur so lange in Anwendung kommen sollen, bis durch genauere experimentelle Untersuchungen schärfere Grundlagen für das Verhalten der Ammoniakdämpfe bekannt werden. Es kann nicht nur gegen die fast willkürliche Annahme der Grösse des Ausdehnungscoefficienten des Ammoniakgases bei atmosphärischem Drucke, sondern auch wohl dagegen ein Einwurf erhoben werden, dass der einzigen Versuchsreihe **Regnault's** über die Compression des Ammoniakgases ein allzu grosses Gewicht beigelegt worden ist.

Für die verhältnissmässig nahe bei einander liegenden Temperaturgrenzen der Tab. 9 und in Anbetracht des Umstandes, dass die hier niedergelegten Untersuchungen ausdrücklich nur als Unterlagen für technische Zwecke, insbesondere für den Fall der Verwerthung der Ammoniakdämpfe bei den Kälteerzeugungsmaschinen, Verwendung finden sollen, dürften wohl die angegebenen Resultate bis auf Weiteres als annehmbar erachtet werden.

Mit Hülfe der gefundenen Formeln lassen sich nun für gesättigte Ammoniakdämpfe die gleichen Specialprobleme lösen, welche oben für gesättigte Wasserdämpfe sehr ausführlich behandelt

worden sind; es möge hier nur auf eine der bezüglichen Fragen hingewiesen werden.

Die in Gl. (56) S. 53 aufgeführte Clausius'sche Temperaturfunction h berechnet sich nach den Gln. (43) und (48) S. 233 und 235 durch die Formel:

$$h = c_p - AB\frac{Tdp}{pdt},$$

wonach sich für gesättigte Ammoniakdämpfe unter Benutzung der in Col. 4 der Tabelle 9 des Anhanges aufgeführten Rechnungsresultate die Werthe in der ersten Zeile der folgenden Uebersicht ergeben:

$t =$	-30°	-15°	0°	$+15^\circ$	$+30^\circ$
$h =$	$-0{,}9568$;	$-0{,}8700$;	$-0{,}7840$;	$-0{,}6996$;	$-0{,}6178$
$\frac{c}{c-h} =$	$0{,}443$;	$0{,}505$;	$0{,}563$;	$0{,}619$;	$0{,}672$.

Der Umstand, dass die Temperatur h negativ erscheint, deutet darauf hin, dass trocknem gesättigten Ammoniakdampf Wärme zugeführt werden muss, wenn derselbe nach der Grenzcurve expandirt und dass also bei adiabatischer Expansion desselben ein Niederschlagen stattfindet; in dieser Beziehung stellen sich demnach die Ammoniakdämpfe auf die Seite der Wasserdämpfe. (Vergl. S. 58.)

Mit Hülfe der vorstehenden Formel für h und der Gl. (68) sind im Vorstehenden auch noch die Werthe von $\frac{c}{c-h}$ für verschiedene Temperaturen berechnet worden, die sich mit hinreichender Genauigkeit auch durch die empirische Formel

$$\frac{c}{c-h} = 0{,}5635 + 0{,}0038\,t$$

bestimmen lassen und die bei der Untersuchung der Nullcurve (vergl. S. 90) eine Rolle spielen. Nach dieser Gleichung fände sich, wenn man es überhaupt als statthaft bezeichnen wollte, sie für weit abliegende Temperaturen noch zu benutzen, die Temperatur $t = 114^\circ$ für den Schnittpunkt der Nullcurve mit der Grenzcurve, d. h. für $h = 0$. (Vergl. S. 91.)*)

*) Nach Chappuis und Vincent soll für Ammoniak die kritische Temperatur $t_k = 131^\circ$ und der zugehörige Druck 133 Atmosphären betragen.

Was nun das Verhalten der Ammoniakdämpfe im überhitzten Zustande betrifft, so geben die oben entwickelten Formeln die Grundlagen zur Lösung aller Fragen, die technisch von Bedeutung sind. Die in § 30 vorgeführten auf überhitzte Wasserdämpfe bezüglichen Untersuchungen können sogleich auf Ammoniakdämpfe übertragen werden, nur die Wärmegleichungen geben Anlass zu einer weiteren Bemerkung, da von den unter (I^a) auf S. 245 gegebenen Hauptgleichungen nur die letzte, nämlich:

$$dQ = c_p\left[dT - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} T \frac{dp}{p}\right], \tag{71}$$

worin m durch $\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$ ersetzt ist, hier gültig bleibt. (Vergl. Gl. (37) S. 225.)

Mit Hülfe der Zustandsgleichung $pv = BT - Cp^n$ liessen sich dann durch Elimination von T oder v die anderen Formen der Gleichung für dQ ableiten. Im Allgemeinen greift man aber am besten zu der allgemeinen Gleichung

$$dQ = A(dU + pdv)$$

zurück und ersetzt hier die Zunahme dU der innern Arbeit durch die Formel, welche aus Gl. (60^c) S. 249 sich ergiebt, wenn man dort zum Differential übergeht:

$$dU = \frac{1 - m}{m} d(pv) + \frac{n - m}{mn} d(Cp^n). \tag{72}$$

Ersetzt man hier die beiden Constanten m und n durch die Constanten $\varkappa$ und $\varkappa'$, die zu den ersteren in der Beziehung

$$m = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \quad \text{und} \quad n = \frac{\varkappa' - 1}{\varkappa'}$$

stehen, so ergiebt sich auch

$$dU = \frac{1}{\varkappa - 1}\left[d(pv) + \frac{\varkappa' - \varkappa}{\varkappa' - 1} d(Cp^n)\right] \tag{72a}$$

und dann

$$dQ = \frac{A}{\varkappa - 1}\left[v\,dp + \varkappa p\,dv + \frac{\varkappa' - \varkappa}{\varkappa' - 1} d(Cp^n)\right]. \tag{71a}$$

Für Ammoniakdämpfe war nach Obigem zu setzen $m = 0{,}2442$ und $n = 0{,}3655$, wonach sich bestimmt: $\varkappa = 1{,}323$ und $\varkappa' = 1{,}576$.

Bei Wasserdämpfen war $m = n = \frac{1}{4}$ und $\varkappa = \varkappa' = \frac{4}{3}$ zu setzen, wodurch die Wärmegleichungen eben in die einfache Form (S. 245 Gl. I^a) übergingen, in der sie sie für Gase vorliegen.

§ 32. Gesättigte und überhitzte Dämpfe von schwefliger Säure.

Für schweflige Säure hat Ledoux (vergl. Anmerkung S. 251) auf ähnlichem Wege, wie das oben für Ammoniak geschehen ist, unter Zugrundelegung der Compressionsversuche von Regnault und der wenigen übrigen bekannten Daten den Versuch gemacht, die Zustandsgleichung, sowie die Gleichungen für die Flüssigkeitswärme, innere und äussere latente Wärme abzuleiten und eine Tabelle in der Form aufzustellen, wie sie vorhin bei der Betrachtung der Ammoniakdämpfe besprochen worden ist.

Inzwischen sind aber die Versuchsresultate von Cailletet und Mathias*) über das specifische Gewicht der flüssigen und dampfförmigen, im Zustande der Sättigung befindlichen schwefligen Säure bekannt geworden, die denn auch im Folgenden als Ausgangspunkt der Untersuchungen dienen sollen; allerdings sind diese Versuchsergebnisse nicht erschöpfend, sodass doch nach gewissen Richtungen hin auch bei dieser Dampfart auf die oben besprochenen Hypothesen zurückgegriffen werden muss.

Die folgende Zusammenstellung umfasst die genannten Versuchsresultate und zwar giebt sie das specifische Gewicht γ (Gewicht von einem Cubikmeter in Kilogrammen) bei verschiedenen Temperaturen.

Gesättigter Dampf der schwefligen Säure.

$t = +$ 7°,3	$\gamma =$ 6,24	$t = +$ 100°,6	$\gamma =$ 78,6
16,5	8,58	123,0	134,0
24,7	11,2	130,0	160,7
37,5	16,9	135,0	188,8
45,4	21,8	144,0	249,5
58,2	31,0	152,5	342,6
78,7	46,4	154,9	401,7
91,0	62,6		

*) Cailletet et Mathias, »Recherches sur la densité de l'acide sulfureux à l'état de liquide et de vapeur saturée«. Comptes rendus 1887. t. 104. p. 1563.

Flüssige schweflige Säure unter dem der Temperatur entsprechenden Dampfdruck.

$t = +\ 0°,0$	$\gamma = 1433,8$	$t = +\ 120°,45$	$\gamma = 1016,6$
21,7	1375,7	130,30	956,0
35,2	1337,4	140,8	869,0
52,0	1287,2	146,6	806,5
62,0	1252,3	151,75	731,7
82,4	1184,5	154,3	670,6
102,4	1104,1	155,05	637,0

Die kritische Temperatur fand sich $t_k = 156°$; bei dieser ist das specifische Gewicht von Dampf und Flüssigkeit gleich gross und zwar 520 kg pro cbm.

Die in vorstehender Zusammenstellung angegebenen Grössen von γ führen durch Bestimmung ihrer reciproken Werthe auf das specifische Volumen v des gesättigten Dampfes und σ der Flüssigkeit. Kennt man dann noch den der Temperatur t entsprechenden Dampfdruck p, so würde sich für schweflige Säure die Grenzcurve zeichnen lassen, wie sie oben auf S. 188 bei Betrachtung der Kohlensäure besprochen worden ist. Cailletet und Mathias geben (a. a. O.) ein Bild der Grenzcurve, indem sie die Temperatur t als Abscisse und das specifische Gewicht γ als Ordinate auftragen.

Zur Berechnung des Sättigungsdruckes p der schwefligen Säure ist bei Aufstellung der Tabelle 10 des Anhanges die auf S. 14 gegebene empirische Formel Regnault's benutzt worden; bis zur Temperatur von $+\ 50°$ soll nach Sajotschewsky*) diese Formel vollständig zuverlässige Werthe ergeben, bei höheren Temperaturen sollen aber Abweichungen nach den neuen Beobachtungen hervortreten; eine Aufführung der diesbezüglichen Angaben von Sajotschewsky mag hier unterbleiben und nur bemerkt werden, dass derselbe die kritische Temperatur der schwefligen Säure zu $t_k = 155°,4$ und den zugehörigen Druck zu $p_k = 78,9$ Atmosphären angiebt; der erstere Werth steht in naher Uebereinstimmung mit der Angabe von Cailletet und Mathias.

Da die schweflige Säure technisch nur von Wichtigkeit ist

*) Sajotschewsky, »Dampfspannungen gesättigter Dämpfe«. Beiblätter zu Wiedemann's Annalen. 1879. Bd. III. S. 741.

wegen der Anwendung, welche sie bei Kälteerzeugungsmaschinen gefunden hat, so ist die Tabelle 10 des Anhangs nur für Temperaturen von — 40° bis + 40° berechnet worden, und die folgenden Angaben und Formeln sollen auch nur innerhalb dieser Temperaturgrenzen als gültig angesehen werden.

a. Gesättigte Dämpfe der schwefligen Säure.

Cailletet und Mathias leiten mit Hülfe der Clapeyron-schen Gleichung (S. 29)

$$\frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}$$

für die latente Wärme r der schwefligen Säure folgende Werthe ab:

$$\begin{array}{llllll} t = & 0 & +10 & +20 & +30 & +40^\circ \\ r = & 91{,}2 & 88{,}7 & 84{,}7 & 80{,}5 & 75{,}5\,, \end{array}$$

und diese Werthe lassen sich durch die empirische Formel:

$$r = 91{,}2 - 0{,}2575\, t - 0{,}003375\, t^2 \qquad (73)$$

mit hinreichender Genauigkeit wiedergeben; man erhält mittelst derselben für

$$\begin{array}{llllll} t = & 0 & +10 & +20 & +30 & +40^\circ \\ r = & 91{,}2 & 88{,}3 & 84{,}7 & 80{,}4 & 75{,}5\,. \end{array}$$

Die vorstehende empirische Formel ist allerdings aus Versuchen abgeleitet, bei denen die Temperaturen oberhalb des Gefrierpunktes des Wassers lagen, es wird aber gestattet sein, sie auch für Temperaturen unter 0° in Anwendung zu bringen; bei den Kaltdampfmaschinen liegt die untere Temperaturgrenze selten unter —15° C.

Mit Hülfe der vorhin benutzten Clapeyron'schen Gleichung lässt sich nun auch für die angenommenen Temperaturen die äussere latente Wärme Apu berechnen.

Man erhält aus der Gleichung

$$\frac{r}{Apu} = T\frac{dp}{p\,dt}$$

unter Zugrundelegung von Gl. (73) und der entsprechenden Columne der Tabelle 10 des Anhanges für

$$t = -30 \quad -20 \quad 0 \quad +20 \quad +30^\circ$$
$$Apu = \quad 7{,}355 \quad 7{,}716 \quad 8{,}230 \quad 8{,}376 \quad 8{,}308\,.$$

Es ergiebt sich gute Uebereinstimmung durch die empirische Formel:

$$Apu = 8{,}230 + 0{,}0165\, t - 0{,}000460\, t^2\,, \tag{74}$$

denn dieselbe giebt für:

$$t = -30 \quad -20 \quad 0 \quad +20 \quad +30^\circ$$
$$Apu = \quad 7{,}311 \quad 7{,}716 \quad 8{,}230 \quad 8{,}376 \quad 8{,}311\,.$$

Aus der Verbindung der beiden Gln. (73) und (74) geht dann nach der Beziehung $r = \varrho + Apu$ für die innere latente Wärme ϱ die folgende Formel hervor:

$$\varrho = 82{,}970 - 0{,}2740\, t - 0{,}002915\, t^2\,. \tag{75}$$

Nach Gl. (74) lässt sich nun für verschiedene Werthe des Sättigungsdruckes p und der zugehörigen Temperatur t der Werth u berechnen; für die nahe an einander liegenden Temperaturgrenzen, welche hier in Frage kommen (-40° bis $+40^\circ$) lässt sich das specifische Volumen σ der schwefligen Säure constant und zwar zu $\sigma = 0{,}0007$ annehmen, man erhält dann das specifische Volumen v, beziehentlich das specifische Gewicht der gesättigten Dämpfe zu

$$v = u + \sigma \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{u + \sigma}\,.$$

Nach den vorstehenden Formeln sind die entsprechenden Werthe der Tabelle 10 des Anhanges berechnet worden.

Für die technisch-theoretischen Studien bei der Untersuchung der Kälteerzeugungsmaschinen ist aber die Kenntniss der Flüssigkeitswärme q der schwefligen Säure unerlässlich; da jedoch keinerlei Beobachtung über die specifische Wärme der flüssigen schwefligen Säure vorliegt und über das Gesetz, nach welchem sich dieselbe mit der Temperatur ändert, so bleibt vorläufig nichts übrig, als zu den oben behandelten Hypothesen zurückzugreifen. Es soll daher von der Annahme ausgegangen werden, dass wenigstens für die hier vorausgesetzten Temperaturgrenzen die Zustandsgleichung der überhitzten Dämpfe der schwefligen Säure in der bei Wasser- und Ammoniakdämpfen benutzten Form

$$pv = BT - Cp^n$$

Verwendung finden dürfe; die Zulässigkeit dieser Annahme wird im Folgenden noch dadurch erwiesen werden, dass bei richtiger Wahl der Constanten B, C und n sich für den Sättigungszustand hinreichende Uebereinstimmung mit den aus Gl. (74) hervorgehenden Zahlen ergiebt.

Für die hier zunächst vorliegende Frage ist die Kenntniss der Constanten B erforderlich; da aber nach der vorausgesetzten Form der Zustandsgleichung das Zusatzglied nur als eine Function von p vorausgesetzt wird, so lässt sich diese Constante aus der Gl. (30) S. 223, nämlich

$$pv = B(a_p + t),$$

berechnen. Nach Regnault ist der Ausdehnungscoefficient der Dämpfe der schwefligen Säure bei constantem atmosphärischem Druck zu $\alpha_p = 0{,}0039028$ anzunehmen, es ist daher der reciproke Werth $a_p = 256{,}226$.

Setzt man fernerhin nach Buff das relative Gewicht ε des Gases der schwefligen Säure in Bezug auf atmosphärische Luft bei 0° und atmosphärischer Pressung ($p_0 = 10333$ kg) $\varepsilon = 2{,}2277$, so berechnet sich das specifische Volumen $v_0 = 0{,}3471$, daher $p_0 v_0 = 3586{,}58$ und dann nach vorstehender Formel (wegen $t = 0$)

$$B = \frac{p_0 v_0}{a_p} = 13{,}998 .$$

Nun ist weiterhin nach Regnault die specifische Wärme der Dämpfe der schwefligen Säure bei constantem Druck zu $c_p = 0{,}1544$ anzunehmen und wohl die Annahme gestattet, dass diese Grösse innerhalb der hier eingehaltenen Temperaturgrenzen als unveränderlich angenommen werden dürfe.

Mit Rücksicht auf die weitere bereits hervorgehobene Annahme, dass das specifische Volumen der flüssigen schwefligen Säure als constant, also $\sigma = \sigma_0$ angenommen werden dürfe, ergiebt nun die Gl. (34) S. 224 für flüssige schweflige Säure die specifische Wärme

$$c = c_p + \frac{r}{T} - \frac{dr}{dt} - ABT\frac{dp}{pdt}, \tag{76^a}$$

und nach dieser Formel berechnet sich unter Benutzung der in Col. 4 der Tabelle 10 des Anhangs angegebenen Werthe, da auch r nach Gl. (73) als Function von t bekannt ist, der Werth c.

So ergiebt sich für:

$t =$	-30	-20	0	$+20$	$+30°$
$c =$	$0{,}1738$	$0{,}2467$	$0{,}3804$	$0{,}5025$	$0{,}5603$,

und diese Werthe werden durch die empirische Formel:

$$c = 0{,}3804 + 0{,}0064\, t - 0{,}000014\, t^2 \qquad (76^b)$$

wiedergegeben; auch ausserhalb der hier angenommenen Grenzen geben die beiden hier für c hingestellten Formeln noch recht befriedigende Uebereinstimmung.

Zur Vereinfachung und mit Rücksicht auf die hypothetische Natur der ganzen Berechnung soll aber im Weiteren die Formel:

$$c = 0{,}3746 + 0{,}006395\, t \qquad (76)$$

in Anwendung kommen, die für $-20°$ und $+20°$ die Werthe von c genau wiedergiebt, für $0°$, sowie für die Grenztemperaturen $-40°$ und $+40°$ aber Werthe ergiebt, die noch als hinreichend genau angesehen werden dürfen*).

Es folgt nun die Flüssigkeitswärme

$$q = \int_0^t c\,dt = 0{,}3746\, t + 0{,}003197\, t^2\,, \qquad (77)$$

und dann die Temperaturfunction τ aus der Beziehung

$$\tau = \int_0^t \frac{dq}{T}\,,$$

$$\tau = 7{,}69171 + 0{,}006397\, t - 3{,}1573 \log_{10} T\,. \qquad (78)$$

Nach den vorstehenden Formeln (77) und (78) sind die entsprechenden Werthe der Tabelle 10 des Anhanges berechnet.

*) Auffällig ist die nach Gl. (76) hervortretende starke Veränderung der specifischen Wärme c der flüssigen schwefligen Säure mit der Temperatur. Ledoux findet (a. a. O.) eine wesentlich geringere Veränderlichkeit, denn dessen Formel ist $c = 0{,}3633 + 0{,}00008\, t$. Die Abweichung hat nicht in dem verschiedenen Rechnungsgange ihren Grund, sondern einzig darin, dass oben im Texte zur Bestimmung der latenten Wärme r die auf Versuchen ruhenden Angaben von Cailletet und Mathias benutzt wurden, während Ledoux diese Grösse aus den Compressionsversuchen Regnault's berechnete.

Was endlich die Clausius'sche Temperaturfunction h betrifft, so berechnet sich dieselbe aus der Formel

$$h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T} = c_p - ABT\frac{dp}{p\,dt}\,.$$

Man erhält für

$$t = -20 \qquad 0 \qquad +20^{\circ}$$
$$h = -\ 0{,}2513 \quad -0{,}2112 \quad -\ 0{,}1791\,.$$

Der Umstand, dass dieselbe negativ erscheint, zeigt, dass sich die gesättigten trocknen Dämpfe der schwefligen Säure in ihrem Verhalten bei der adiabatischen Expansion und Compression auf die Seite der Wasserdämpfe stellen, wie alle übrigen bis jetzt untersuchten Dämpfe, mit Ausnahme der Aetherdämpfe; d. h. es findet bei adiabatischer Compression eine theilweise Condensation statt.

Dass in den Angaben der empirischen Formeln für q und r eine gewisse Unsicherheit liegt, braucht wohl kaum noch besonders betont zu werden, volle Aufklärung werden hierüber erst künftige Versuche geben; die oben für r, ϱ und Apu gegebenen Formeln machen denselben Anspruch auf Richtigkeit, wie die Angaben von Cailletet und Mathias über die Veränderlichkeit der latenten Wärme r.

b. Ueberhitzte Dämpfe der schwefligen Säure.

Es wurde schon oben als erste Näherungsform für die Zustandsgleichung der Dämpfe der schwefligen Säure dieselbe Gleichung, wie bei Wasser- und Ammoniakdämpfen, nämlich

$$pv = BT - Cp^n$$

angenommen und die Constante B bereits angegeben. Die weitere bei Ammoniakdämpfen eingeführte Constante m bestimmt sich durch die Gleichung

$$m = \frac{AB}{c_p}\,.$$

Nun giebt Regnault für die specifische Wärme c_p der Dämpfe der schwefligen Säure den Werth $c_p = 0{,}15438$ und daher bestimmt sich mit $B = 13{,}998$

$$m = 0{,}2138\,.$$

Die beiden Ausdehnungscoefficienten α_p und α_v giebt Regnault bez. zu 0,0039028 und 0,003853; die reciproken Werthe sind daher:

$$a_p = 256{,}226 \quad \text{und} \quad a_v = 260{,}058 \,.$$

Verbindet man nun die beiden Gln. (58[a]) und (59[a]) S. 247, so bestimmt sich die Constante n vorstehender Zustandsgleichung durch die Formel

$$n = \frac{a_v - a_p}{a - a_p} = 0{,}2284 \,,$$

und dieser Werth ist von dem Werthe m so wenig verschieden, dass man unbedenklich $m = n$ annehmen kann.

Man erhält leidliche Uebereinstimmung der Werthe des specifischen Volumens v nach vorstehender Zustandsgleichung mit den entsprechenden Werthen, welche Tabelle 10 des Anhanges aufführt, wenn man wählt

$$B = 13{,}998 \,; \quad C = 47{,}297 \,; \quad n = 0{,}2138 \,,$$

vorausgesetzt, dass der Druck p in Kilogrammen auf 1 Quadratmeter eingesetzt wird.

Der Umstand, dass man $m = n$ und damit

$$\varkappa = \varkappa' = 1{,}272$$

(vergl. S. 261) setzen kann, zeigt, dass man für die überhitzten Dämpfe der schwefligen Säure die einfacheren Formeln benutzen darf, die sich für überhitzte Wasserdämpfe herausstellten und dass man insbesondere die auf S. 245 aufgeführten Wärmegleichungen, wie sie auch für Gase vorlagen, hier verwenden kann, während bei Ammoniakdämpfen etwas verwickeltere Formeln hervortraten, weil m und n, sowie $\varkappa$ und $\varkappa'$ von verschiedener Grösse anzunehmen waren.

Die Dampfwärme J der schwefligen Säure bestimmt sich endlich nach der Formel

$$J = J_0 + \frac{Apv}{\varkappa - 1} \,,$$

wobei die Constante J_0 bis auf Weiteres zu $J_0 = 53{,}14$ anzunehmen wäre.

Die oben erwähnten Unsicherheiten bezüglich der auf das Verhalten der Dämpfe der schwefligen Säure angegebenen Formeln erstrecken sich natürlich auch auf die zuletzt gegebenen

Werthe, die sich auf die überhitzten Dämpfe beziehen. Bei den Kälteerzeugungsmaschinen hat man es im Allgemeinen mit nassen, also gesättigten Dämpfen zu thun, sodass hier die Angaben der Tabelle des Anhangs bis auf Weiteres als maassgebend benutzt werden können.

§ 33. Gesättigte und überhitzte Dämpfe der Kohlensäure.

Wenngleich das Verhalten der Kohlensäure schon oben ausführliche Besprechung gefunden hat, so mögen doch im Folgenden noch einige Nachträge gegeben werden, welche bis auf Weiteres als Unterlagen dienen können, wenn es sich um die Anwendung der Kohlensäure bei Kälteerzeugungsmaschinen handelt.

a) Gesättigte Dämpfe der Kohlensäure.

Benutzt man die auf S. 213 aufgeführten nach Sarrau berechneten Werthe von u für die Temperaturen — 30, — 10, + 10 und 30°, so folgen unter Benutzung der entsprechenden Werthe von Columne 3 der Tabelle 8^b und Columne 7 in Tabelle 8^a des Anhangs für Apu und r folgende Werthe:

$t =$	-30	-10	$+10$	$+30°$
$Apu =$	9,119	8,271	6,651	1,278
$r =$	69,100	62,577	47,943	8,445

Es wäre nun leicht, empirische Formeln aufzustellen, welche nicht nur die hier angeführten Werthe von Apu und r als Function der Temperatur genau wiedergeben, sondern auch für die kritische Temperatur $t = 31°$ auf $Apu = 0$ und $r = 0$ führen; die betreffenden Gleichungen fallen aber sehr verwickelt oder für den praktischen Gebrauch sehr unbequem aus*), so lange man die empirischen Formeln so zu wählen sucht, dass sie bis zur kritischen Temperatur gültig sind. Für die folgenden Untersuchungen und bei der Berechnung der Tab. 8^b des Anhanges ist daher als oberste Temperaturgrenze + 20° C. angenommen worden, weil bei den heutigen Kohlensäure-Kältemaschinen wohl

*) So giebt Mathias für Kohlensäure die Formel:

$$r^2 = 118{,}485\,(31 - t) - 0{,}4707\,(31 - t)^2$$

Comptes rendus. 1889.

selten bei der Compression der Kohlensäuredämpfe über den der Temperatur von 20° entsprechenden Sättigungsdruck von 60,797 kg auf 1 qcm hinaufgegangen werden dürfte.

Unter dieser Einschränkung findet sich mit hinreichender Genauigkeit die latente Wärme (Verdampfungswärme) nach der Formel:

$$r = 56,274 - 0,7317\, t - 0,010139\, t^2 \tag{79}$$

und die äussere latente Wärme*)

$$Apu = 7,557 - 0,0810\, t - 0,000965\, t^2, \tag{80}$$

sowie durch Subtraction die innere latente Wärme

$$\varrho = 48,717 - 0,6507\, t - 0,009174\, t^2. \tag{81}$$

Ferner bestimmt sich mit hinreichender Genauigkeit für die Temperaturgrenzen — 30° bis + 20° das specifische Volumen der flüssigen Kohlensäure unter dem der Temperatur t entsprechenden Drucke nach der empirischen Formel

$$\sigma = 0,00119 + 0,000008\, t. \tag{82}$$

Es möge nun im Weiteren für die Kohlensäuredämpfe dieselbe Zustandsgleichung zu Grunde gelegt werden, die oben für die Dämpfe von Wasser, Ammoniak und schwefliger Säure angenommen wurde. Die Verbindung der Gl. (56) S. 53, nämlich

$$h = c + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{T},$$

*) Es verdient darauf hingewiesen zu werden, dass die äussere latente Wärme Apu bei der Kohlensäure mit wachsender Temperatur abnimmt (vergl. Tab. 8b); bei der kritischen Temperatur 31° muss sie natürlich der Null gleich sein. Bei Wasserdampf (vergl. Tab. 1b) nimmt innerhalb der in der Tabelle vorliegenden Temperaturgrenzen der Werth Apu mit der Temperatur zu. Man muss daraus schliessen, dass im Allgemeinen bei jedem Dampfe ein Temperaturwerth vorliegt, bei welchem die äussere latente Wärme Apu ein Maximum ist; liegt diese Temperatur innerhalb der Grenzen, für welche die empirische Formel für Apu noch gültig ist, so lässt sich die Temperatur leicht berechnen; so erhält man aus den auf S. 31 angegebenen Formeln die folgenden (in Klammern gesetzten) Werthe:

Aether (101°,4), Aceton (108°,7), Chloroform (244°,8 ?), Chlorkohlenstoff (153°,0), Schwefelkohlenstoff (137°,5), Schweflige Säure (17°,9) (s. S. 265).

Bei Wasser, Ammoniak und Kohlensäure sind aus den angegebenen Gründen die für Apu aufgestellten Formeln zur Bestimmung der bezeichneten Temperatur nicht verwerthbar.

mit Gl. (34) S. 224 ergiebt dann für die Temperaturfunction h auch die Beziehung

$$h = c_p - ABT\frac{dp}{pdt} + A(\sigma - \sigma_0)\frac{dp}{dt}\,, \tag{83}$$

und dann folgt, wenn λ die Gesammtwärme des Dampfes (in Regnault's Sinn) bedeutet, nach Gl. (33) S. 224

$$\frac{d\lambda}{dt} = Apu\frac{dp}{pdt} - h\,. \tag{84}$$

Die specifische Wärme c_p der Kohlensäuredämpfe ändert sich ziemlich stark mit der Temperatur (vergl. Bd. I S. 138); für die hier vorausgesetzten engen Temperaturgrenzen kann man dafür einen constanten Mittelwerth und zwar den der Temperatur 0° zukommenden Werth substituiren, der nach E. Wiedemann zu $c_p = 0{,}1952$ angenommen werden mag.

Die Constante B der Zustandsgleichung ist nach den unten folgenden Untersuchungen zu $B = 19{,}281$ anzunehmen, und als Anfangszustand mag flüssige Kohlensäure von 0° und dem zugehörigen Dampfdrucke von 35,403 Atmosphären vorausgesetzt werden.

Unter Zuhülfenahme der Tab. 8[a] berechnet sich dann nach Gl. (83)

$$\begin{array}{llll} \text{für } t = & -10 & 0 & +10^\circ \\ h = & -0{,}1490 & -0{,}1419 & -0{,}1316\,. \end{array}$$

Es fällt daher auch bei den Kohlensäuredämpfen die Grösse h negativ aus, was darauf hindeutet, dass trocken gesättigte Dämpfe der Kohlensäure bei adiabatischer Compression oder Expansion sich gleichfalls wie die Wasserdämpfe verhalten.

Berechnet man dann weiter unter Zuziehung der entsprechenden Columnen der Tab. 8[a] und 8[b] des Anhangs nach (84) für verschiedene Temperaturen die Werthe von $\frac{d\lambda}{dt}$, so findet sich, dass dieselben sich mit hinreichender Genauigkeit durch die Formel

$$\frac{d\lambda}{dt} = 0{,}0641 - 0{,}00256\,t$$

wiedergeben lassen.

Hieraus folgt aber die Gesammtwärme λ der gesättigten Kohlensäuredämpfe

$$\lambda = 56{,}274 + 0{,}0641\, t - 0{,}001280\, t^2\,, \tag{85}$$

wobei das erste Glied der rechten Seite der Gl. (79) entnommen ist, weil für $t = 0$ sich $\lambda = r$ ergeben muss.

Aus der Verbindung der Gln. (85) und (79) folgt nun weiter, wegen der Beziehung $\lambda = q + r$, die Flüssigkeitswärme der Kohlensäure

$$q = 0{,}7958\, t + 0{,}00886\, t^2\,, \tag{86}$$

und dann die specifische Wärme der flüssigen Kohlensäure

$$c = \frac{dq}{dt} = 0{,}7958 + 0{,}01772\, t\,,$$

sowie endlich die Temperaturfunction τ nach der Gleichung:

$$\tau = 22{,}6721 + 0{,}01772\, t - 9{,}3067 \log_{10} T\,. \tag{87}$$

Mit diesen Formeln sind die Grundlagen vorgeführt worden für die Berechnung der Tab. 8^b des Anhanges; die daselbst aufgeführten Zahlenwerthe dürfen aber selbst unter den vorausgesetzten Temperaturgrenzen von -30° bis $+20^\circ$ nur als erste oder, vielleicht richtiger gesagt, als rohe Annäherungswerthe angesehen werden.

b. Ueberhitzte Dämpfe der Kohlensäure.

Setzt man voraus, dass die Kohlensäuredämpfe der Zustandsgleichung

$$pv = BT - Cp^n$$

unterworfen sind, wie die oben besprochenen Dämpfe von Wasser, Ammoniak und schwefliger Säure, so ergeben sich die Constanten dieser Gleichung, vorausgesetzt, der Druck p wäre in Kilogrammen auf das Quadratmeter gegeben, zu

$$B = 19{,}281\,; \quad C = 0{,}018518\,; \quad n = 0{,}888\,.$$

Ist dagegen der Druck in Atmosphären (1 Atmosphäre = 10333 kg) gegeben, so ist zu setzen

$$B = 0{,}001866\,; \quad C = 0{,}006576\,; \quad n = 0{,}888\,.$$

Unter Benutzung dieser Constanten giebt vorstehende Zustandsgleichung für trocken gesättigte Kohlensäuredämpfe bei

$t =$	-20	-10	0	$+10$	$+20^\circ$
$v =$	$0{,}01899$	$0{,}01379$	$0{,}00998$	$0{,}00721$	$0{,}00513$.

Der Vergleich dieser Werthe mit den entsprechenden in Col. 12 der Tab. 8[b] des Anhanges zeigt gute Uebereinstimmung.

Die weitere, bei der Untersuchung der Ammoniakdämpfe eingeführte Constante m berechnet sich hier zu

$$m = \frac{AB}{c_p} = 0{,}233 \,,$$

und daher folgt aus den Beziehungen:

$$m = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \quad \text{und} \quad n = \frac{\varkappa' - 1}{\varkappa'}$$

(s. S. 261), für die Kohlensäure

$$\varkappa = 1{,}304 \quad \text{und} \quad \varkappa' = 8{,}928 \,.$$

Da hiernach, wie bei Ammoniak, beide Werthe verschieden ausfallen, so gelten die auf S. 261 aufgestellten Wärmegleichungen auch für Kohlensäuredämpfe; es ist also für solche zu setzen:

$$dU = \frac{1}{\varkappa - 1}\left[d(pv) + \frac{\varkappa' - \varkappa}{\varkappa' - 1}\, d(Cp^n)\right], \tag{88}$$

oder unter Benutzung der Zustandsgleichung

$$dU = \frac{1}{\varkappa - 1}\left[B\,dT - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa' - 1}\, d(Cp^n)\right]. \tag{88a}$$

Ferner folgt:

$$dQ = \frac{A}{\varkappa - 1}\left[v\,dp + \varkappa p\,dv + \frac{\varkappa' - \varkappa}{\varkappa' - 1}\, d(Cp^n)\right], \tag{89}$$

oder auch

$$dQ = c_p\left[dT - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\, T\frac{dp}{p}\right]. \tag{90}$$

Die Dampfwärme J der Kohlensäure findet sich durch Integration von Gl. (88)

$$J = J_0 + \frac{A}{\varkappa - 1}\left[pv + \frac{\varkappa' - \varkappa}{\varkappa' - 1}\, Cp^n\right], \tag{91}$$

wobei $J_0 = 8{,}34$ zu setzen ist.

Anwendungen.

Zustandsänderungen der überhitzten Dämpfe auf umkehrbarem und nicht umkehrbarem Wege.

§ 34. Die isothermische und isodynamische Curve überhitzter Dämpfe.

a. Isothermische Curve.

Setzt man die Gewichtseinheit überhitzten Dampf voraus und bedeuten p_1, v_1 und T_1 Druck, Volumen und Temperatur für den Anfangszustand, sowie p, v und T dieselben Grössen für den Endzustand, so ergeben die beiden Gleichungen

$$pv = BT - Cp^n \quad \text{und} \quad p_1 v_1 = BT_1 - Cp_1{}^n$$

durch Subtraction als Gleichung für die isothermische Curve

$$pv = p_1 v_1 + C(p_1{}^n - p^n)\,, \tag{1}$$

weil bei der Isotherme $T = T_1$ ist.

Die Wärmemenge Q, welche der Gewichtseinheit Dampf beim Uebergange vom Drucke p_1 zum Drucke p unter constanter Temperatur T_1 mitzutheilen ist, findet sich nach der dritten der Gln. (I^a) S. 245

$$Q = c_p \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} T_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p}\,. \tag{2}$$

Speciell für Wasserdampf findet sich nach Gl. (62) S. 250 die Veränderung der Dampfwärme

$$J - J_1 = \frac{A}{\varkappa - 1}(pv - p_1 v_1)\,, \tag{3}$$

oder nach Gl. (1)

$$J - J_1 = \frac{AC}{\varkappa - 1}(p_1{}^n - p^n)\,, \tag{3a}$$

und dann die äussere Arbeit L aus der Beziehung

$$Q = J - J_1 + AL\,. \tag{4}$$

Beispiel. Expandirt Wasserdampf isothermisch von 5 Atmosphären Druck auf eine Atmosphäre und war derselbe im Anfange trocken gesättigt, so ist $T_1 = 273 + 152{,}22$ zu setzen und überdies

$$n = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = \frac{1}{4}\,; \quad c_p = 0{,}4805\,.$$

Unter Benutzung der auf S. 239 gegebenen Constanten folgt dann nach der oben aufgeführten Zustandsgleichung das Anfangsvolumen $v_1 = 0{,}3630$ und das Endvolumen $v = 1{,}9084$.

Die mitzutheilende Wärmemenge ist nach Gl. (2)

$$Q = 82{,}204 \text{ Cal.}\,,$$

die Veränderung der Dampfwärme

$$J - J_1 = 6{,}802 \text{ Cal.}$$

und die äussere Arbeit, in Wärmeeinheiten gemessen,

$$AL = 75{,}402 \text{ Cal.}$$

Die beiden letzten Werthe geben in Arbeitseinheiten ausgedrückt die im Innern verbrauchte Arbeit $U - U_1 = 2884$ mkg und die äussere Arbeit $L = 31970$ mkg.

Die vorstehenden Gln. (1) und (2) gelten nach den obigen Untersuchungen nicht nur für Wasserdämpfe, sondern auch für die Dämpfe von schwefliger Säure, Ammoniak und Kohlensäure; für die letztgenannten beiden Dampfarten findet sich dagegen die Veränderung der Dampfwärme nach Gl. (91) S. 274

$$J - J_1 = \frac{A}{\varkappa - 1}\left[pv - p_1 v_1 + \frac{\varkappa' - \varkappa}{\varkappa' - 1} C(p^n - p_1{}^n)\right],$$

oder für die isothermische Curve unter Benutzung von Gl. (1) nach einfacher Reduction

$$J - J_1 = \frac{AC}{\varkappa' - 1}(p_1{}^n - p^n)\,, \tag{3b}$$

wobei, wie früher, die Beziehung $n = \frac{\varkappa' - 1}{\varkappa'}$ gültig ist.

In jedem Falle wird also bei den überhitzten Dämpfen ein Theil der zugeführten Wärme zur Verrichtung innerer Arbeit verbraucht, während bei den Gasen, für welche $C = 0$ ist, die ganze zugeführte Wärme Q in äussere Arbeit verwandelt wird.

Dieses Resultat entspricht genau der hypothetischen Vorstellung, die man sich von den Dämpfen gebildet hat; bei der isothermischen Ausdehnung derselben sind die anziehenden Kräfte, mit welchen die Theilchen auf einander wirken, zu überwinden, während bei den Gasen die Theilchen vollständig aus dem Bereich ihrer gegenseitigen Krafteinwirkungen herausgetreten sind.

Denkt man bei überhitzten Dämpfen an isothermische Compression, so wird bei einem gewissen Drucke der Sättigungszustand erreicht werden, d. h. die isothermische Curve die Grenzcurve durchschneiden; bei weiterer Compression findet bei constant bleibendem Drucke Condensation des Dampfes statt. Der dem Schnittpunkte entsprechende Druck ist natürlich mit dem der Temperatur T_1 zukommenden Sättigungsdruck identisch.

b. Isodynamische Curve.

Bei isodynamischer Zustandsänderung ist die innere Arbeit U constant, also $dU = 0$; integrirt man unter dieser Voraussetzung Gl. (72) S. 261, so ergiebt sich als Gleichung der isodynamischen Curve:

$$pv = p_1 v_1 + \frac{(n-m)}{n(1-m)} C(p_1^n - p^n) \,. \tag{5}$$

Die mitzutheilende Wärmemenge Q wird hier vollständig in äussere Arbeit verwandelt, es ist demnach

$$Q = AL = A \int_{v_1}^{v} p\, dv \,,$$

und hieraus berechnet sich unter Benutzung von Gl. (5) $Q = AL$ zu

$$Q = A\left(p_1 v_1 + \frac{(n-m)}{n(1-m)} C p_1^n\right) \log n \frac{p_1}{p} + \frac{(n-1)(n-m)}{n^2(1-m)} AC(p_1^n - p^n) \,. \tag{6}$$

Die isodynamische Curve ist also, wie der Vergleich der Gln. (1) und (5) zeigt, nahe mit der isothermischen verwandt; bei Gasen, für welche $C = 0$ ist, erhält man für beide Curven die Gleichung $pv = p_1 v_1$; die Curven werden identisch und entsprechen einer gleichseitigen Hyperbel.

Für überhitzte Wasserdämpfe, wie für die Dämpfe der schwefligen Säure, ist $m = n$, und daher folgt hier einfach

$$pv = p_1 v_1 \,, \tag{5^a}$$

$$Q = AL = Ap_1 v_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p} \,. \tag{6^a}$$

Bei Wasserdämpfen, die technisch vorzugsweise in Betracht kommen, treten also besonders einfache Verhältnisse auf; die isodynamische Curve ist ebenfalls eine gleichseitige Hyperbel, wie bei einem Gase, sie fällt aber hier nicht mit der Isothermen zusammen, vielmehr sinkt bei Expansion längs der Isodyname der Druck rascher, als längs der Isotherme.

Allgemein giebt übrigens noch Gl. (88^a) S. 274 für $dU = 0$ durch Integration die Temperaturänderung bei isodynamischer Zustandsänderung

$$T - T_1 = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa' - 1} \cdot \frac{C}{B} (p^n - p_1^n) \,. \tag{7}$$

Speciell für Wasserdampf ist $\varkappa = \varkappa'$ zu setzen.

Beispiel. Trockner gesättigter Wasserdampf von $p_1 = 5$ Atmosphären Druck expandire isodynamisch, z. B. durch Einströmen in ein luftleeres Gefäss auf den Enddruck von $p = 1$ Atmosphäre. Hier ist am Ende der Expansion nach Gl. (5^a) das Endvolumen das fünffache des Anfangsvolumens und die Temperatursenkung berechnet sich nach Gl. (7) unter Zuhülfenahme der Tabelle auf S. 240 zu

$$t_1 - t = 18^\circ{,}88 \,.$$

Während also die Anfangstemperatur $t_1 = 152^\circ{,}22$ betrug, beträgt sie jetzt am Ende $t = 133^\circ{,}34$. Der Dampf ist nun überhitzt, weil seine Temperatur bei einer Atmosphäre Druck mehr als 100° beträgt; die Ueberhitzung ist demnach $33^\circ{,}34$.

§ 35. Adiabatische Curve überhitzter Dämpfe.

Für diejenigen Dampfarten, deren überhitzter Zustand oben der Untersuchung unterworfen wurde, fand sich allgemein nach Gl. (90) S. 274

$$dQ = c_p \left[dT - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} T \frac{dp}{p} \right] .$$

Da bei adiabatischer Zustandsänderung $dQ = 0$, so folgt, wenn man wieder die einfachere Beziehung $m = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$ einführt, durch Integration

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^m, \tag{8}$$

und hieraus berechnet sich die Endtemperatur T aus dem Enddruck und umgekehrt, wenn die Anfangswerthe T_1 und p_1 gegeben sind.

Ersetzt man hier die Temperaturen durch die Werthe, die sich aus der Zustandsgleichung $pv = BT - Cp^n$ ergeben, so folgt nach einfacher Reduction für die Gleichung der adiabatischen Curve:

$$p^{1-m}v = p_1^{1-m}v_1 + C[p_1^{n-m} - p^{n-m}]. \tag{9}$$

Die Arbeit der Expansion oder Compression findet sich aus der Beziehung $dQ = A(dU + dL)$ wegen $dQ = 0$

$$dL = -dU,$$

und daher nach Gl. (88) S. 274

$$L = \frac{1}{\varkappa - 1}\left[p_1 v_1 - pv + \frac{\varkappa' - \varkappa}{\varkappa' - 1} C(p_1^n - p^n)\right], \tag{10}$$

bezogen auf die Gewichtseinheit.

Speciell für **Wasserdampf**, sowie für schweflige Säure, ist nach den obigen Darlegungen $m = n$ und $\varkappa' = \varkappa$ zu setzen; man erhält daher aus Gl. (9)

$$p^{1-m}v = p_1^{1-m}v_1,$$

oder wegen der Bedeutung $m = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}$ oder $1 - m = \frac{1}{\varkappa}$

$$pv^{\varkappa} = p_1 v_1^{\varkappa}, \tag{9^a}$$

während sich nach Gl. (10) die Arbeit L ergiebt

$$L = \frac{1}{\varkappa - 1}(p_1 v_1 - pv), \tag{10^a}$$

wobei für Wasserdampf $\varkappa = 1{,}333$, für schweflige Säure $\varkappa = 1{,}272$ zu setzen ist.

Es treten also hier für die adiabatische Zustandsänderung dieselben Gleichungen, wie bei Gasen hervor.

Beispiel 1. Trocken gesättigte **Kohlensäure** hat bei der Temperatur von $t_1 = -20^0$ einen Druck von $p_1 = 19{,}924$ Atmosphären (Tab. 8^b);

angenommen nun, dieselbe werde adiabatisch auf den Druck $p = 58{,}837$ Atmosphären (1 Atm. = 10333 kg) comprimirt, so findet sich, weil für Kohlensäure

$$m = 0{,}233\,, \quad n = 0{,}888\,, \quad \varkappa = 1{,}304 \quad \text{und} \quad \varkappa' = 8{,}928$$

ist, für $T_1 = 273 - 20 = 253^\circ$ aus Gl. (8) die Endtemperatur

$$T = 325{,}^\circ 61 \quad \text{oder} \quad t = 52{,}^\circ 61\,.$$

Der Dampf ist also stark überhitzt, denn bei dem angenommenen Drucke von 58,837 Atmosphären ist die Temperatur im Sättigungszustand (nach Tab. 8b) $+ 20^\circ$ C.

Die Compressionsarbeit findet sich unter Benutzung der angegebenen Constanten nach Gl. (10)

$$L = 2430 \text{ mkg}\,,$$

auf die Gewichtseinheit bezogen.

Beispiel 2. Ueberhitzter Wasserdampf von $p_1 = 5$ Atmosphären Druck und der Temperatur $t_1 = 300^\circ$ expandire adiabatisch auf den Druck von $p = 1$ Atmosphäre.

Hier findet sich aus der Gleichung $pv^\varkappa = p_1 v_1^\varkappa$, wegen $\varkappa = \frac{4}{3}$, das Expansionsverhältniss:

$$\frac{v}{v_1} = 3{,}344$$

und nach Gl. (9a), wegen $m = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = \frac{1}{4}$, die Endtemperatur

$$T = 383{,}^\circ 2 \quad \text{oder nach Celsius} \quad t = 110{,}^\circ 2\,.$$

Der Dampf ist also auch am Ende der Expansion noch überhitzt, und zwar ist die Ueberhitzung $10{,}^\circ 2$.

Die gewonnene Arbeit berechnet sich, weil sich nach der Zustandsgleichung $v_1 = 0{,}5087$ und $v = 1{,}7008$ herausstellt, nach Gl. (10a):

$$L = 26117 \text{ mkg}\,,$$

auf die Gewichtseinheit bezogen.

Die Bedeutung, welche speciell dem Wasserdampfe beim Betriebe der Dampfmaschinen zukommt, lässt es gerechtfertigt erscheinen, wenn auf dessen Verhalten im überhitzten Zustande noch näher eingegangen wird.

Vergleicht man den Verlauf der adiabatischen Curve der überhitzten Wasserdämpfe mit dem der Grenzcurve, so zeigt sich, dass näherungsweise beide das gleiche Gesetz befolgen; für die adiabatische Curve gilt die Gleichung

$$pv^\varkappa = p_1 v_1^\varkappa$$

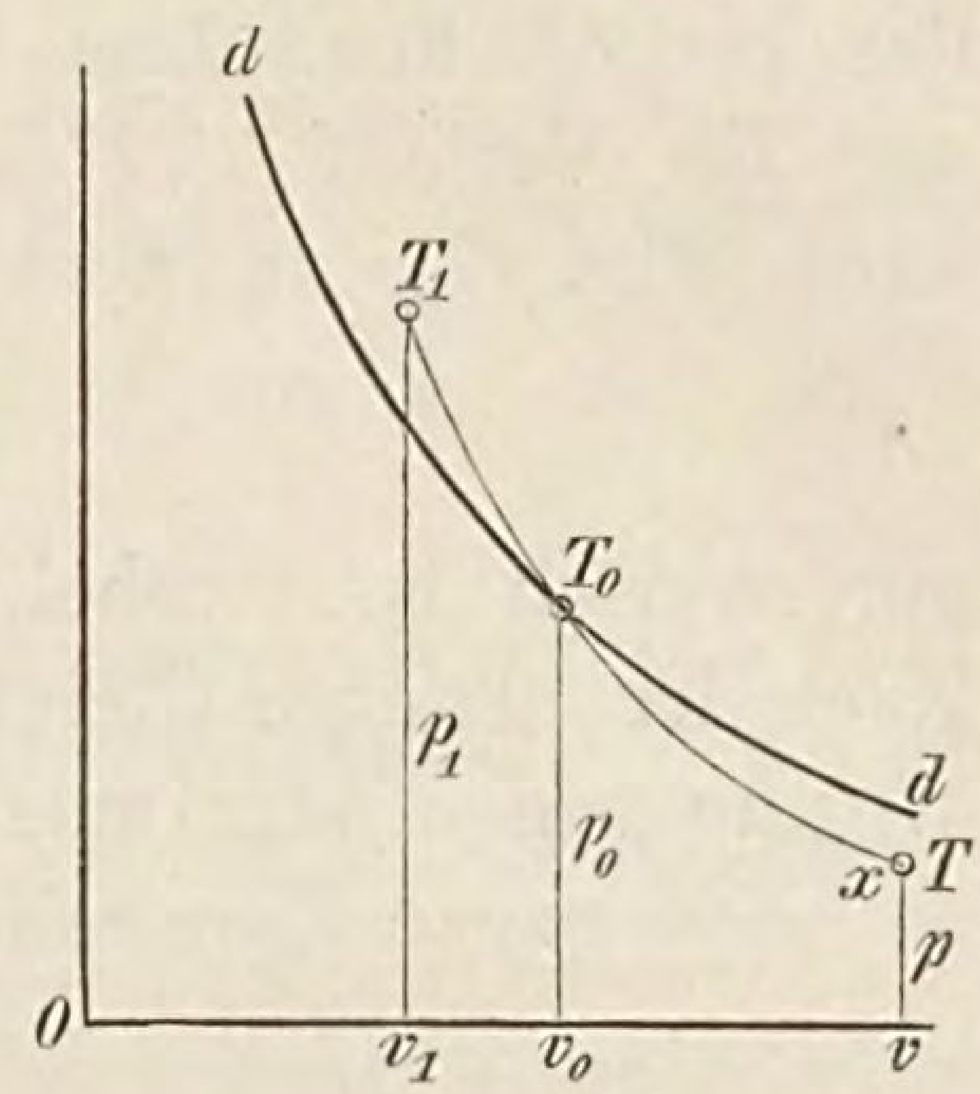
und für die Grenzcurve zwar näherungsweise, aber, wie oben (S. 36) gezeigt wurde, mit grosser Genauigkeit:

$$pv^{\nu} = D,$$

wobei $\nu = 1{,}0646$ und $D = 1{,}7049$ zu setzen ist, wenn der Druck p in Atmosphären (zu 10 333 kg) gegeben ist.

Da nun $\varkappa = 1{,}333$, also grösser als ν ist, so folgt, dass sich die adiabatische Curve bei Expansion rascher der Abscissenaxe nähert, als die Grenzcurve; beide Curven werden sich demnach in einem bestimmten Punkte schneiden.

Fig. 27.



Stellt in nebenstehender Figur 27 *dd* die Grenzcurve dar und ist der Zustand des überhitzten Dampfes durch den Punkt T_1 mit den Coordinaten v_1 und p_1 gegeben, so gilt für die Adiabate bis zum Schnittpunkt T_0 die Gleichung

$$p_1 v_1^{\varkappa} = p_0 v_0^{\varkappa},$$

wenn p_0 und v_0 die Coordinaten des Schnittpunktes darstellen.

Andererseits ist für die Grenzcurve

$$p_0 v_0^{\nu} = D$$

und aus den beiden Gleichungen lassen sich dann die Coordinaten p_0 und v_0 des Schnittpunktes T_0 berechnen.

Denkt man aus den gegebenen Werthen p_1 und v_1 den Werth E nach der Beziehung

$$p_1 v_1^{\varkappa} = E \tag{11}$$

bestimmt, so findet sich:

$$\log v_0 = -\,0{,}8622906 + 3{,}7216 \log E, \tag{12a}$$

$$\log p_0 = +\,1{,}1496935 - 3{,}9620 \log E, \tag{12b}$$

und

$$\log (p_0 v_0) = +\,0{,}2874029 - 0{,}2404 \log E, \tag{12c}$$

wobei die Brigg'schen Logarithmen gemeint und die Pressungen p_1 wie p_0 in Atmosphären (zu 10 333 kg) zu nehmen sind.

Sind nun bei adiabatischer Expansion p_1, v_1, sowie das Endvolumen v oder der Enddruck p gegeben, so berechnet man erst v_0 und p_0.

Ist $v < v_0$ oder $p > p_0$, so gilt für den Endzustand die

Beziehung $pv^{\varkappa} = p_1 v_1^{\varkappa}$ und die Expansionsarbeit findet sich nach Gl. (10ᵃ)

$$L = \frac{1}{\varkappa - 1}(p_1 v_1 - pv),$$

wobei dann p und p_1 in Kilogrammen auf das Quadratmeter zu rechnen sind.

Wenn dagegen $v > v_0$ oder $p < p_0$ erscheinen sollte, so ist das ein Zeichen, dass die Adiabate die Grenzcurve durchdringt und ihr Verlauf $T_0 T$ im Inneren der Grenzcurve ein anderer wird (Fig. 27), da derselbe vom Schnittpunkte ab dem Gesetze

$$pv^{\mu} = p_0 v_0^{\mu} \tag{13}$$

unterworfen ist, wobei $\mu = 1{,}135$ zu setzen ist (vergl. S. 74). Nach der letzteren Gleichung berechnet sich p aus dem gegebenen Werthe von v oder umgekehrt.

Die ganze Expansionsarbeit findet sich nach der Gleichung:

$$L = \frac{1}{\varkappa - 1}(p_1 v_1 - p_0 v_0) + \frac{1}{\mu - 1}(p_0 v_0 - pv). \tag{14}$$

Im zweiten Theile der Expansion findet übrigens ein Niederschlagen von Dampf statt, und zwar bestimmt sich die specifische Dampfmenge x am Ende der Expansion aus der Formel:

$$v = xu + \sigma.$$

Wollte man die Expansion im Cylinder einer Dampfmaschine, die mit überhitztem Wasserdampfe arbeitet, als adiabatische betrachten, so würde der im Vorstehenden behandelte Fall der gewöhnliche sein, da man in neuerer Zeit gewöhnlich hohe Spannungen, starke Expansion, aber verhältnissmässig geringe Ueberhitzung anwendet.

Beispiel. Ueberhitzter Wasserdampf von $p_1 = 5$ Atmosphären Druck und der Temperatur $t_1 = 200^\circ$ soll adiabatisch auf $p = 1$ Atm. expandiren. Hier findet sich zunächst aus der Zustandsgleichung

$$p_1 v_1 = BT_1 - Cp_1^{n} = 2{,}05043$$

mit Hülfe der auf S. 239 angegebenen Constanten. Hieraus ergiebt sich das Anfangsvolumen

$$v_1 = 0{,}41009$$

und dann nach Gl. (11)

$$\log E = 0{,}1828089\,; \quad E = 1{,}5233.$$

Hiernach folgt nach den Gln. (12) für den Schnittpunkt:

$$v_0 = 0{,}6577\,; \quad p_0 = 2{,}6632 \text{ Atm.}\,; \quad p_0 v_0 = 1{,}7517\,.$$

Aus Gl. (13) ergiebt sich nun das Endvolumen v bei einer Atmosphäre Druck

$$v = 1{,}5589$$

und daher nach Gl. (15) die specifische Dampfmenge am Ende der Expansion, wegen $u = 1{,}6494$

$$x = 0{,}9445$$

und das Expansionsverhältniss

$$\frac{v}{v_1} = 3{,}801\,.$$

Endlich beträgt die Expansionsarbeit nach Gl. (14)

$$L = 24\,016 \text{ mkg}\,,$$

auf die Gewichtseinheit bezogen.

War der Dampf dagegen im Anfange trocken gesättigt, so ist nach den genauen Formeln (66) und (68) S. 67 die specifische Dampfmenge am Ende $x = 0{,}9090$; das Anfangs- und Endvolumen bez. $v_1 = 0{,}3636$ und $v = 1{,}5003$, das Expansionsverhältniss $\frac{v}{v_1} = 4{,}126$ und die Expansionsarbeit:

$$L = 24\,210 \text{ mkg}\,.$$

Bei gleichem Expansionsverhältniss wie vorhin, nämlich für $\frac{v}{v_1} = 3{,}810$, berechnet sich die Endspannung aus der Gl. $pv^\mu = p_1 v_1^\mu$ zu $1{,}098$ Atmosphären und nach der Gleichung:

$$L = \frac{p_1 v_1}{\mu - 1}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\mu - 1}\right]$$

die Expansionsarbeit zu $L = 22\,952$ mkg, wenn man (vergl. S. 74) $\mu = 1{,}135$ substituirt.

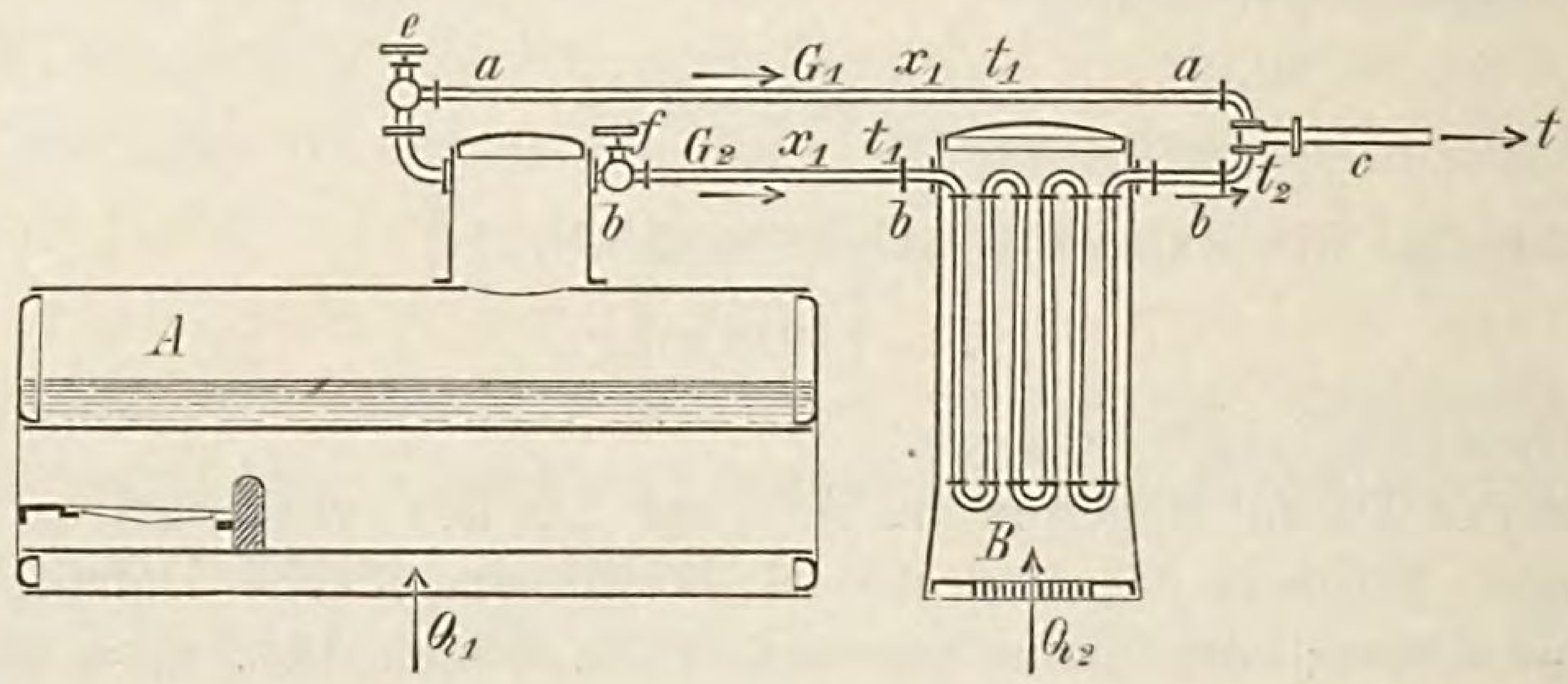
Es ist daraus zu schliessen, dass bei gleichem Anfangsdruck und gleichem Expansionsverhältniss der überhitzte Dampf während adiabatischer Expansion eine etwas grössere Expansionsarbeit liefert, als der gesättigte.

§ 36. Erzeugung überhitzter Wasserdämpfe bei constantem Druck.

Bei Dampfmaschinen, welche mit überhitzten Wasserdämpfen arbeiten, geschieht die Herstellung derselben auf zweierlei Art. Man führt entweder den im Dampfkessel erzeugten Dampf, der nass oder trocken gesättigt ist, auf dem Wege vom Kessel nach dem Dampfcylinder durch einen Ueberhitzungsapparat, wo derselbe durch weitere Wärmeaufnahme, gewöhnlich von abziehen-

den Feuergasen her, bei unveränderlichem Drucke eine weitere Temperaturerhöhung und Volumenvergrösserung erfährt, — oder man verwendet sogenannte gemischte Dämpfe: vom Dampfkessel A aus (Fig. 28) wird der Dampf durch zwei Röhren aa und bb nach dem Dampfcylinder geführt, die sich vor dem Cylinder zu einem Rohre c vereinigen.

Fig. 28.



Durch das eine Zweigrohr aa bewegt sich der gesättigte oder nasse Dampf ohne Zustandsänderung, das andere Rohr dagegen führt nach dem Ueberhitzungsapparate B, von wo aus der Dampf stark überhitzt nach der Vereinigungsstelle beider Dampfröhren strömt, an welcher nun die Mischung beider Dampfstrahlen erfolgt. Dieser Dampf, der technisch als »gemischter Dampf« bezeichnet wird, ist natürlich nichts anderes, als einfacher überhitzter Dampf, dessen Temperatur zwischen den Temperaturen beider Dampfstrahlen vor der Mischung liegt und welche abhängig ist von der Vertheilung der gesammten Dampfmenge auf die beiden Zweigrohre. Durch entsprechende Verstellung der beiden Ventile e und f hat man es vollständig in der Hand, die Temperatur der Mischung, d. h. des in den Dampfcylinder tretenden Dampfes auf bestimmt vorgeschriebener Höhe zu halten, und hierin liegt der Hauptvortheil des Mischungsverfahrens gegenüber der directen Erzeugung des überhitzten Dampfes, bei welcher die gesammte Dampfmenge durch den Ueberhitzer geführt wird; im letzteren Falle ist die Ueberhitzungstemperatur vom Gange der Heizung abhängig und kann, schwer regulirbar, leicht so hoch werden, dass wegen der Zersetzung der Schmiermaterialien Störungen im Betriebe der Dampfmaschine eintreten.

Ein weiterer Vortheil der angegebenen Methode liegt auch

darin, dass man den Ueberhitzungsapparat durch Schliessen des Ventiles *f* nach Belieben ganz ausser Thätigkeit setzen und die Maschine durch den Kesseldampf direct betreiben kann. Die Anwendung der überhitzten Dämpfe zum Betrieb von Dampfmaschinen hat sich insofern von Vortheil gezeigt, als bei gleicher Leistung der Maschine eine, nach einzelnen Versuchen zu urtheilen, ziemlich bedeutende Brennmaterialersparniss erzielt wurde. Ausführliche Versuche liegen von Hirn*) vor, später ist dann von Anderen, insbesondere von dem Amerikaner Wethered, ebenfalls auf Versuche gestützt, behauptet worden, dass eine weitere Ersparniss an Brennmaterial herbeigeführt werde, wenn der überhitzte Dampf auf dem Wege der Mischung erzeugt werde; nach den betreffenden Versuchen zeigte sich selbst in solchen Fällen, wo der gemischte Dampf mit demselben Drucke und der gleichen Temperatur in den Cylinder der Maschine geführt wurde, wie direct erzeugter überhitzter Dampf, bei ein und derselben Maschine ein wesentlicher Vortheil zu Gunsten der gemischten Dämpfe. Das letztere Resultat erschien seiner Zeit schon auffällig und führte namentlich unter den englischen Ingenieuren zu lebhaften Discussionen.

Die Verwendung der überhitzten Wasserdämpfe zum Maschinenbetrieb hatte schon im Jahre 1854 in den Vereinigten Staaten von Nordamerika grössere Verbreitung gefunden und insbesondere gaben dann die Versuchsresultate von Wethered den Anstoss, der Sache auch in Europa grössere Aufmerksamkeit zuzuwenden**).

Man erwartete damals von der Verallgemeinerung der Anwendung der überhitzten Dämpfe grosse Erfolge, besonders für den Betrieb der Schiffsmaschinen, weil gerade hier jede Verminderung des zu verbrauchenden, also auch des auf dem Schiffe mitzuführenden Brennstoffes von grosser Bedeutung ist. In neuerer Zeit ist man aber von der Benutzung der überhitzten Dämpfe

*) Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse. 1857.

**) Vergl. Dinse, »Ueber die Verwendung des überhitzten Dampfes in den Dampfmaschinen«. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 9. 1865. S. 573 und 665, sowie Bd. 10. 1866. S. 245 und 483. Die Abhandlung giebt eine historische Uebersicht und die damals erzielten Erfahrungsresultate, allerdings ohne jede theoretische Erläuterung; zugleich finden sich daselbst Abbildungen verschiedener Anordnungen von Ueberhitzungsapparaten.

mehr und mehr wieder zurückgekommen, man benutzt wieder directen Kesseldampf und sucht die Brennmaterialersparniss auf einem anderen Wege zu erzielen, indem man den Dampfdruck im Kessel fortwährend steigert, also hohen Admissionsdruck verwendet und überdies in den jetzt allgemein verbreiteten Compound- und Dreicylindermaschinen sehr weitgehende Expansion stattfinden lässt. Mit der Erhöhung des Dampfdruckes im Kessel ist auch eine Erhöhung der Temperatur der gesättigten Dämpfe verbunden, sodass der Vortheil der weiteren Temperaturerhöhung durch Ueberhitzung allerdings mehr und mehr zurücktrat, weil man mit der Temperatur des überhitzten Dampfes doch an eine gewisse Grenze gebunden ist. So finden denn die meisten Ingenieure in der jetzigen Zeit den Vortheil einer weiteren nachträglichen Erwärmung des Kesseldampfes vielmehr darin, dass der nasse Dampf vor seinem Eintritt in den Dampfcylinder getrocknet, also das ihm beigemischte Wasser vorher noch verdampft wird.

Bei dieser Wendung, welche in den Anschauungen der Ingenieure über die Zweckmässigkeit der Benutzung der überhitzten Dämpfe bei Dampfmaschinen Platz gegriffen hat, kann es aber keineswegs als überflüssig erscheinen, die Frage weiter zu verfolgen, die aus der Ueberhitzung folgende Wärmeersparniss auf theoretischem Wege festzustellen und zugleich darzulegen, ob, wie Wethered schliessen zu dürfen glaubte, die Erzeugung der überhitzten Dämpfe durch Mischung unter sonst gleichen Verhältnissen eine weitere Wärmeersparniss mit sich bringt*).

Es möge nun sofort der Fall der Mischung behandelt und dabei Fig. 28 zu Grunde gelegt werden, die eine schematische Darstellung des Dampfkessels mit dem Ueberhitzer giebt; dabei kann, wie es den praktischen Anordnungen entspricht, angenommen werden, dass der Ueberhitzer B von den Heizgasen geheizt wird, die vom Dampfkessel A kommen, oder es könnte für den Ueberhitzer auch eine besondere Heizung vorausgesetzt werden.

Es sei nun p_1 und t_1 Druck und Temperatur im Kessel, der Dampf, der den Kessel verlässt, sei nass, und die specifische

*) Die erste theoretische Behandlung der Frage rührt vom Verfasser her: »Ueber das Verhalten der überhitzten und der gemischten Wasserdämpfe«. Civilingenieur. Bd. 13. 1867. S. 343.

Dampfmenge betrage x_1; der Kessel werde mit Wasser von der Temperatur t_0 gespeist.

Das Dampf- und Wassergewicht, welches in einer gewissen Zeit, etwa in der Zeiteinheit, aus dem Kessel direct durch das Rohr *aa* nach der Mischungsstelle strömt, werde mit G_1 und das Gewicht des gleichzeitig durch den Ueberhitzer strömenden Dampfes mit G_2 bezeichnet.

Es bestimmt sich nun derjenige Theil Q' der Wärmemenge, welche zur Erzeugung der G_1 Kilogramm Dampf- und Wassermischung dem Kessel zugeführt werden muss, da hier die Verdampfung bei constantem Druck erfolgt,

$$Q' = G_1(q_1 - q_0 + x_1 r_1) ,$$

oder, wenn man $r_1 = \varrho_1 + A p_1 u_1$ substituirt und für den Werth u_1 als genau genug das specifische Volumen v_1 des trocken gesättigten Dampfes vom Drucke p_1 einsetzt,

$$Q' = G_1(q_1 + \varrho_1 + A p_1 v_1 - q_0 - (1 - x_1) r_1) ,$$

oder, da $q_1 + \varrho_1$ nichts anderes als die Dampfwärme J des trocken gesättigten Dampfes darstellt, für welche man Gl. (62) S. 250 einsetzen kann,

$$Q' = G_1\left(J_0 + \frac{A\varkappa}{\varkappa - 1} p_1 v_1 - q_0 - (1 - x_1) r_1\right) . \tag{15}$$

Der andere Theil G_2 des gesammten Dampfes geht durch den Ueberhitzer und wird hier auf die Temperatur t_2 mit dem entsprechenden Volumen v_2 gebracht; die Wärmemenge Q'', welche theils dem Kessel, theils dem Ueberhitzer zuzuführen ist, bestimmt sich unter Benutzung von Gl. (63) S. 250

$$Q'' = G_2\left(J_0 + \frac{A\varkappa}{\varkappa - 1} p_1 v_2 - q_0\right) . \tag{16}$$

Nach der Mischung soll die Ueberhitzungstemperatur t sein, das gesammte Dampfgewicht $(G_1 + G_2)$ tritt daher mit dem specifischen Volumen v in den Dampfcylinder und verrichtet hier, da wir von einer Drosselung absehen, also den Druck im Cylinder mit dem Kesseldruck p_1 identisch annehmen, die Admissionsarbeit:

$$L = (G_1 + G_2) p_1 v . \tag{17}$$

Von der ganzen zugeführten Wärme ist daher schliesslich im Dampfe zurückgeblieben der Betrag

$$Q' + Q'' - AL\,,$$

und dieser Werth ist nichts anderes, als die Dampfwärme, vermindert um die Wärmemenge, welche dem Speisewasser bereits innewohnte; es ist also:

$$(G_1 + G_2)\left(J_0 + \frac{Ap_1 v}{\varkappa - 1} - q_0\right) = Q' + Q'' - AL\,.$$

Benutzt man nun hier die Gln. (15), (16) und (17), so folgt nach einfacher Reduction:

$$(G_1 + G_2)\,v = G_1 v_1 + G_2 v_2 - G_1 (1 - x_1) \cdot \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \cdot \frac{r_1}{Ap_1}\,, \tag{18}$$

und diese Gleichung bildet das erste Hauptresultat der vorliegenden Untersuchung; sie kann dazu benutzt werden, das specifische Volumen v des aus der Mischung hervorgegangenen überhitzten Dampfes im Dampfcylinder zu berechnen, wenn das Mischungsverhältniss $G_1 : G_2$ gegeben, sowie Druck p_1, Temperatur t_1 und specifische Dampfmenge x_1 des Kesseldampfes bekannt ist, ebenso wie die Temperatur t_2, mit welcher der Dampf aus dem Ueberhitzungsapparate tritt; denn es ist dann auch dessen specifisches Volumen v_2, wie dasjenige v_1 des trocken gesättigten Dampfes gegeben.

Der Werth $(G_1 + G_2)\,v$ der linken Seite der Gl. (18) repräsentirt übrigens das Gesammtvolumen des gemischten Dampfes am Ende des Vorganges; das Volumen des aus dem Ueberhitzer kommenden Dampfes ist vor der Mischung $G_2 v_2$ und dasjenige des nassen Dampfes $G_1 (x_1 u_1 + \sigma)$, oder $G_1 x_1 v_1$, da man σ vernachlässigen und v_1 an die Stelle von u_1 setzen kann.

Es folgt demnach das Gesammtvolumen des Dampfes vor der Mischung:

$$G_1 x_1 v_1 + G_2 v_2\,,$$

und daher die Volumenveränderung $\varDelta V$ bei der Mischung unter constantem Druck

$$\varDelta V = (G_2 + G_2)v - (G_1 x_1 v_1 + G_2 v_2)\,,$$

oder unter Verwendung von Gl. (18)

$$\varDelta V = G_1 v_1 (1 - x_1)\left(1 - \frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\,\frac{r_1}{Ap_1 v_1}\right)\,. \tag{19}$$

Dieser Ausdruck führt bei Wasserdampf jederzeit auf einen negativen Werth, sobald der eine Theil des zu mischenden Dampfes nass, d. h. $x_1 < 1$ ist.

Wird daher überhitzter Dampf mit nassem Dampf von gleichem Druck unter constantem Druck gemischt, so findet eine Verminderung des Gesammtvolumens statt.

Ist dagegen der gesättigte Dampf trocken, oder sind beide Dampfstrahlen überhitzt, aber von verschiedener Temperatur, so treten bei der Mischung unter constantem Druck keine Volumenveränderungen ein.

Wichtiger als die Aenderungen des Gesammtvolumens zu bestimmen, ist aber die Ermittelung der Temperaturänderungen, die mit dem Mischen verbunden sind.

Setzt man in die Zustandsgleichung für die überhitzten Wasserdämpfe

$$pv = BT - Cp^n$$

den Druck p_1 und die Temperatur T der Mischung, so folgt das specifische Volumen v des gemischten Dampfes; substituirt man dagegen die absolute Temperatur T_2, mit welcher der Dampf den Ueberhitzungsapparat verlässt, und dann weiter die Temperatur T_1 des gesättigten Dampfes, so ergeben sich die beiden Werthe v_2 und v_1; die Benutzung derselben in Gl. (18) ergiebt dann unter Beachtung der Beziehung

$$AB = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} c_p ,$$

welche aus den Gln. (51^a) und (51^b) S. 239 folgt:

$$(G_1 + G_2) T = G_1 T_1 + G_2 T_2 - G_1 (1 - x_1) \frac{r_1}{c_p} ,$$

oder, wenn man die absolute Temperatur durch die Temperatur nach Celsius ersetzt:

$$(G_1 + G_2) t = G_1 t_1 + G_2 t_2 - G_1 (1 - x_1) \frac{r_1}{c_p} \cdot \qquad (20)$$

Mit Hülfe dieser Gleichung berechnet sich leicht die Temperatur t der Mischung, wenn das Gewicht G_1 des gesättigten Dampfes von der specifischen Dampfmenge x_1, sowie das Gewicht G_2 bekannt ist, welches durch den Ueberhitzer hindurch nach der Mischungsstelle geführt wird.

Ist der direct geführte Dampf trocken gesättigt oder ebenfalls überhitzt, so ist $x_1 = 1$ und daher nach Gl. (20) die Mischungstemperatur:

$$t = \frac{G_1 t_1 + G_2 t_2}{G_1 + G_2}. \tag{20a}$$

Man erhält daher ganz richtig die Formel, die man in der Physik benutzt, wenn man die Temperatur der Mischung zweier Flüssigkeitsmengen von gleicher Art aber von verschiedener Temperatur zu ermitteln hat, sofern nur das Mischen unter constantem Druck erfolgt.

Wird das ganze erzeugte Dampfgewicht $G_1 + G_2$ mit G bezeichnet, so ergiebt Gl. (20), wenn man $G_2 = G - G_1$ substituirt:

$$\frac{G_1}{G} = \frac{t_2 - t}{t_2 - t_1 + \frac{r_1}{c_p}(1 - x_1)} \quad \text{und} \quad \frac{G_2}{G} = 1 - \frac{G_1}{G}. \tag{21}$$

Man kann hiernach berechnen, in welcher Weise das gesammte Dampfgewicht auf die beiden Zweigrohre *aa* und *bb* (Fig. 28) vertheilt werden muss, um eine vorgeschriebene Mischungstemperatur zu erzielen.

Beispiel. Eine Dampfmaschine arbeite mit gemischten Dämpfen von $p_1 = 5$ Atmosphären Druck; es ist also die Temperatur im Kessel $t_1 = 152^\circ{,}22$; derjenige Theil des Dampfes, welcher durch den Ueberhitzer geht, werde auf $t_2 = 250^\circ$ überhitzt, während der gemischte Dampf beim Eintritt in den Dampfcylinder die Temperatur $t = 180^\circ$ haben soll.

Hier ist $c_p = 0{,}4805$ und nach Tabelle 11 des Anhanges

$$r_1 = \varrho_1 + A p_1 u_1 = 499{,}186.$$

Nimmt man nun an, der Dampf sei einmal trocken, dann aber, er führe 10% oder 20% Wasser mit sich, so berechnet sich nach Gl. (21)

für $x_1 = 1$	; 0,90	; 0,80		
$\frac{G_1}{G} = 0{,}7159$	; 0,3471	; 0,2291	(direct geführt)	
$\frac{G_2}{G} = 0{,}2841$	; 0,6529	; 0,7709	(durch den Ueberhitzer geführt).	

Man erkennt aus diesen Zahlenwerthen, welch grossen Einfluss das dem Kesseldampfe beigemischte Wasser auf die Resultate beim Mischen übt, und dass bei bestimmt vorgeschriebenen Temperaturwerthen die Vertheilung der gesammten Dampfmenge auf die beiden Zweige des Dampfrohres bei verschiedener specifischer Dampfmenge im Kesseldampf sehr verschieden ausfällt.

Durch entsprechende Verstellung der beiden Ventile e und f (Fig. 28) in den beiden Zweigen des Dampfrohres lässt sich praktisch leicht die richtige Vertheilung des Dampfes herbeiführen. Nach der Zustandsgleichung (51) (S. 238) berechnet sich das specifische Volumen v des gemischten Dampfes bei $p_1 = 5$ Atmosphären Druck und $t = 180^\circ$ Temperatur zu $v = 0{,}3904$ Cubikmeter, und daher ist die Admissionsarbeit im Dampfcylinder für ein Kilogramm Dampf

$$L = p_1 v = 20170{,}4 \text{ mkg}.$$

Nach Gl. (19) liesse sich für vorliegende drei Fälle auch leicht die Volumenänderung beim Mischen berechnen.

Von Wichtigkeit ist nun auch die Bestimmung der Wärmemengen, welche dem Dampfkessel und dem Ueberhitzer bei einer vorgeschriebenen Vertheilung des Dampfes zuzuführen sind. Im Dampfkessel ist zunächst aus G kg Speisewasser von der Temperatur t_0 die Dampfmenge Gx_1 bei constantem Druck zu erzeugen. Die in den Kessel einzuführende Wärmemenge Q_1 ist daher

$$Q_1 = G[q_1 - q_0 + x_1 r_1], \tag{22}$$

und diese Wärmemenge ist die gleiche, wie auch die Dampfmenge auf die beiden Zweige des Dampfrohres vertheilt werden mag.

Nun werden aber nach der vorhin benutzten Bezeichnung G_2 kg nasser Dampf nach dem Ueberhitzer geführt; hier müssen zunächst bei constantem Druck p_1 die beigemischten $G_2(1 - x_1)$ kg Wasser noch verdampft werden; das erfordert die Wärmemenge $G_2(1 - x_1) r_1$; dann ist das Dampfgewicht G_2 von der Temperatur t_1 bei constantem Druck auf die Temperatur t_2 zu überhitzen, was die Wärmemenge $c_p G_2 (t_2 - t_1)$ erfordert. Daher folgt die ganze Wärmemenge Q_2, welche in den Ueberhitzer einzuführen ist:

$$Q_2 = G_2[(1 - x_1) r_2 + c_p (t_2 - t_1)]. \tag{23}$$

Beispiel. Es möge, wie im vorigen Beispiele, der Dampfdruck 5 Atmosphären betragen, die Mischungstemperatur sei wieder $t = 180^\circ$; die Temperatur des aus dem Ueberhitzer kommenden Dampfes $t_2 = 250^\circ$, wie dort, und die specifische Dampfmenge speciell $x_1 = 0{,}90$, für welchen Fall das Gewicht der durch den Ueberhitzer gehenden Masse $G_2 = 0{,}6529\, G$ betrug. Wird nun der Kessel mit Wasser von der Temperatur $t_0 = 40^\circ$ gespeist (Condensationsmaschine), so ist nach Tab. 1 des Anhangs $q_0 = 40{,}051$ zu setzen, während $q_1 = 153{,}741$ und $r_1 = 499{,}186$ ist, man erhält daher nach Gl. (22) die Wärmemenge, welche in den Kessel einzuführen ist,

$$Q_1 = 562{,}99\, G \text{ Cal.}$$

und nach Gl. (23) die Wärmemenge für den Ueberhitzer

$$Q_2 = 63{,}27\, G \text{ Cal.}$$

Setzt man in Gl. (20) S. 289 $G_1 + G_2 = G$ und daher $G_1 = G - G_2$, so ergiebt sich

$$G_2[(1-x_1)r_1 + c_p(t_2 - t_1)] = G[(1-x_1)r_1 + c_p(t - t_1)]\,.$$

Hier zeigt aber der Vergleich mit Gl. (23), dass die linke Seite mit dem Werthe Q_2 identisch ist; es folgt daher auch die Wärmemenge, welche der Ueberhitzer fordert:

$$Q_2 = G[(1-x_1)r_1 + c_p(t - t_1)]\,, \tag{24}$$

in welcher Gleichung an die Stelle der Temperatur t_2 die Mischungstemperatur t getreten ist und an Stelle des Gewichtes G_2 das gesammte Dampfgewicht G. Der Ausdruck ergiebt also zugleich auch die Wärmemenge, welche in den Ueberhitzer zu führen ist, wenn die gesammte Dampfmenge durch denselben geleitet und dort auf die Mischungstemperatur t gebracht werden soll.

Hieraus geht hervor, dass es hinsichtlich der erforderlichen Wärmemengen vollkommen gleichgültig ist, ob bei einer Dampfmaschine der überhitzte Dampf direct oder durch Mischung erzeugt wird.

Diese Resultate scheinen den Resultaten der Wethered'schen Versuche, die oben erwähnt wurden, zu widersprechen; Wethered fand bei allen Versuchen, die Anwendung des gemischten Dampfes bei Dampfmaschinen sei hinsichtlich des Brennmaterialverbrauches der Anwendung des direct erzeugten Dampfes vorzuziehen. Die Sache erklärt sich aber sehr leicht. Unsere Untersuchungen zeigen, dass überhitzter Dampf von bestimmter Temperatur und bestimmtem Drucke zu seiner Herstellung unter constantem Drucke dieselbe Wärmemenge fordert, mag er nun direct oder durch Mischung erzeugt werden; es würde auch, nebenbei bemerkt, den Grundsätzen der mechanischen Wärmetheorie widersprechen, wenn man das Gegentheil behaupten wollte. Es ist demnach anzunehmen, dass bei Wethered's Versuchen die gleiche Wärmemenge in den Ueberhitzungsapparat geführt wurde, mochte nun die ganze aus dem Kessel kommende Dampfmasse oder nur ein Theil derselben durch den Apparat geleitet werden, wenn nur in beiden Fällen der in den Cylinder tretende Dampf bei gleichem Drucke auf die gleiche Temperatur überhitzt war.

Ganz anders stellt sich aber die Frage nach der Ausnutzung der in den Feuergasen enthaltenen Wärme in beiden Fällen. Bei einem und demselben Ueberhitzungsapparate, d. h. bei gleicher Heizfläche hängt offenbar die Wärmeübertragung von den Feuergasen hier davon ab, welche Dampfmenge durch den Apparat geht, und welcher Grad der Ueberhitzung dort erzielt werden soll. In dem vorhin berechneten Beispiele ging bei directer Erzeugung die ganze Dampfmenge G durch den Ueberhitzer und sollte dort von 152°,22 auf 180° überhitzt werden; im Fall der Mischung waren nur 0,6529 G kg Dampf in den Ueberhitzungsapparat zu leiten, diese sollten aber auf 250° überhitzt werden; die erforderlichen Wärmemengen sind in beiden Fällen die gleichen, die Temperaturänderungen, welche die Feuergase erleiden, werden aber offenbar andere sein, und daher wird in beiden Fällen die Führung der Heizung und die Menge der dem Roste zuzuführenden Luftmenge, also auch die Brennmaterialmenge verschieden sein. Die Wethered'schen Versuche liefern also keineswegs den Beweis, dass gemischte Dämpfe den direct erzeugten überhitzten Dämpfen vorzuziehen seien; es ist vielmehr rein zufällig, dass bei den Dampfmaschinen, mit denen Wethered experimentirte, die Heizfläche des Ueberhitzers von einer Grösse war, welche Resultate zu Gunsten der Mischung herausstellte. Bei einer anderen Heizfläche hätten sich die Resultate auch zu Gunsten der directen Erzeugung der überhitzten Dämpfe stellen können. Das Gesagte erklärt nun auch klar den Umstand, dass die Versuche an verschiedenen Maschinen so auffallend verschiedene Ergebnisse lieferten.

Für die Praxis ist aber jederzeit die Anwendung der gemischten Dämpfe zu empfehlen, jedoch nicht aus denjenigen Gründen, die man hierfür aus den Wethered'schen Versuchen abgeleitet hat, sondern einzig und allein, weil man im Verstellen der Ventile in den beiden Zweigen des Dampfrohres ein so zweckmässiges und einfaches Mittel besitzt, die Temperatur des in den Dampfcylinder tretenden, überhitzten Dampfes zu reguliren, beziehungsweise auf constanter Höhe zu erhalten.

An diese Untersuchungen möge sich nun noch der Nachweis anschliessen, dass bezüglich der Arbeitsleistung die Verwendung der überhitzten Dämpfe bei Dampfmaschinen Vortheil gewährt.

Durch Addition der beiden Gln. (22) und (24) ergiebt sich

die gesammte Wärmemenge Q, welche dem Dampfkessel, sowie dem Ueberhitzer zuzuführen ist, um überhitzten Dampf von der Temperatur t zu erzeugen, gleichgültig, ob der überhitzte Dampf direct oder durch Mischung hergestellt wird:

$$Q = G\,[q_1 - q_0 + r_1 + c_p\,(t - t_1)]\,.$$

Die Arbeit, welche beim Eintritt in den Cylinder unter constantem Drucke p_1 (Admissionsarbeit) gewonnen wird, ist $L = Gp_1\,v$, oder in Wärmeeinheiten dargestellt

$$AL = GAp_1\,v\,,$$

und daher findet sich durch Division beider Gleichungen

$$\frac{Q}{AL} = \frac{q_1 - q_0 + r_1 + c_p(t - t_1)}{Ap_1\,v}\,. \tag{25}$$

Arbeitet dagegen die Maschine mit nassem Kesseldampf, so ist die in den Kessel einzuführende Wärme

$$Q = G\,[q_1 - q_0 + r_1 x_1]\,,$$

die in Wärme dargestellte Admissionsarbeit

$$AL = GAp_1\,(x_1 u_1 + \sigma)\,.$$

und das Verhältniss beider

$$\frac{Q}{AL} = \frac{q_1 - q_0 + r_1 x_1}{Ap_1\,(x_1 u_1 + \sigma)}\,. \tag{26}$$

Bei gleichem Kesseldruck und gleicher Speisewassertemperatur t_0 fallen diese Werthe verschieden aus; je kleiner dieses Verhältniss ist, um so günstigere Wärmeausnutzung liegt vor.

Beispiel. Eine Dampfmaschine arbeitet mit Dampf von $p_1 = 5$ Atmosphären (zu 10333 kg) Druck, und der Kessel wird mit Wasser von $t_0 = 40^\circ$ Temperatur gespeist. Unter Benutzung der entsprechenden Werthe der Tabellen 1^b und 11 des Anhanges ist dann

$$q_0 = 40{,}051\,;\quad q_1 = 153{,}741\,;\quad r_1 = \varrho_1 + Ap_1\,u_1 = 499{,}186\,.$$

Benutzt man noch zur Berechnung von $p_1\,v$ die Zustandsgleichung auf S. 238, so ergeben die vorstehenden Gleichungen (26) und (25) die folgenden Rechnungsresultate, wenn man der Reihe nach für den nassen Dampf $x_1 = 0{,}80$; $0{,}90$ und 1 und für den überhitzten Dampf bez. $t = 180^\circ$ oder 200° einsetzt:

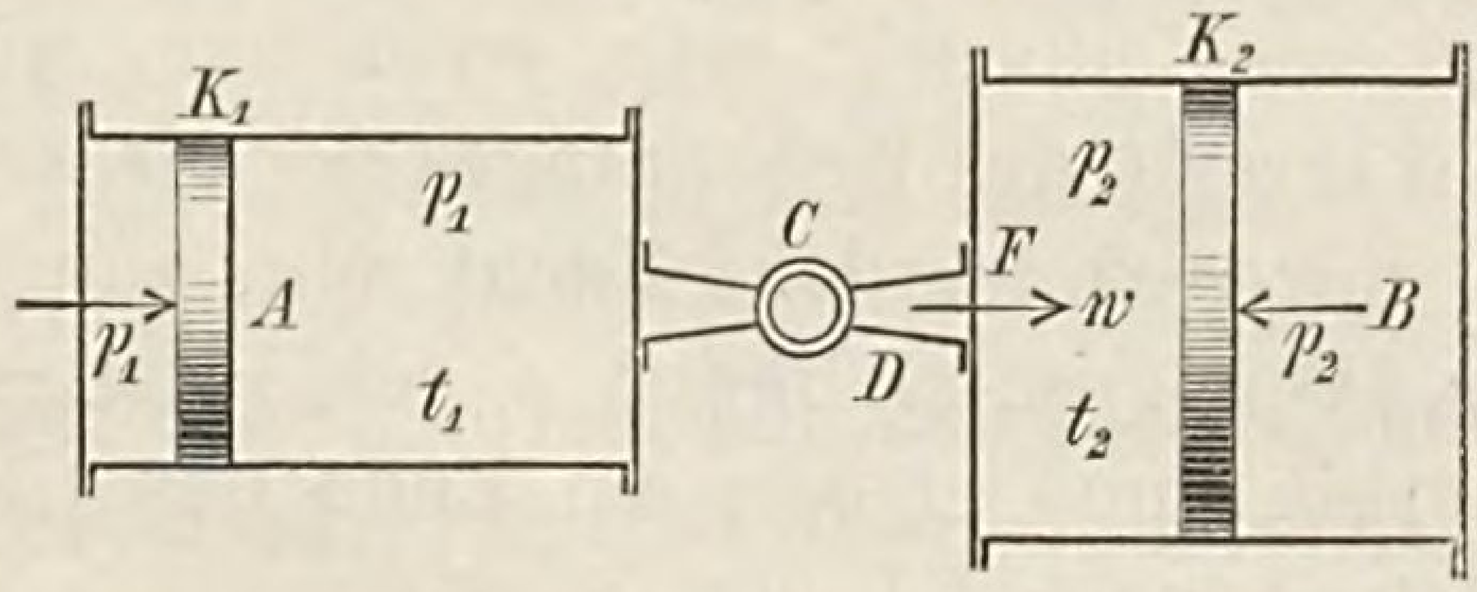
	Gesättigter Dampf			Ueberhitzter Dampf	
$x_1 =$	0,80	0,90	1	$t = 180°$	200°
$\frac{Q}{AL} =$	14,424	14,077	13,795	13,165	12,724

Man erkennt hieraus, dass bei gleicher Admissionsarbeit die Wärmeersparniss um so grösser ist, je trockner der gesättigte Dampf, und dann weiter, je stärker der Dampf überhitzt ist. Würde man noch die Expansionsarbeit in Betracht ziehen, so würde bei gleichem Expansionsverhältniss eine weitere Ersparniss hinzutreten; allerdings ist hierbei ausdrücklich die Wärmemenge in Betracht gezogen, welche wirklich in den Dampfkessel bez. in den Kessel und in den Ueberhitzungsapparat eintritt; käme es auf die Bestimmung der eigentlichen Brennmaterialersparniss an, so müssten noch die Verhältnisse der Heizungsanlage, insbesondere die Temperatur, mit welcher die Feuergase abziehen, beachtet werden.

§ 37. Das Ueberströmen des Dampfes aus einem Gefässe in ein anderes und das Drosseln des Dampfes.

Die Untersuchung des Ueberströmens von Dampf aus einem Gefässe in ein anderes ist technisch nur unter der speciellen Voraussetzung von Interesse, dass der Druck in jedem der beiden Räume auf constanter Höhe erhalten wird. Denkt man sich den

Fig. 29.



Cylinder A (Fig. 29) durch ein Rohr D mit einem zweiten Cylinder B verbunden, beide Cylinder mit beweglichen Kolben, das Rohr mit einem Ventil C (Drosselventil) versehen und den Dampf von A nach B strömend, so lässt sich durch entsprechendes Vorwärtsschieben des Kolbens K_1 der Druck p_1 des Dampfes im Cylinder A auf constanter Höhe erhalten, während in gleicher Weise der Kolben K_2 im Cylinder B mit constantem Druck p_2 zurückgeschoben wird. Durch entsprechende Belastung p_1 und p_2 beider Kolben (auf die Flächeneinheit bezogen) und entsprechende Stellung des Drosselventiles C kann man sich auf solche Art eine beliebige

Druckdifferenz hergestellt denken; verhältnissmässig langsame Bewegung beider Kolben vorausgesetzt, wird der Dampf mit gewisser Geschwindigkeit durch das Verbindungsrohr strömen, dann sich im Cylinder B ausbreiten, seine Geschwindigkeit vollständig verlieren und wieder in den Gleichgewichtszustand übergehen.

Verfolgt man die Gewichtseinheit Dampf beim Uebertritte von A nach B, so wird der Kolben K_1 im Cylinder A einen gewissen Raum unter constantem Druck p_1 zurücklegen; in gleicher Weise schreitet der Kolben K_2 im Cylinder B unter Ueberwindung des constanten Druckes p_2 fort; ist das specifische Volumen im Anfange v_1, am Ende v_2, so hat die Gewichtseinheit Masse im ersten Cylinder die Arbeit $p_1 v_1$ aufgenommen und im andern die Arbeit $p_2 v_2$ abgegeben, es ist daher bei dem Uebergange die Wärmemenge $Ap_1 v_1$ erzeugt worden und die Wärmemenge $Ap_2 v_2$ verschwunden.

Ist fernerhin J_1 die Dampfwärme oder der Wärmeinhalt der Gewichtseinheit zu Anfang im Cylinder A und J_2 diejenige am Ende im Cylinder B, so besteht offenbar die Beziehung

$$J_1 + Ap_1 v_1 - Ap_2 v_2 = J_2$$

oder

$$J_1 + Ap_1 v_1 = J_2 + Ap_2 v_2 \tag{27}$$

und diese Gleichung gilt, von welcher Beschaffenheit der Dampf auch im Anfange und am Ende sein mag, wenn nur, wie hier vorausgesetzt wurde, während des Ueberganges der Masse Wärme weder zugeführt noch entzogen wurde. Macht man nun zuerst die Voraussetzung, der Dampf im Cylinder A sei Anfangs trocken gesättigt oder überhitzt und ebenso am Ende des Ueberganges, so ist die Dampfwärme nach Gl. (62) S. 250

$$J_1 = J_0 + \frac{A}{\varkappa - 1} p_1 v_1 \quad \text{bez.} \quad J_2 = J_0 + \frac{A}{\varkappa - 1} p_2 v_2 \,.$$

Durch Substitution in Gl. (27) erhält man daher einfach

$$p_2 v_2 = p_1 v_1 \,, \tag{28}$$

wonach sich für gegebene Pressungen das specifische Volumen v_2 nach der Ausbreitung in der Vorlage berechnen lässt. Aus der gemachten Voraussetzung folgt, dass der Dampf am Ende jedenfalls überhitzt ist, wenn er auch Anfangs trocken gesättigt war. Ist weiterhin T_1 die Temperatur im Anfange und T_2 diejenige

am Ende, so ergiebt sich aus der Zustandsgleichung der überhitzten Dämpfe:

$$p_2 v_2 = B T_2 - C p_2^n \quad \text{bez.} \quad p_1 v_1 = B T_1 - C p_1^n .$$

Die Differenz beider Gleichungen giebt mit Rücksicht auf Gl. (28) die hierbei hervortretende Temperatursenkung:

$$T_1 - T_2 = t_1 - t_2 = \frac{C}{B}(p_1^n - p_2^n) . \tag{29}$$

Beispiel. Wird Wasserdampf, trocken gesättigt oder überhitzt, von $p_1 = 10$ Atmosphären auf eine Atmosphäre gedrosselt unter den bei Besprechung von Fig. 29 angegebenen Verhältnissen, so findet sich nach Gl. (29) unter Benutzung der Hülfstabelle auf S. 240

$$t_1 - t_2 = 67{,}764 - 38{,}106 = 29^\circ{,}658 .$$

War der Dampf Anfangs gesättigt, so betrug seine Temperatur $t_1 = 180^\circ{,}31$ und daher die Endtemperatur $t_2 = 150^\circ{,}65$; er erscheint also um $50^\circ{,}65$ überhitzt.

Es liegen übrigens Versuche vor, welche den durch Gl. (29) ausgesprochenen Satz hinreichend bestätigen. Hirn*) liess den aus einem Dampfkessel kommenden Dampf bei verschiedener Kesselspannung durch eine enge Ausflussöffnung ins Freie strömen, wo der Dampf sich unter atmosphärischem Drucke ausbreitete; der Druck p_2 betrug daher bei allen einzelnen Versuchen eine Atmosphäre; um nun aber den kühlenden Einfluss der äusseren atmosphärischen Luft auf den aus der Mündung tretenden Dampfstrahl bei seinem Uebergange in den Gleichgewichtszustand zu vermeiden, liess Hirn den Dampf zunächst in einen Holzkasten strömen, der concentrisch von einem zweiten grösseren Holzkasten umgeben war. Der Dampf strömte dann nach dem Verlassen der Mündung durch eine weite Oeffnung aus dem inneren in den zweiten, äusseren Holzkasten und erst von hier, wiederum durch eine weite Oeffnung, in die freie Atmosphäre; die Durchlassöffnung im inneren parallelepipedischen Kasten lag in der oberen Wandfläche und die des äusseren Kastens in der unteren.

Es wurde nun mittelst eines Thermometers die Temperatur t_2 des Dampfes im inneren Kasten direct beobachtet und dabei überdies gefunden, dass der Druck p_2 daselbst nur unmerklich

*) Hirn, Exposition analytique et expérimentale de la théorie mécanique de la chaleur. t. I. p. 290. Troisième édition. Paris 1865.

grösser war als der äussere durch das Barometer beobachtete Druck.

Bei Versuchen mit gesättigtem Dampf fand Hirn die nachstehenden Werthe für die Temperaturen t_2, denen die nach Gl. (29) berechneten Werthe beigesetzt sind; dabei sind nur diejenigen Versuche aufgeführt, die Hirn (in der zweiten Auflage seines Buches S. 179) als die zuverlässigeren bezeichnet.

Kesseldampf.

Druck p_1 Atmosphären	Temperatur t_1 (Tabelle 11. Anhang)	Hirn's Versuch t_2	Nach Gl. (29) berechnet t_2
13	192°.08	155°.58	157°.83
11	184.50	152.50	153.21
9	175.77	149.57	147.87
7	165.34	144.10	141.46
5	152.22	138.72	133.34
3	133.91	128.40	121.86

Bei einer zweiten Versuchsreihe liess Hirn den Kesseldampf vor dem Ausströmen zuerst durch einen Ueberhitzungsapparat hindurchgehen.

Ueberhitzter Wasserdampf.

Beobachtet von Hirn.			Berechnet
Druck in Atm.	Temperatur	Temperatur	nach Gl. (29)
$p_1 = 13$	$t_1 = 200^\circ$	$t_2 = 166^\circ$	$t_2 = 165°.75$
13	205	171.5	170.75
13	210	177	175.75
10	208	183	178.36
10	242	223	212.36
8	242	229	216.02
7	244	233	220.12
6	246	237	224.47
5	246	238.5	227.12

Bei hohem Dampfdruck und verhältnissmässig geringer Ueberhitzung findet zwischen den Versuchs- und Rechnungsergebnissen recht befriedigende Uebereinstimmung statt; grössere Abweichungen zeigen sich bei geringerem Dampfdruck im Kessel.

Die Abweichungen, die besonders bei grosser Ueberhitzung

stärker hervortreten, erklären sich vielleicht daraus, dass die Grenzen, innerhalb deren unsere Zustandsgleichung und die angenommenen Constanten derselben gültig sind, schon nahe erreicht oder überschritten wurden: vielleicht sind aber auch die Versuchsresultate Hirn's selbst nicht ganz zuverlässig; denn Hirn macht (a. a. O. p. 392) ausdrücklich darauf aufmerksam, dass die von ihm im ersten (inneren) Holzkasten beobachtete Temperatur t_2 wohl zu gross angegeben sei, weil der daselbst befindliche Dampf auf ziemlich beträchtlicher Strecke mit der äusseren, heissen Oberfläche des metallischen Ausflussrohres in Berührung gekommen sei. Es wäre sehr zu wünschen, wenn ähnliche Versuche, vielleicht auch mit anderen Dampfarten, wiederholt würden.

Würde an Stelle von Dampf atmosphärische Luft oder ein anderes Gas, auf die angegebene Weise gedrosselt, zum Ausfluss gelangen, so wäre in der Zustandsgleichung, also auch in Gl. (29) $C = 0$ zu setzen; es folgt dann $t_2 = t_1$, wonach die Luft nach ihrer Ausbreitung in der Vorlage wieder dieselbe Temperatur zeigen muss, welche sie im Ausflussgefässe selbst besass. Versuche von Joule haben diesen Satz auch hinreichend bestätigt.

Es möge nun dasselbe Problem mit Zugrundelegung von Fig. 29 S. 295 noch unter der Voraussetzung behandelt werden, dass der Dampf im Ausflussgefässe nass sei und zwar die specifische Dampfmenge x_1 betrage; überdies soll zunächst angenommen werden, dass auch nach der Ausbreitung in der Vorlage Flüssigkeit im Dampfe vorhanden sei und die specifische Dampfmenge daselbst x_2 betrage.

Hier hat man in der Grundgleichung (27) S. 296 $J_1 = q_1 + x_1 \varrho_1$; $J_2 = q_2 + x_2 \varrho_2$, sowie $v_1 = x_1 u_1 + \sigma$ und $v_2 = x_2 u_2 + \sigma$ zu substituiren. Man erhält dann

$$x_2 r_2 = q_1 - q_2 + x_1 r_1 + A\sigma(p_1 - p_2)\ , \tag{30}$$

und kann hieraus x_2 berechnen, wenn x_1, sowie der Druck Anfangs und am Ende gegeben ist.

Man erhält hieraus jederzeit $x_2 < x_1$, d. h. mit dem Drosseln ist ein Verdampfen verbunden, wenn die gemachte Voraussetzung zutreffend ist, dass bei dem Uebergange dem Dampfe von aussen her keine Wärme zugeführt wird und ebenso wenig eine Abkühlung stattfindet. Die letztere Voraussetzung ist z. B. bei Dampfmaschinen nicht erfüllt, die mit nassem Dampfe arbeiten;

da der Admissionsdruck immer kleiner als der Kesseldruck ist, so liegt hier in der That eine Drosselung vor, und es müsste daher mit der Admission ein theilweises Verdampfen des mitkommenden Wassers verbunden sein; in Wirklichkeit tritt aber bekanntlich das Gegentheil ein, weil die Cylinderwandungen abkühlend auf den eintretenden Dampf wirken; dieser Umstand wird weiter unten zu besprechen sein.

Sollte sich bei Benutzung von Gl. (30) $x_2 = 1$ herausstellen, so wäre das ein Zeichen, dass der Dampf nach seiner Ausbreitung in der Vorlage gerade trocken gesättigt ist; aus Gl. (30) bestimmt sich dann die zugehörige specifische Dampfmenge x_1 des Kesseldampfes.

Beispiel. Der Kesseldampf habe einen Druck von $p_1 = 10$ Atmosphären und werde derart gedrosselt, dass er in der Vorlage nur noch $p_2 = 1$ Atmosphäre Druck zeigt.

Hier ist nach Tab. 11 des Anhangs

$$q_1 = 182{,}719\,; \quad q_2 = 100{,}500\,; \quad r_1 = 478{,}776\,; \quad r_2 = 536{,}500$$

und überdies findet sich

$$A\,\sigma(p_1 - p_2) = 0{,}219\,.$$

Aus Gl. (30) folgt dann:

$$x_2 = 0{,}1536 + 0{,}8924\,x_1\,.$$

Ist daher für den Kesseldampf $x_1 = 0{,}90$, also in demselben 10% Wasser enthalten, so ergiebt sich für die schliessliche specifische Dampfmenge in der Vorlage $x_2 = 0{,}9568$, also nur noch $4{,}3\%$ Wassergehalt.

Sollte dagegen in der Vorlage der Dampf am Ende gerade trocken gesättigt, also $x_2 = 1$ sein, so folgt die zugehörige specifische Dampfmenge $x_1 = 0{,}9484$.

Wenn endlich der Kesseldampf trocken gesättigt, also $x_1 = 1$, so giebt vorstehende Formel $x_2 = 1{,}046$, was unmöglich und ein Beweis dafür ist, dass der Dampf am Ende überhitzt ist; in diesem Falle verliert Gl. (30) ihre Gültigkeit und es tritt Gl. (29) an deren Stelle; Ueberhitzung findet im vorliegenden Fall statt, wenn überhaupt die specifische Dampfmenge des Kesseldampfes zwischen 0,9484 und 1 liegt.

Ist, wie am Ende des vorstehenden Beispieles angedeutet wurde, der Dampf im Kessel nass, dagegen nach der Ausbreitung in der Vorlage überhitzt, so ist zur Beurtheilung des Vorganges weder Gl. (29) noch Gl. (30) gültig, doch lässt sich Gl. (27) auch für diesen Fall umformen.

Es ist für den Kesseldampf:

$$J_1 = q_1 + x_1\,\varrho_1 = q_1 + \varrho_1 - (1 - x_1)\,\varrho_1$$

zu substituiren: nun war aber allgemein

$$J = q + \varrho = J_0 + \frac{Apv}{\varkappa - 1}$$

(vergl. S. 250), und daher folgt für den Kesseldampf die Dampfwärme auch

$$J_1 = J_0 + \frac{Ap_1 v_1}{\varkappa - 1} - (1 - x_1)\varrho_1 ,$$

während für den überhitzten Dampf in der Vorlage

$$J_2 = J_0 + \frac{Ap_2 v_2}{\varkappa - 1}$$

zu setzen ist; man erhält daher aus Gl. (27)

$$(1 - x_1)\varrho_1 = \frac{A\varkappa}{\varkappa - 1}(p_1 v_1 - p_2 v_2) ,$$

oder, wenn man die Zustandsgleichung des überhitzten Wasserdampfes benutzt und gleichzeitig nach den Gln. (51^a) und (51^b) S. 239

$$\frac{A\varkappa}{\varkappa - 1} = \frac{c_p}{B}$$

substituirt:

$$(1 - x_1)\varrho_1 = c_p\left[t_1 - t_2 - \frac{C}{B}(p_1^n - p_2^n)\right] \cdot \qquad (31)$$

In dieser Gleichung ist nun die Lösung enthalten; sie führt für $x_1 = 1$, wenn also der Kesseldampf trocken oder überhitzt ist, wieder auf Gl. (29); ist dagegen x_1 so klein, dass der Dampf auch nach der Ausbreitung ausserhalb noch nass ist, so giebt die Gleichung für die Temperatur t_2 einen Werth, der kleiner ist, als die Temperatur, welche dem Drucke p_2 im Sättigungszustande entspricht, — ein Zeichen, dass die Gleichung in diesem Falle ihre Bedeutung verliert und Gl. (30) in Anwendung zu bringen ist.

Beispiel. Der Kesseldampf habe wieder einen Druck von $p_1 = 10$ Atmosphären und die specifische Dampfmenge betrage $x_1 = 0{,}96$, der Dampf führe also dem Gewichte nach 4% Wasser mit sich; ist ferner, wie im vorigen Beispiele und wie in dem Beispiele auf S. 297 der Druck ausserhalb nach dem Drosseln eine Atmosphäre, so ergiebt sich nach Gl. (31) unter Benutzung von Tab. 11 des Anhanges und der Zusammenstellung auf S. 240, weil $\varrho_1 = 432{,}775$; $t_1 = 180^\circ{,}31$; $c_p = 0{,}4805$

und $$\frac{C}{B}(p_1{}^n - p_1{}^n) = 29{,}658$$

ist, die Temperatur in der Vorlage

$$t_2 = 114{,}^\circ 62\,;$$

der Dampf ist also um 14°,62 überhitzt.

An die vorstehenden Untersuchungen schliesst sich noch die Betrachtung einer anderen technischen Frage an.

Nach der Ausbreitung des überhitzten Dampfes im Cylinder B (Fig. 29) S. 295 ist die Dampfwärme oder der Wärmeinhalt in der Gewichtseinheit Dampf, verglichen mit einem Kilogramm Wasser von 0°, wie schon auf S. 296 angeschrieben wurde,

$$J_2 = J_0 + \frac{A}{\varkappa - 1} p_2 v_2\,,$$

und da dieser Dampf beim Eintritt in den Cylinder die Arbeit $p_2 v_2$ verrichten musste, so ist die Gesammtwärme λ

$$\lambda = J_2 + A p_2 v_2 = J_0 + \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} A p_2 v_2\,.$$

Ist t_2' die Temperatur des Dampfes vom Druck p_2 im Sättigungszustande, so kann man an Stelle dieser Gleichung auch Gl. (63^d), S. 252 setzen und schreiben

$$\lambda = (606{,}5 + 0{,}305\, t_2') + c_p (t_2 - t_2')\,.$$

Denkt man sich an Stelle des Cylinders A (Fig. 29) einen Dampfkessel, in welchem der Dampf bei constantem Drucke p_1 erzeugt wird, und bezeichnet man die Speisewassertemperatur mit t_0 und die zugehörige Flüssigkeitswärme mit q_0, die in den gewöhnlichen Fällen genau genug durch t_0 ersetzt werden kann, so findet sich die Wärmemenge Q, welche nach Erzeugung von einem Kilogramm Dampf in den Kessel eingetreten sein wird,

$$Q = (606{,}5 + 0{,}305\, t_2' - q_0) + c_p (t_2 - t_2')\,. \qquad (32)$$

Es sei nun weiter der Querschnitt des Rohres D (Fig. 29) an der Einmündung in den Cylinder B mit F bezeichnet, die Temperatur und das specifische Volumen des strömenden Dampfes daselbst seien t und v, und w sei die Strömungsgeschwindigkeit; es folgt dann die Wärmemenge, welche der Strömungsenergie der Gewichtseinheit Dampf entspricht:

$$A\frac{w^2}{2g},$$

und diese Wärmemenge ist es, welche bei der Ausbreitung des Strahles in der Vorlage B zur Erwärmung des Dampfes von t auf t_2 bei constantem Drucke p_2 verwendet wird. Es folgt daher die Beziehung

$$A\frac{w^2}{2g} = c_p(t_2 - t)\,, \tag{33}$$

und, wenn man den aus dieser Gleichung hervorgehenden Werth von t_2 in Gl. (32) substituirt,

$$Q = (606{,}5 + 0{,}305\,t_2' - q_0) + c_p(t - t_2') + A\frac{w^2}{2g}\,. \tag{32a}$$

Werden in dem Dampfkessel in der Secunde G kg Wasser verdampft, so ist

$$Gv = Fw \quad \text{oder auch} \quad Gp_2v = Fp_2w\,,$$

oder, wenn man die Zustandsgleichung für überhitzten Wasserdampf benutzt,

$$Fp_2w = G(BT - Cp_2^n)\,, \tag{34}$$

aus welcher Gleichung sich die Ausflussgeschwindigkeit w berechnet, deren Werth dann in Gl. (32a) zu benutzen ist.

Vorstehende Entwickelung erläutert die Versuchsmethode, welche in neuerer Zeit Lewicki*) angewendet hat, um die Wärmemenge zu ermitteln, welche bei einem Dampfkessel zur Erzeugung von einem Kilogramm Dampf verbraucht wurde, — oder, da das Gewicht G der Speisewassermenge pro Secunde beobachtet wurde, um die Wärmemenge zu bestimmen, die in der Secunde wirklich in den Kessel eingeführt wurde.

Lewicki liess den erzeugten Dampf nicht nach der Dampfmaschine gehen, sondern unter starker Drosselung mittelst des Absperrventiles durch ein 8 m langes und 120 mm weites Rohr direct ins Freie strömen. Dabei hatte man sich aber überzeugt, dass an der Mündung wirklich der atmosphärische Druck vorlag und der Dampfstrahl von der Mündung an auf längere Erstreckung hin vollständig durchsichtig war, ein Beweis, dass er entweder trocken

*) Lewicki, »Untersuchung eines Pauck'schen Flammrohrkessels«. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 31. 1887. S. 974.

gesättigt oder überhitzt war. Da der Dampf ins Freie strömt, so ist der Druck $p_1 = 10333$ kg (1 Atmosphäre) und die zugehörige Sättigungstemperatur $t_2' = 100°$; beobachtet wurde die Speisewassermenge G kg in der Secunde und die Temperatur t des Dampfstrahles in der Mündung des Abflussrohres.

Beispiel. Bei einem Versuche an einem Pauck'schen Kessel wurden in 8 Stunden = 480 Minuten 21252 kg Speisewasser mit einer Temperatur von $t_0 = 38{,}9°$ in den Kessel geführt; es betrug also das Gewicht G des in der Secunde zum Ausfluss gelangenden Dampfes $G = 0{,}7379$ kg. Der Durchmesser des Ausflussrohres war 120 mm, daher dessen Querschnitt $F = 0{,}01131$ Quadratmeter. Die Temperatur des Dampfes in der Mündung wurde zu $t = 122°$ beobachtet; es ergiebt sich daher nach Gl. (34) die Ausflussgeschwindigkeit

$$w = 114{,}76 \text{ Meter und hiernach } A\frac{w^2}{2g} = 1{,}58 \text{ Calorien.}$$

Weiter ergiebt sich wegen $q_0 = 39{,}10$ nach Gl. (32ᵃ)

$$Q = 649{,}15$$

pro 1 kg Dampf oder, die Wärmemenge, welche in den Kessel getreten war, auf die Secunde bezogen:

$$GQ = 479{,}01 \text{ Calorien.}$$

Nach der Ausbreitung des Dampfstrahles ausserhalb der Mündung würde die Temperatur t_2 sich nach Gl. (33) zu $t_2 = 125{,}^\circ 29$ ergeben haben, wenn die äussere atmosphärische Luft nicht allmählich abkühlend auf den Dampf eingewirkt hätte; doch kommt diese Frage bei dem Zwecke der besprochenen Versuchsmethode nicht weiter in Betracht.

Im Uebrigen betrug bei diesem Versuche der Druck im Dampfkessel $p_1 = 3{,}66$ Atmosphären, was der Temperatur $t_1' = 140{,}^\circ 71$ entspricht; würde dieser Dampf auf dem in Fig. 29 S. 295 dargestellten Wege auf den Druck von einer Atmosphäre übergegangen und trocken gesättigt gewesen sein, so würde sich nach Gl. (29) S. 297 die Temperatur t_2 am Ende der Ausbreitung $t_2 = 126{,}^\circ 11$, also mit dem vorhin gefundenen Werthe nahe übereinstimmend, ergeben. Es ist daraus zu schliessen, dass bei diesem Versuchskessel der Dampf nahezu trocken gewesen sein muss, dann aber auch, dass die Messung der Temperatur t des Dampfstrahles in der Mündung mittelst gewöhnlicher Thermometer mit für vorliegenden Zweck hinreichender Genauigkeit erfolgen kann; man wird nur ein hinreichend weites Abflussrohr anzuwenden haben. Die besprochene Versuchsmethode wird natürlich unbrauchbar, wenn der ausströmende Dampf an der Mündung nass erscheint.

C. Ueber das Verhalten von Mischungen.

a. Mischungen von atmosphärischer Luft und Wasserdampf.

§ 38. Verhalten der Mischung von Luft und nassem Dampf im Allgemeinen.

Die thermodynamische Untersuchung des Verhaltens einer Mischung von Gas und Dampf, im Besonderen von atmosphärischer Luft und Wasserdampf ist in der Meteorologie von hoher Bedeutung, doch kommen auch in der Technik Fälle vor, die in vorliegender Schrift eine nähere Betrachtung der hier auftretenden Vorgänge gerechtfertigt erscheinen lassen. Die Ueberführung von Luft aus niedriger zu hoher Pressung in den Compressionspumpen findet meist unter Einspritzen von Wasser statt. Wiederholt ist auch der Gedanke verfolgt worden, bei Dampfmaschinen nicht reinen Dampf, sondern Dampf im Verein mit comprimirter Luft in Anwendung zu bringen. Von besonderer Wichtigkeit ist aber die Frage in der Theorie der offenen Kaltluftmaschinen; die der gewöhnlichen atmosphärischen Luft beigemischten Wasserdämpfe sind bei den Vorgängen in den Luftmaschinen von erheblichem Einfluss, ist ja die bei der Expansion stattfindende Schneebildung ein schwer wiegender Uebelstand, der bis jetzt bei den praktischen Ausführungen nur theilweise und nur mit Opfern, nämlich unter Herabsetzung des Wirkungsgrades der Maschine, beseitigt werden konnte.

Bei den folgenden Untersuchungen, in welchen nur die Mischungen von atmosphärischer Luft mit Wasserdampf Betrachtung finden sollen, sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem der der Luft beigemischte Dampf gesättigt oder überhitzt ist; der erste Fall liegt immer vor, wenn neben dem Dampfe auch noch Wasser in flüssigem Zustande vorhanden ist, und dieser Fall möge zuerst behandelt werden; doch möge gleich im Voraus bemerkt werden, dass die vorhandene Wassermenge durchgängig als nicht beträchtlich angenommen werden soll, um jene Luftmenge in den Rechnungen unbeachtet lassen zu können, welche vom Wasser absorbirt ist.

Man denke sich nun, der Raum V enthalte G_1 kg Luft und G_2 kg Wasser und Dampf, die gemeinschaftliche Temperatur sei

T, der Druck der Luft sei p' und der des Dampfes p'', dann folgt der Gesammtdruck der Mischung:

$$p = p' + p'' \,. \tag{1}$$

Nach der Zustandsgleichung der Luft ist, wenn im Folgenden die Constante $B = 29{,}269$ mit B_1 bezeichnet wird:

$$G_1 B_1 T = Vp' \,, \tag{2}$$

und für die vorhandene Mischung von Dampf und Wasser oder, wie der Kürze halber gesagt werden soll, für den nassen Dampf gilt die Beziehung

$$G_2 (xu + \sigma) = V \,, \tag{3}$$

wobei x die specifische Dampfmenge darstellt; es wird also angenommen, es seien im Raume V an Dampf $G_2 x$ kg und an Wasser $G_2 (1 - x)$ kg vorhanden; der Werth u entspricht der Temperatur t oder dem Drucke p''.

Bei einer unendlich kleinen Zustandsänderung ist nun die in Arbeit verwandelte Wärmemenge in Berücksichtigung von Gl. (2) und (3) für die Luft:

$$AdL' = Ap'dV = G_1 AB_1 T \frac{dV}{V} \,, \tag{4}$$

und für den nassen Dampf

$$AdL'' = G_2 Ap'' d(xu) \,,$$

oder

$$AdL'' = G_2 \left[d(Ap''ux) - Axu \frac{dp''}{dt} dt \right] .$$

Setzt man hier $Ap''u = r - \varrho$ und benutzt man im zweiten Gliede die Clapeyron'sche Gleichung (S. 29), so folgt nach einfacher Umformung

$$AdL'' = G_2 \left[Td\left(\frac{xr}{T}\right) - d(x\varrho) \right] . \tag{5}$$

Die Summe der Gln. (4) und (5) giebt dann für die ganze Mischung die in Arbeit verwandelte Wärmemenge:

$$AdL = G_1 AB_1 T \frac{dV}{V} + G_2 \left[Td\left(\frac{xr}{T}\right) - d(x\varrho) \right] . \tag{6}$$

Dagegen findet sich die in Wärmeeinheiten gemessene Veränderung der inneren Arbeit für die Luft (Bd. I S. 126)

$$AdU' = c_v G_1 dT\,, \tag{7}$$

wobei c_v die specifische Wärme der Luft bei constantem Volumen bedeutet ($c_v = 0{,}1685$). Weiter folgt für den nassen Dampf (S. 47):

$$AdU'' = G_2 (dq + d(x\varrho))\,. \tag{8}$$

Durch Addition von Gl. (7) und (8) ergiebt sich dann für die Veränderung dU der inneren Arbeit der ganzen Mischung:

$$AdU = G_1 c_v dT + G_2 [dq + d(x\varrho)]\,, \tag{9}$$

ein Ausdruck, der integrabel ist.

Addirt man ferner die Gln. (6) und (9), indem man zugleich von der Beziehung $AB = c_v(\varkappa - 1)$ Gebrauch macht (Bd. I S. 115), so ergiebt sich die Wärmemenge dQ, welche der ganzen Mischung bei dieser Zustandsänderung zuzuführen ist,

$$dQ = c_v G_1 \left[dT + (\varkappa - 1)\, T \frac{dV}{V}\right] + G_2 \left[dq + Td\left(\frac{xr}{T}\right)\right]\cdot \tag{10}$$

Das erste Glied der rechten Seite ist die Wärmemenge, welche die vorhandene Luft fordert (vergl. Bd. I, S. 127 Gl. 53[d]), das zweite Glied giebt die Wärmemenge, welche vom nassen Dampfe aufgenommen wird (vergl. S. 52). Beide Glieder lassen sich nach den Darlegungen an den angezogenen Stellen in verschiedene andere Formen überführen, was hier unterlassen werden soll, doch möge wiederholt bemerkt werden, dass die vorstehenden Formeln nur so lange Gültigkeit haben, als während der Zustandsänderungen $x \leqq 1$ ist; sollte man bei den Rechnungen für den Endzustand auf einen Werth $x > 1$ geführt werden, so wäre das ein Zeichen, dass das Anfangs vorhandene Wasser verschwunden und der Dampf in den überhitzten Zustand übergegangen ist; ein Fall, der erst unten näherer Betrachtung unterzogen werden soll. Dividirt man Gl. (10) auf beiden Seiten durch AT, so erhält man einen integrablen Ausdruck; die Integration giebt das Wärmegewicht P der Mischung und zwar erhält man, wenn die Anfangswerthe aller variabeln Grössen mit dem Index 1 bezeichnet werden (vergl. Bd. I, S. 128 und diesen Band S. 54)

$$A(P - P_1) = c_v G_1 \operatorname{logn} \frac{T}{T_1}\left(\frac{V}{V_1}\right)^{\varkappa - 1} + G_2\left[\tau - \tau_1 + \frac{xr}{T} - \frac{x_1 r_1}{T_1}\right]\cdot \tag{11}$$

Setzt man die specifische Wärme c des Wassers im Mittel constant, was innerhalb nicht zu weiter Temperaturgrenzen gestattet ist, so findet sich wegen der Bedeutung von τ (S. 52):

$$A(P-P_1) = (c_v G_1 + c G_2) \operatorname{logn} \frac{T}{T_1} + G_1 A B_1 \operatorname{logn} \frac{V}{V_1} + G_2 \left[\frac{xr}{T} - \frac{x_1 r_1}{T_1}\right]. \quad (11^a)$$

Auch diese Gleichungen können noch in verschiedene Formen gebracht werden, doch werden die entsprechenden Umformungen besser bei der Behandlung bestimmter Probleme vorgenommen.

§ 39. Isothermische Zustandsänderung der Mischung von Luft und nassem Dampf.

Hier ist die Temperatur T in jedem Augenblicke der Zustandsänderung gleich der Anfangstemperatur T_1 und daher der Druck p'' des vorhandenen Dampfes constant, also $p'' = p_1''$, $u = u_1$ u. s. w.

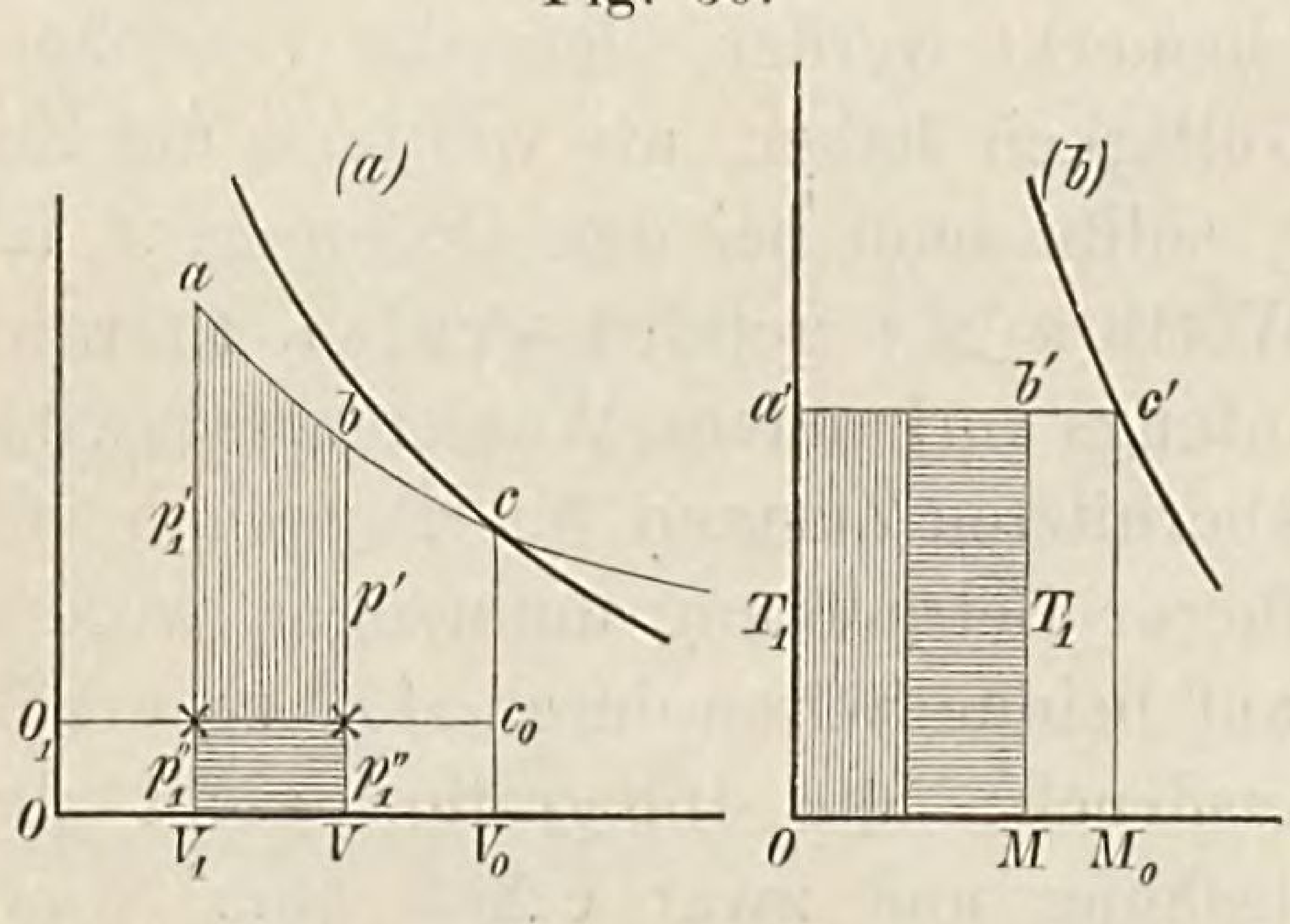
Dagegen findet sich der Druck der Luft aus Gl. (2) durch

$$Vp' = G_1 B_1 T_1 = V_1 p_1' \quad (12)$$

und daher der ganze Druck der Mischung

$$p = \frac{G_1 B_1 T_1}{V} + p_1'' = \frac{V_1 p_1'}{p'} + p_1''. \quad (13)$$

Fig. 30.



Trägt man in Fig. 30[a] das Volumen V als Abscisse und den Druck $p = p'' + p'$ als Ordinate auf, so ergiebt sich für den Verlauf der Isothermen eine gleichseitige Hyperbel; die eine Asymptote derselben ist die Ordinatenaxe, die andere die durch O_1 zur Abscissenaxe parallel gehende Gerade.

Ist x_1 die specifische Dampfmenge beim Volumen V_1, so findet sich der entsprechende Werth x beim Volumen V durch Gl. (3) aus

$$G_2(x u_1 + \sigma) = V \quad (14)$$

oder aus

$$\frac{xu_1 + \sigma}{x_1 u_1 + \sigma} = \frac{V_1}{V}, \tag{14^a}$$

oder endlich, da man das specifische Volumen σ des Wassers in den meisten Fällen vernachlässigen kann,

$$x = \frac{V}{V_1} x_1 . \tag{14^b}$$

Mit der isothermischen Expansion ist also Verdampfen verbunden, umgekehrt mit der Compression Dampfcondensation.

Bei einem gewissen Werthe $V = V_0$ erreicht bei der isothermischen Expansion die isothermische Curve den Punkt c (Fig. 30[a]), bei welchem $x = 1$ geworden ist, bei weiterer Expansion würde der Dampf in den überhitzten Zustand übergehen; der Punkt c ist daher ein Punkt einer Grenzcurve; seine Abscisse ist nach Gl. (14)

$$V_0 = G_2 (u_1 + \sigma) , \tag{15}$$

und die Ordinate besteht aus zwei Theilen; der untere entspricht dem Sättigungsdrucke p_1'' des Dampfes bei der Temperatur T_1, ist also sogleich der Dampftabelle zu entnehmen; der obere Theil $c_0 c$ entspricht dem zugehörigen Drucke p_0' der anwesenden Luft und findet sich aus Gl. (2)

$$p_0' = \frac{G_1 B_1 T_1}{V_0} . \tag{16}$$

Es ist daher die Ordinate p_0 des Punktes c der Grenzcurve:

$$p_0 = \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{B_1 T_1}{(u_1 + \sigma)} + p_1'' . \tag{17}$$

Es entspricht also einem bestimmten Mischungsverhältniss:

$$m = \frac{G_2}{G_1} = \frac{\text{Dampf- und Wassergewicht}}{\text{Luftgewicht}}$$

auch eine bestimmte Grenzcurve. Ist keine Luft vorhanden, also $G_1 = 0$, so geht die Grenzcurve durch den Punkt c_0 und ist unter der Voraussetzung $G_2 = 1$ identisch mit derjenigen, welche früher bei der Untersuchung des Wasserdampfes ausführlich besprochen worden ist.

Es giebt daher für die angenommenen Mischungen unendlich

viele Grenzcurven, und die, einem bestimmten Mischungsverhältniss entsprechende Grenzcurve lässt sich nach den vorstehenden Angaben mit Leichtigkeit graphisch vor Augen führen.

Ist für ein gegebenes Mischungsverhältniss die Curve dargestellt (in Fig. 30[a] stark ausgezogen), so müssen alle Zustandsänderungen innerhalb des Verlaufes der Grenzcurve stattfinden, wenn die oben entwickelten Gleichungen ihre Gültigkeit behalten sollen. Die Grenzcurve erscheint um so weiter nach oben verschoben, je mehr Luft in der Mischung enthalten ist.

Zurückkehrend zu der Betrachtung der isothermischen Zustandsänderung bestimmt sich nun zunächst die Arbeit L, welche bei der Expansion auf der Curve ab (Fig. 30[a]) gewonnen wird, aus Gl. (6), weil die der Temperatur $T = T_1$ entsprechenden Grössen r und ϱ ebenfalls constant erscheinen, nach einiger Reduction

$$L = V_1 p_1' \operatorname{logn} \frac{V}{V_1} + p_1'' (V - V_1) , \qquad (18)$$

welche Gleichung auch direct aus Fig. 30[a] abgeleitet werden kann. Die beiden schraffirten Flächen der Figur repräsentiren die beiden Glieder der rechten Seite der Gleichung.

Die Wärmemenge Q, welche hierbei von aussen zugeführt werden muss, findet sich aus Gl. (10)

$$Q = c_v G_1 (\varkappa - 1) T_1 \operatorname{logn} \frac{V}{V_1} + G_2 r_1 (x - x_1) ; \qquad (19)$$

oder auch

$$Q = A V_1 p_1' \operatorname{logn} \frac{V}{V_1} + \frac{r_1}{u_1} (V - V_1) . \qquad (19^a)$$

Endlich findet sich nach Gl. (11) das Wärmegewicht P durch

$$A (P - P_1) = c_v (\varkappa - 1) G_1 \operatorname{logn} \frac{V}{V_1} + G_2 \frac{r_1}{T_1} (x - x_1) , \qquad (20)$$

oder nach einfacher Umformung unter Benutzung von Gl. (3) und wenn man, was insbesondere bei niedriger Temperatur, wie sie bei meteorologischen Anwendungen vorliegt, gestattet ist, $\sigma = 0$ setzt,

$$P - P_1 = B G_1 \operatorname{logn} \frac{x}{x_1} + G_2 \frac{r_1}{A T_1} (x - x_1) . \qquad (20^a)$$

Trägt man in Fig. 30[b] als Abscisse den Werth $OM = P - P_1$

und als Ordinate T_1 auf, so ergiebt die Horizontale $a'b'$ die Abbildung der isothermischen Curve ab, und der schraffirte Flächeninhalt repräsentirt nach früheren Darlegungen den Werth $Q : A$, d. h. die zugeführte Wärme in Arbeitseinheiten gemessen. Die angedeutete Theilung der schraffirten Fläche soll die beiden Glieder auf der rechten Seite der Gl. (20) darstellen.

Setzt man in Gl. (20[a]) $x = 1$, so erhält man in Fig. 30[b] den Werth OM_0 als Abscisse der Abbildung des Schnittpunktes c' der isothermischen Curve mit der entsprechenden Grenzcurve.

Die durch den Punkt c' gehende Curve soll die Abbildung der entsprechenden Grenzcurve andeuten; um den Verlauf der Grenzcurve für verschiedene Mischungsverhältnisse $m = \frac{G_2}{G_1}$ zu vergleichen, wird man mittelst dieses Verhältnisses und der Beziehung $G_1 + G_2 = 1$ die Curve auf die Gewichtseinheit Mischung beziehen; man erhält dann das entsprechende Luftgewicht bez. das Gewicht von Wasser und Dampf:

$$G_1 = \frac{1}{1+m} \quad \text{und} \quad G_2 = \frac{m}{1+m}\,, \tag{21}$$

und dann, wenn man den Druck und das specifische Volumen des trocken gesättigten Wasserdampfes bei der Sättigungstemperatur T wie früher einfach mit p und s bezeichnet, dagegen die Coordinaten des betreffenden Punktes der dem Mischungsverhältnisse m entsprechenden Grenzcurve mit p_0 und v_0, nach den Gln. (17) und (15)

$$p_0 = \frac{B_1 T}{m s} + p \quad \text{und} \quad v_0 = \frac{m s}{1+m}\,. \tag{22}$$

Ist daher die Grenzcurve für trocken gesättigten Wasserdampf, für deren Gleichung übrigens auf S. 36 die Näherungsform $p s^\nu = D$ gegeben wurde, gezeichnet, so lassen sich andere, dem Mischungsverhältniss m entsprechende Grenzcurven leicht graphisch darstellen, worauf unten zurückzukommen sein wird. Benutzt man die Beziehungen (21) in den oben entwickelten Gleichungen (1) bis (20), so gelten dieselben dann für die Gewichtseinheit Mischung; wollte man sie dagegen auf die Gewichtseinheit Luft beziehen, so wäre $G_1 = 1$ und $G_2 = m$ zu substituiren.

Beispiel. Es sei ein Cubikmeter Mischung gegeben ($V_1 = 1$) von der Temperatur $t_1 = 20^\circ$ und dem mittleren atmosphärischen Druck $p_1 = 760$ Millimeter Quecksilber. Die Mischung soll auf $\frac{V}{V_1} = \frac{1}{5}$ bei constanter Temperatur comprimirt und der Endzustand, die aufzuwendende Arbeit L und die abzuleitende Wärmemenge Q ermittelt werden.

Voraussetzung 1. Es sei die Luft Anfangs gerade mit Wasserdampf gesättigt, also kein Wasser vorhanden.

Hier ist nach der Dampftabelle bei $t_1 = 20^\circ$ der Dampfdruck $p_1'' = 17,39$ mm und der Luftdruck $p_1' = p_1 - p_1'' = 742,61$ mm oder in Kilogrammen auf das Quadratmeter gerechnet:

$$p_1 = 10\,333 \text{ kg}\,; \quad p_1'' = 236,4 \text{ kg}\,; \quad p_1' = 10\,096,6 \text{ kg}\,.$$

Das vorhandene Luftgewicht G_1 bestimmt sich aus Gl. (2) wegen $B_1 = 29,269$ durch

$$G_1 B_1 T = V_1 p_1' \qquad G_1 = 1,1773 \text{ kg}$$

und das vorhandene Dampfgewicht aus Gl. (3), da nach Tabelle 1[b] des Anhanges $u_1 = 58,720$ ist, durch

$$G_2 = \frac{V_1}{x_1 u_1 + \sigma} \qquad G_2 = 0,0170 \text{ kg}$$

und daher das Mischungsverhältniss:

$$m = \frac{G_2}{G_1} = 0,01446\,.$$

Es ist nun die specifische Dampfmenge x am Ende der Compression nach Gl. (14[b]) $x = 0,2$. Die Compressionsarbeit bestimmt sich nach Gl. (18)

$$L = 16\,249,7 + 189,1 = 16\,438,8 \text{ mkg}$$

und die zu entziehende Wärmemenge nach Gl. (19[a])

$$Q = 38,771 + 8,072 = 46,843 \text{ Cal.}$$

Voraussetzung 2. Ist dagegen im Anfange Luft, Dampf und Wasser vorhanden gewesen (durch Einspritzen von Wasser vor der Compression) und zwar das Mischungsverhältniss $m = 1$ vorauszusetzen, so ist das Luftgewicht, wie vorhin, $G_1 = 1,1773$ kg; die specifische Dampfmenge im Anfange folgt aus der Beziehung $G_2 = G_1 = \frac{V_1}{x_1 u_1 + \sigma}$

$$x_1 = 0,01446 \text{ kg}$$

und daher nach Gl. (14[b]) der entsprechende Werth am Ende

$$x = 0,00289 \text{ kg}.$$

Die Arbeit der Compression und die abzuleitende Wärme finden sich nach den Gln. (18) und (19[a]) genau wie im vorigen Falle.

Im Uebrigen findet sich in beiden Fällen der Druck am Ende der Compression nach Gl. (13)

$$p = 5p' + p_1'' = 3730,44 \text{ mm} = 4,908 \text{ Atmosphären.}$$

Für trocken gesättigten Dampf von $t_1 = 20^\circ$ Temperatur sind die Coordinaten des entsprechenden Punktes der Grenzcurve nach Tab. 1[b] des Anhanges

$$p = 236{,}4 \text{ kg und } v_0 = s = 58{,}721 .$$

Unter der Voraussetzung 1 (für das Mischungsverhältniss $m = 0{,}01446$) finden sich die Coordinaten des entsprechenden Punktes der Grenzcurve nach Gl. (22) für die Gewichtseinheit Mischung:

$$p_0 = 10\,336{,}3 \text{ kg} \quad \text{und} \quad v_0 = 0{,}8370 .$$

Unter der Voraussetzung 2 (für $m = 1$) dagegen:

$$p_0 = 382{,}4 \quad \text{und} \quad v_0 = 29{,}361 .$$

Voraussetzung 3. Es sei im Anfange die Luft trocken ohne Beimischung von Dampf und Wasser. Hier ergiebt sich nach den Sätzen über die Isotherme der Gase (Bd. I S. 133) der Enddruck der Compression $p = 5$ Atmosphären, die Arbeit durch

$$L = V_1 p_1 \operatorname{logn} \frac{V}{V_1} = 16\,630{,}3 \text{ mkg},$$

und die abzuleitende Wärmemenge

$$Q = AL = 39{,}222 \text{ Cal.}$$

§ 40. Isothermische Zustandsänderung von Luft, Dampf, Wasser und Eis.

Ein wichtiger Specialfall isothermischer Zustandsänderung, welcher näher hervorgehoben zu werden verdient, ist der, welcher bei 0° Temperatur, d. h. beim Gefrierpunkte des Wassers, vorliegt; hier kann neben dem flüssigen Wasser auch festes Wasser oder Eis vorhanden sein. Denkt man also an ein Gemisch von G_1 kg Luft mit G_2 kg Dampf, Wasser und Eis, so bleibt für jede Zustandsänderung (Expansion oder Compression) die Temperatur $= 0^\circ$, also constant, so lange neben Wasser noch Eis vorliegt, und Temperaturänderungen nach der einen oder anderen Seite finden erst statt, sobald alles Eis geschmolzen oder alles Wasser gefroren ist. Sei nun in einem Moment der Zustandsänderung x die specifische Dampfmenge, y die specifische Eismenge, so enthält die Mischung dem Gewichte nach: $G_2 x$ Dampf, $G_2 y$ Eis und $G_2(1 - x - y)$ Wasser.

Setzt man Expansion voraus, so ist die Wärmemenge, welche bei constanter Temperatur der Luft mitzutheilen ist:

$$G_1 A B_1 T \frac{dV}{V} ,$$

wenn dieselben Bezeichnungen benutzt werden, wie in § 39.

Die Wärmemenge, welche zum Verdampfen verbraucht wird, ist:

$$G_2 r dx ,$$

und die Wärmemenge für die Eisbildung

$$-G_2 r_e dy ,$$

wobei r_e die latente Wärme oder die Schmelzwärme des Eises ist, also $r_e = 79$ Cal.

Die Grössen T und r sind constant und zwar ist $T = 273$ und $r = 606{,}5$ zu setzen.

Das Volumen V ergiebt sich mit hinreichender Genauigkeit durch die Beziehung

$$V = G_2 x u , \tag{23}$$

wobei $u = 210{,}66$ zu setzen ist (Tab. 1[b] Anhang). Hiernach folgt die der Mischung mitzutheilende Wärmemenge:

$$dQ = G_1 A B_1 T \frac{dx}{x} + G_2 (r dx - r_e dy) , \tag{24}$$

und daher durch Integriren, wenn die Anfangswerthe mit dem Index 1 bezeichnet werden,

$$Q = G_1 A B_1 T \operatorname{logn} \frac{x}{x_1} + G_2 [r(x - x_1) - r_e(y - y_1)] . \tag{25}$$

Dividirt man Gl. (24) auf beiden Seiten durch AT, so erhält man das Differential des Wärmegewichtes und durch Integration:

$$P - P_1 = G_1 A B_1 \operatorname{logn} \frac{x}{x_1} + G_2 \left[\frac{r}{T}(x - x_1) - \frac{r_e}{T}(y - y_1) \right] . \tag{26}$$

Ist in einem bestimmten Falle die specifische Dampfmenge x_1 im Anfange gegeben, ebenso die specifische Eismenge y_1, und ist die Wärmemenge Q, welche zugeführt wurde, als Function von x oder V oder p bekannt, so berechnet sich für eine willkürlich angenommene Dampfmenge x aus Gl. (25) die specifische Eismenge y am Ende.

Das Anfangsvolumen V_1 bestimmt sich aus Gl. (23)

$$V_1 = G_2 x_1 u , \tag{23a}$$

und dann das Endvolumen durch

$$\frac{V}{V_1} = \frac{x}{x_1} . \tag{27}$$

Der Anfangsdruck der Luft bestimmt sich nach Gl. (2) aus

$$V_1 p_1' = G_1 B_1 T\,,$$

und deren Enddruck p' durch:

$$\frac{p'}{p_1'} = \frac{V_1}{V} = \frac{x_1}{x}\,. \tag{28}$$

Der Dampfdruck ist constant:

$$p'' = p_1'' = 4{,}600 \text{ mm Quecksilber}\,,$$

oder 62,5 kg pro Quadratmeter.

Der Gesammtdruck ist daher im Anfang $p_1' + p_1'' = p_1$ und am Ende $p' + p_1'' = p$; es lässt sich demnach die Expansionscurve darstellen; ihre Abbildung findet sich, wenn man sich den aus Gl. (26) bestimmten Werth von P bei willkürlicher Annahme von P_1 als Abscisse und die Temperatur $T = 273$ als Ordinate aufgetragen denkt; sie erscheint daher als bestimmt begrenzte gerade horizontale Linie.

Das Problem spielt bei meteorologischen Fragen eine wichtige Rolle (Hagelbildung); nur vereinfacht sich die Sache dort dadurch, dass man zugleich adiabatische Zustandsänderung voraussetzen kann. Es ist dann in Gl. (25) $Q = 0$ und in Gl. (26) $P = P_1$ zu setzen; beide Gleichungen werden identisch, und man erhält aus Gl. (26):

$$G_1 A B_1 \operatorname{logn} \frac{x}{x_1} = G_2 \left[\frac{r_e}{T}(y - y_1) - \frac{r}{T}(x - x_1)\right]. \tag{26^a}$$

Die zugehörigen Gleichungen (23), (23^a), (27) und (28) bleiben ungeändert.

Da hier adiabatisch-isothermische Zustandsänderung vorliegt, so ist für die Abbildung der Druckcurve sowohl die Abscisse, wie die Ordinate constant, die Abbildung reducirt sich daher auf einen Punkt.

Die Verbindung der angezogenen Gleichungen liefert übrigens an Stelle von Gl. (26^a) auch:

$$G_1 A B_1 T \operatorname{logn} \frac{p_1'}{p'} = G_2 \left[r_e(y - y_1) - r x_1 \left(\frac{p_1'}{p'} - 1\right)\right]. \tag{26^b}$$

Mit Hülfe dieser Gleichung kann man aus der Veränderung des Luftdruckes die Zunahme $G_2(y - y_1)$ des vorhandenen Eises bestimmen.

Substituirt man in Gl. (26[a]) die der Temperatur $t = 0^0$ entsprechenden Werthe von T, r_e und r, so findet sich auch:

$$0{,}2385\, G_1 \operatorname{logn} \frac{x}{x_1} = G_2 \left[(y - y_1) - 7{,}677\, x_1 \left(\frac{x_1}{x} - 1 \right) \right] \cdot \qquad (26^c)$$

Beispiel. Es liege eine Mischung von Luft, Dampf und Wasser von 0° Temperatur und mittlerer atmosphärischer Pressung $p_1 = 10\,333$ kg vor; es sei also anfänglich kein Eis vorhanden, demnach $y_1 = 0$. Der Dampfdruck ist daher $p_1'' = 62{,}5$ kg und der Luftdruck $p_1' = p_1 - p_1'' = 10\,270{,}5$ kg.

Ist x_1 die specifische Dampfmenge im Anfange, so ist das Anfangsvolumen nach Gln. (3) und (2)

$$V_1 = G_2 x_1 u \quad \text{und} \quad V_1 (p_1 - p_1'') = G_1 B_1 T,$$

und daher folgt durch Gleichsetzen das Mischungsverhältniss

$$m = \frac{G_2}{G_1} = \frac{B\,T}{x_1\, u\,(p_1 - p_1'')} \cdot$$

Substituirt man die der Temperatur von 0° entsprechenden Werthe $T = 273^\circ$ und $u = 210{,}66$ (Tab. 1[b] Anhang) sowie die vorhin gegebenen Pressungen, so findet sich:

$$m = \frac{G_2}{G_1} = \frac{0{,}00369}{x_1} \cdot$$

War im Anfange kein Wasser, sondern nur Dampf im Sättigungszustande vorhanden, so ist $x_1 = 1$ und das Mischungsverhältniss $m = 0{,}00369$.

Es möge nun aber im vorliegenden Falle die anfängliche specifische Dampfmenge zu $x_1 = 0{,}100$, also $0{,}1\, G_2$ kg Dampf und $0{,}9\, G_2$ kg Wasser vorausgesetzt und angenommen werden, dass die Expansion soweit fortgesetzt wurde, bis alles vorhandene Wasser in Eis verwandelt ist. Es ist daher die schliessliche Wassermenge

$$G_2 (1 - x - y) = 0\,,$$

oder die Eismenge $G_2 y = G_2 (1 - x)$ und nach oben stehendem Werthe von m das vorausgesetzte Mischungsverhältniss $m = 0{,}0369$. Unter diesen Voraussetzungen berechnet sich nun wegen $y_1 = 0$ aus Gl. (26[c]) durch Probiren die specifische Dampfmenge am Ende $x = 0{,}129$ und die specifische Eismenge $y = 0{,}871$.

Das Expansionsverhältniss folgt

$$\frac{V}{V_1} = \frac{x}{x_1} = 1{,}29\,;$$

der Luftdruck am Ende bestimmt sich aus

$$\frac{p'}{p_1'} = \frac{V_1}{V} \quad \text{zu} \quad p' = 7961{,}6 \text{ kg} = 585{,}6 \text{ mm}\,.$$

Der Gesammtdruck, der im Anfange 760 mm betrug, ist demnach am Ende: 590,2 mm Quecksilbersäule.

§ 41. Adiabatische Zustandsänderung der Mischung von Luft und nassem Dampf.

Die adiabatische Expansion feuchter Luft ist zum speciellen Zweck der Untersuchung meteorologischer Fragen schon mehrfach von Andern der Betrachtung unterworfen worden*).

Ist, wie in § 38 angenommen wurde,

	im Anfang	am Ende
der Druck der Luft	p_1' ;	p'
der Druck des Wasserdampfes	p_1'' ;	p''
der Druck der Mischung	$p_1 = p_1' + p_1''$;	$p = p' + p''$
das Volumen	V_1 ;	V
die specifische Dampfmenge	x_1 ;	x
die Temperatur	t_1 ;	t

so ergiebt die Verbindung der Gln. (2) und (3) S. 306, wenn man den sehr kleinen Werth σ vernachlässigt, das Mischungsverhältniss:

$$m = \frac{G_2}{G_1} = \frac{B_1 T_1}{p_1' x_1 u_1}, \tag{29}$$

oder auch

$$m = \frac{G_2}{G_1} = \frac{B_1 T}{p' x u}, \tag{29a}$$

und durch Gleichsetzen folgt:

$$\frac{xu}{x_1 u_1} = \frac{V_1}{V} = \frac{p_1'}{p'} \frac{T}{T_1}. \tag{30}$$

Für adiabatische Zustandsänderung ist aber das Wärmegewicht constant; setzt man daher in Gl. (11) S. 307 $P = P_1$, so folgt als Grundgleichung:

*) Die erste derartige Untersuchung mit Hülfe der Gleichungen der Thermodynamik hat Th. Reye angestellt: »Ueber verticale Luftströme in der Atmosphäre«. (Zeitschrift für Mathematik und Physik. 9. Jahrgang. 1864. S. 250.) In neuerer Zeit sind speciell auf diese Fragen eingegangen:

Hertz, »Graphische Methode zur Bestimmung der adiabatischen Zustandsänderungen feuchter Luft«. Meteorologische Zeitschrift von Köppen. Jahrg. I. 1884.

von Bezold, »Zur Thermodynamik der Atmosphäre«. Sitzungsberichte der K. preuss. Akademie der Wissenschaften. 1888. XXI und XLVI.

$$0 = c_v G_1 \operatorname{logn} \frac{T}{T_1} \left(\frac{xu}{x_1 u_1} \right)^{\varkappa - 1} + G_2 \left[\tau - \tau_1 + \frac{xr}{T} - \frac{x_1 r_1}{T_1} \right]. \quad (31)$$

Hieraus findet sich für die Rechnung bequemer, wenn man die Beziehung $c_v(\varkappa - 1) = AB_1$ beachtet, Gl. (30) benutzt und das Mischungsverhältniss m einsetzt:

$$0 = c_v \operatorname{logn} \frac{T}{T_1} + AB_1 \operatorname{logn} \frac{V}{V_1} + m \left[\tau - \tau_1 + x_1 u_1 \left(\frac{r}{uT} \frac{V}{V_1} - \frac{r_1}{u_1 T_1} \right) \right]. \quad (31^a)$$

Mit Hülfe dieser transcendenten Gleichung berechnet sich aus den Anfangswerthen für eine beliebig gewählte Endtemperatur T das Volumenverhältniss $V : V_1$ und dann nach Gl. (29) und den übrigen vorhin gegebenen Gleichungen die specifische Dampfmenge x und der Gesammtdruck p am Ende. Man kann auf solche Art den Verlauf der adiabatischen Curve ermitteln und graphisch vor Augen führen.

Da bei adiabatischer Zustandsänderung in der Grundgleichung

$$dQ = A(dU + dL)$$

$dQ = 0$ zu setzen, so findet sich nach Gl. (9) S. 307 die entsprechende Compressions- bez. Expansionsarbeit L durch die Gleichung:

$$AL = G_1 c_v (T_1 - T) + G_2 [q_1 - q + x_1 \varrho_1 - x \varrho], \quad (32)$$

welche Gleichung verschiedener Umformungen fähig ist.

Von den möglichen mehrfachen Umformungen der vorstehenden beiden Grundgleichungen mag nur die folgende hervorgehoben werden.

Darf man die specifische Wärme c des Wassers im Mittel constant setzen, so ist nach Gl. (54^a) S. 52

$$\tau - \tau_1 = c \operatorname{logn} \frac{T}{T_1} \cdot$$

Benutzt man ferner Gln. (30) und (29) und beachtet man die Beziehung $c_p = c_v + AB_1$, so findet sich an Stelle von Gl. (31^a), wie sich leicht verfolgen lässt:

$$0 = \frac{c_p + mc}{AB_1} \operatorname{logn} \frac{T}{T_1} + \operatorname{logn} \frac{p_1'}{p'} + \left(\frac{r}{Aup'} - \frac{r_1}{Au_1 p_1'} \right), \quad (31^b)$$

aus welcher Gleichung sich für eine beliebige Endtemperatur T der Enddruck p' der Luft berechnet, sodass sich dann, weil der

der Temperatur t entsprechende Dampfdruck p'' nach der Dampftabelle bekannt ist, auch der Enddruck $p = p' + p''$ der ganzen Masse ermittelt. Mit Hülfe der Gl. (30) berechnen sich dann auch V und x für den Endzustand.

Auf demselben Wege der Umformung ergiebt sich weiter aus Gl. (32) die gewonnene bez. aufgewandte Arbeit:

$$L = B_1 G_1 \left\{ \frac{c_v + mc}{AB_1} (T_1 - T) + \left(\frac{\varrho_1 T_1}{Ap_1' u_1} - \frac{\varrho T}{Ap' u} \right) \right\}, \qquad (32^a)$$

wobei der Enddruck p' der Luft durch Gl. (31^b) bestimmt zu denken ist.

Bei meteorologischen Untersuchungen hat man es gewöhnlich mit verhältnissmässig engen Temperatur- und Druckgrenzen zu thun und setzt daher voraus, dass der gesättigte Wasserdampf sich wie ein Gas verhalte; bezeichnet man die Constante B der Zustandsgleichung für Wasserdampf mit B_2 (gewöhnlich setzt man $B_2 = 47{,}061$), so ist unter Benutzung der obigen Bezeichnung:

$$p_1'' u_1 = B_2 T_1 \quad \text{und} \quad p'' u = B_2 T,$$

und die vorstehenden Gln. (31^a) und (32^a) schreiben sich dann auch, wie folgt:

$$0 = (c_p + mc) \operatorname{logn} \frac{T}{T_1} + AB_1 \operatorname{logn} \frac{p_1'}{p'} + \frac{B_1}{B_2} \left[\frac{r}{T} \frac{p''}{p'} - \frac{r_1}{T_1} \frac{p_1''}{p''} \right] \qquad (31^c)$$

und

$$AL = G_1 \left\{ (c_v + mc)(T_1 - T) + \frac{B_1}{B_2} \left(\varrho_1 \frac{p_1''}{p_1'} - \varrho \frac{p''}{p'} \right) \right\}. \qquad (32^b)$$

Gl. (31^b) findet sich auch bei Hertz (a. a. O.).

Beispiel 1. In einem Cylinder befindet sich Luft, Dampf und Wasser von atmosphärischem Drucke $p_1 = 10\,333$ kg und der Temperatur $t_1 = 20^\circ$ und $T_1 = 293^\circ$. Es sei nach dem Einspritzen von Wasser dem Gewichte nach gerade soviel Dampf und Wasser vorhanden, wie Luft, also $G_2 = G_1$ und daher das Mischungsverhältniss $m = 1$. Da der Dampfdruck $p_1'' = 236{,}4$ kg beträgt, so ist der anfängliche Luftdruck $p_1' = 10\,096{,}6$ kg. Die anfängliche specifische Dampfmenge findet sich nach Gl. (29) $x_1 = 0{,}01446$.

Die ganze Masse soll nun adiabatisch comprimirt werden, bis die Temperatur von $t_1 = 20^\circ$ auf $t = 50^\circ$ gestiegen ist.

Substituirt man die bekannten Constanten und gegebenen Grössen unter Benutzung der Tab. 1^a und 1^b des Anhanges in Gl. (31), so ergiebt sich

$$\operatorname{logn} \frac{V_1}{V} - 1{,}80664 \frac{V}{V_1} = 1{,}22640$$

und hieraus leicht durch Probiren das entsprechende Compressionsverhältniss

$$\frac{V_1}{V} = 4{,}926 \; .$$

Daher ist, wenn Anfangs gerade $V_1 = 1$ cbm Masse vorliegt, das Endvolumen $V = 0{,}2030$ cbm.

Aus Gl. (30) folgt dann die specifische Dampfmenge am Ende $x = 0{,}01429$ und der Luftdruck am Ende $p' = 54824{,}5$ kg; der vorhandene Dampf hat bei der Temperatur 50° einen Druck von 91,98 mm oder es ist $p'' = 1250{,}5$ kg; demnach der Enddruck der Masse $p = 56075$ kg oder 5,427 Atmosphären.

Die Arbeit der Compression findet sich aus Gl. (32) durch

$$AL = 34{,}698\, G_1 \; .$$

Lag Anfangs $V_1 = 1$ cbm vor, so bestimmt sich G_1 aus der Beziehung $G_1 B_1 T_1 = V_1 p_1'$ und zwar ist $G_1 = 1{,}1773$ kg das Gewicht der vorhandenen Luft; es folgt daher die Compressionsarbeit

$$AL = 40{,}850 \text{ Cal.} \quad \text{oder} \quad L = 17320 \text{ mkg} \; .$$

Ganz andere Resultate erhält man, wenn man 1 cbm trockne Luft von einer Atmosphäre Spannung und der Temperatur $t_1 = 20°$ auf dasselbe Endvolumen $V = 0{,}2030$ cbm comprimirt. Die Gln. (60), (61) und (62[a]) (Bd. I S. 134) geben dann die Endtemperatur $t = 270°{,}35$, den Enddruck 9,471 Atmosphären und die Compressionsarbeit $L = 19315$ mkg.

Man erkennt daraus, wie sehr bei Luftcompressionspumpen durch Einspritzen von Wasser die Ueberhitzung vermindert wird; die gegebenen Formeln (30) bis (32) liefern die Grundlagen für die Theorie derartiger Pumpen.

Beispiel 2. In einem Cylinder befindet sich Luft und gesättigter Dampf ohne Wasser unter atmosphärischer Pressung $p_1 = 10333$ kg und von der Temperatur $t_1 = 20°$. Es ist hier $x_1 = 1$ und dann, weil der Dampfdruck $p_1'' = 236{,}4$ kg beträgt, der Druck der Luft $p_1' = 10096{,}6$ kg, daher nach Gl. (29) das Mischungsverhältniss:

$$m = \frac{G_2}{G_1} = 0{,}01446 \; .$$

Es soll nun die Mischung adiabatisch expandiren, bis die Temperatur am Ende $t = 0°$, also $T = 273°$ beträgt. Hier ergiebt sich unter Benutzung der bekannten Constanten und der Werthe der entsprechenden Temperaturfunctionen nach Tab. 1[a] und 1[b]:

$$\operatorname{logn} \frac{V}{V_1} + 0{,}12972 \frac{V}{V_1} = 0{,}61103 \; ,$$

hieraus durch Probiren das Expansionsverhältniss

$$\frac{V}{V_1} = 1{,}514$$

und dann nach Gl. (30) die specifische Dampfmenge am Ende $x = 0{,}4220$, weil die im Anfange $x_1 = 1$ vorausgesetzt wurde. Der Druck der Luft ist am Ende $p' = 456{,}88$ mm, der des Dampfes $p'' = 4{,}60$ mm und demnach

der Enddruck der Mischung $p = 461{,}48$ mm, während der Anfangsdruck $p_1 = 760$ mm Quecksilbersäule betrug.

Bei weiterer adiabatischer Expansion würde nun die Temperatur constant 0° betragen, bis alles Wasser in Eis übergegangen ist, und die Rechnung würde in der Art des Beispieles auf S. 316 weiter zu führen sein.

Im Uebrigen ergiebt sich im vorstehenden Beispiele die Expansionsarbeit aus Gl. (32) nach Einsetzen der betreffenden Grössen durch

$$AL = 4{,}9497\, G_1\,,$$

oder, wenn Anfangs gerade ein Cubikmeter Mischung vorlag:

$$AL = 5{,}8273 \text{ Cal.} \quad \text{oder} \quad L = 2470{,}8 \text{ mkg}\,,$$

weil aus der Beziehung $G_1 B_1 T_1 = V_1 p_1'$ für $V_1 = 1$ sich das Gewicht der Luft zu $G_1 = 1{,}1773$ kg herausstellt.

§ 42. Verhalten der Mischung von Luft und ungesättigtem Dampf.

Bei den gewöhnlichen atmosphärischen Temperaturen ist der Druck des der Luft beigemischten Wasserdampfes, selbst wenn der Sättigungszustand vorliegt, so gering, dass man ohne Bedenken von der Annahme ausgehen kann, der vorhandene Dampf verhalte sich wie ein Gas, sei also im gesättigten, wie ungesättigten Zustande der Zustandsgleichung der Gase unterworfen. Diese Annahme wird in der Meteorologie allgemein gemacht, sie ist aber auch bei der Untersuchung der Maschinen, wie bei Betrachtung der Gebläse, Compressionspumpen, Kaltluftmaschinen u. s. w. durchaus zulässig, so lange hierbei gewöhnliche atmosphärische Luft mit Dampfgehalt, ohne gleichzeitige Anwesenheit von flüssigem Wasser in Betracht kommt. Es werden daher hier ohne Weiteres die Sätze Gültigkeit haben, welche in Bd. I, S. 100, § 20 »Ueber Gasmischungen« abgeleitet worden sind: diese Sätze erfordern aber doch noch eine weitere Untersuchung, da sie, auf Luft und Wasserdampf angewendet, nur eine beschränkte Gültigkeit haben und unbrauchbar werden, sobald mit den Zustandsänderungen ein Niederschlagen von Dampf verbunden ist; vornehmlich ist es von Wichtigkeit, die Grenze ihrer Anwendbarkeit zu bestimmen.

Umschliesst das Volumen V, wie früher G_1 kg Luft und G_2 kg Dampf, ist T die Temperatur, p' der Druck der Luft, p'' der des Dampfes und p der Gesammtdruck, so bestehen nach den vorstehenden Annahmen die Beziehungen

$$Vp' = G_1 B_1 T \quad \text{und} \quad Vp'' = G_2 B_2 T\,. \tag{33}$$

Hierbei ist für Luft $B_1 = 29{,}269$, für Dampf $B_2 = 47{,}061$ zu setzen, sobald die Drucke in Kilogrammen auf ein Quadratmeter gegeben sind. Das Verhältniss

$$\varepsilon = \frac{B_1}{B_2} = 0{,}622 \tag{34}$$

ist das relative Gewicht des Dampfes in Hinsicht auf Luft von gleichem Druck und gleicher Temperatur.

Sind die Drucke in Millimeter Quecksilbersäule gegeben, so ist zu setzen $B_1 = 2{,}1528$; $B_2 = 3{,}4614$. Dividirt man die beiden Gln. (33) durcheinander, so folgt:

$$\frac{p''}{p'} = \frac{G_2}{G_1}\frac{B_2}{B_1},$$

und hieraus wieder, wenn das Verhältniss des Dampfgewichtes zum Luftgewicht, das Mischungsverhältniss, mit m bezeichnet wird,

$$\frac{p''}{p'} = \frac{m}{\varepsilon} = \frac{p''}{p - p''}. \tag{35}$$

Daher folgt wegen $p = p' + p''$

$$p' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + m} p \tag{36}$$

und

$$p'' = \frac{m}{\varepsilon + m} p. \tag{37}$$

Addirt man dagegen die beiden Gln. (33) und setzt man eine Gewichtseinheit Mischung, also $G_1 + G_2 = 1$ voraus, so findet sich:

$$pv = \frac{\varepsilon + m}{1 + m} \cdot B_2 T = B_m T \tag{38}$$

als Zustandsgleichung der vorgelegten Mischung, die aber nur so lange gültig ist, als trockner Dampf, gesättigt oder ungesättigt, mit der Luft gemischt ist.

Wäre im vorliegenden Falle, in welchem ungesättigter oder überhitzter Dampf vorausgesetzt wurde, der Dampf bei gleichem Drucke p und gleicher Temperatur T gerade gesättigt, so würde man in der Dampftabelle den dieser Temperatur entsprechenden Druck aufschlagen, der mit p_0'' bezeichnet werden mag; es ist dann nach Gl. (35) das entsprechende Mischungsverhältniss

$$m_0 = \frac{\varepsilon p_0''}{p - p_0''}. \tag{39}$$

Das Verhältniss $\frac{m}{m_0}$ kann man als die relative Feuchtigkeit der Luft*) bezeichnen.

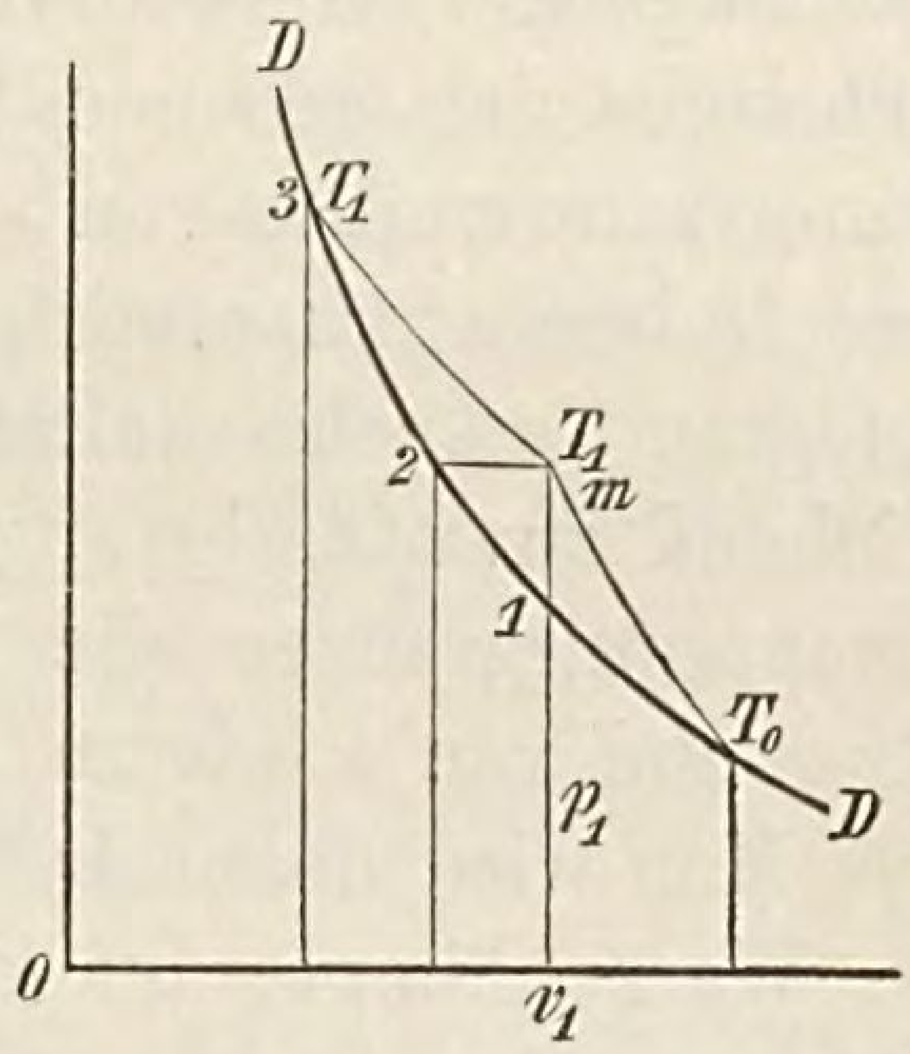
So findet sich z. B. nach Gl. (39) für einen Druck der Mischung von $p = 760$ mm das Mischungsverhältniss m_0 bei mit Wasserdampf gesättigter Luft für:

$t = -20$	-10	0	$+10$	$+20$	$+30^\circ$
$m_0 = 0{,}00076$	$0{,}00172$	$0{,}00379$	$0{,}00759$	$0{,}01457$	$0{,}02694$.

Ist die Luft nicht mit Dampf gesättigt, so ist $m < m_0$.

Die Gl. (38) giebt nun für ein bekanntes Mischungsverhältniss m die Beziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur der Gewichtseinheit Mischung; bei beliebiger Zustandsänderung gilt sie aber, wie bereits erwähnt, nur so lange, als kein Niederschlagen von Dampf stattfindet.

Fig. 31.



Ist für ein gewisses Mischungsverhältniss m der Anfangszustand durch v_1, p_1 und T_1 gegeben, so wird dem Punkte m (Fig. 31), d. h. dem gegebenen Mischungsverhältniss eine bestimmte Grenzcurve DD zugehören, welche bei

*) Anmerkung. Es ist nothwendig darauf hinzuweisen, dass oben im Text und in den folgenden Entwickelungen der Feuchtigkeitsgehalt der Luft auf andere Weise bestimmt ist, als dies sonst Gebrauch ist. In der Physik und Meteorologie versteht man unter Feuchtigkeitsgehalt das Dampfgewicht, welches ein Cubikmeter Luft vom Drucke p und der Temperatur T enthält, und unter Sättigungsmenge dasjenige, welches er aufzunehmen im Stande ist. Die zweite der Gln. (33) giebt dann für $V = 1$ dieses Dampfgewicht:

$$G_2 = \frac{p''}{B_2 T}.$$

Man erhält hieraus für den Sättigungszustand, wenn der Druck p'' in Millimetern der Tabelle 1[a] entnommen und $B_2 = 3{,}4614$ gesetzt wird, für:

$t = -20^\circ$	-10	0	$+10$	$+20^\circ$	$+30^\circ$
$G_2 = 0{,}00106$	$0{,}00230$	$0{,}00487$	$0{,}00936$	$0{,}01768$	$0{,}03008$

Für thermodynamische Untersuchungen ist es aber zweckmässiger, das Dampfgewicht G_2 mit dem Gewichte G_1 der Luft zu vergleichen, und Druck und Temperatur der Mischung in die Rechnungen einzuführen.

der Zustandsänderung nicht überschritten werden darf, da mit dem Ueberschreiten Condensation des vorhandenen Dampfes verbunden ist. Der Verlauf dieser Grenzcurve lässt sich für die gewöhnlichen Temperaturen der Atmosphäre mit hinreichender Genauigkeit feststellen. Für reinen Wasserdampf (ohne Luftbeimischung) fand sich früher (S. 36) als Näherungsgleichung der Grenzcurve

$$pv^{\nu} = D, \tag{40}$$

wobei ν und D Constanten bedeuten, die a. a. O. für höhere bei Dampfmaschinen vorkommende Pressungen angegeben worden sind.

Für vorliegenden Fall gewöhnlicher atmosphärischer Temperaturen könnte man nun zum Zweck genauer Bestimmung des Verlaufes der Grenzcurve mit Hülfe der in Tabelle 1[a] und 1[b] des Anhanges angegebenen Werthe von p und $u = v$, etwa für die Temperaturwerthe von -20° bis $+30^\circ$, die beiden Constanten ν und D besonders ermitteln. Die der Berechnung von u zu Grunde gelegten Versuchsresultate dürften aber doch wohl nicht als hinreichend zuverlässig angesehen werden, um für die angegebenen Temperaturgrenzen die in der Tabelle aufgeführten Werthe von Apu und von u hierzu als brauchbar erscheinen zu lassen.

Man wird daher besser an der Voraussetzung festhalten, dass die Wasserdämpfe bei diesen Temperaturwerthen der Zustandsgleichung der Gase unterworfen sind.

Berechnet man nach der Gleichung $pv = pu = B_2 T$ für einzelne Temperaturwerthe das entsprechende specifische Volumen v, indem man $B_2 = 3{,}4614$ unter der Voraussetzung substituirt, dass der Druck p in Millimeter Quecksilbersäule gegeben ist, so erhält man beispielsweise folgende Resultate:

$t =$	-20	-10	0	$+10$	$+20^\circ$
$v = u =$	$944{,}7$	$435{,}0$	$205{,}4$	$106{,}9$	$58{,}3$.

Die Werthe für Temperaturen unter dem Gefrierpunkte weichen zwar nicht unbedeutend von denen der Tabelle 1[b] des Anhanges ab, dürften aber immerhin noch als zuverlässiger erscheinen.

Mit Hülfe dieser Werthe und der in Tabelle 1[a] angegebenen zugehörigen Pressungen p berechnen sich nun die Constanten der Gleichung der Grenzcurve:

$$p v^{\nu} = D \tag{40}$$

$$\text{zu } \nu = 1{,}0525 \quad \text{und} \quad D = 1254 \tag{40a}$$

unter der Voraussetzung, dass der Druck p in Millimeter Quecksilber gegeben ist.

Diese Gleichung giebt für:

$t =$	-20	-10	0	$+10$	$+20°$
$v =$	$944{,}1$	$435{,}5$	$206{,}1$	$107{,}1$	$58{,}2$

in hinreichender Uebereinstimmung mit den vorhin gegebenen Werthen, sodass dieselbe unter den gemachten Voraussetzungen bei den weiteren Untersuchungen als Grundlage benutzt werden kann.

Um nun aber den Verlauf der Grenzcurve für eine **Mischung von Luft und Dampf** und zwar für ein **beliebiges Mischungsverhältniss** m festzustellen, denke man sich, vom Punkte m (Fig. 31 S. 323) ausgehend, eine beliebige Zustandsänderung $T_1 T_0$ so weit fortgesetzt, bis die Grenzcurve DD im Punkte T_0 getroffen wird; ist T_0 die entsprechende Sättigungstemperatur, so folgt für diesen Punkt nach Gl. (38)

$$pv = \frac{\varepsilon + m}{1 + m} B_2 T_0 \, .$$

Andererseits besteht aber auch die Gleichung

$$p_0 v_0 = B_2 T_0 \, ,$$

wenn p_0 der zugehörige Dampfdruck und v_0 das specifische Volumen des gesättigten Dampfes von der Temperatur T_0 ist.

Die Division beider Gleichungen giebt

$$\frac{p_0 v_0}{pv} = \frac{1 + m}{\varepsilon + m} \, ,$$

und daher folgt, weil nach Gl. (37)

$$p_0 = \frac{m}{\varepsilon + m} \cdot p$$

zu setzen ist, aus der Verbindung beider Formeln das specifische Volumen v_0 des Dampfes im Schnittpunkte T_0 (Fig. 31)

$$v_0 = \frac{1 + m}{m} v \, .$$

Setzt man jetzt die beiden Werthe von p_0 und v_0 an Stelle von p und v in Gl. (40), so ergiebt sich als Gleichung für die Grenzcurve, welche dem Mischungsverhältniss m entspricht:

$$p v^{\nu} = \frac{\varepsilon + m}{m} \cdot \left(\frac{m}{1+m}\right)^{\nu} \cdot D\,, \tag{41}$$

in welcher Gleichung zu setzen ist, wenn p in Millimeter Quecksilbersäule eingesetzt wird:

$$\varepsilon = 0{,}622\,; \quad \nu = 1{,}0525\,; \quad D = 1254\,. \tag{41a}$$

Bezeichnet man den Werth der rechten Seite der Gl. (41) mit D_m, und zieht man vor, den reciproken Werth von m einzuführen, setzt man also $z = \frac{1}{m}$, so folgt

$$p v^{\nu} = D_m\,, \tag{42}$$

und hierbei

$$D_m = \frac{1 + \varepsilon z}{(1+z)^{\nu}}\, D\,. \tag{42a}$$

Man erkennt hieraus, dass sich die unendlich vielen Grenzcurven nur durch die Constante D_m unterscheiden, welche sich leicht für jedes Mischungsverhältniss nach Gl. (42a) ermitteln lässt.

Im Uebrigen gelten für die allgemeinen Eigenschaften und für die graphische Darstellung dieser Curven die in § 30 und § 31 S. 147 und 149 Bd. I für die polytropische Curve abgeleiteten Sätze.

Beispiel. Für das Mischungsverhältniss $m = 0{,}01$ oder für $z = 100$ ergiebt sich nach Gln. (42) und (42a)

$$p v^{1{,}0525} = 615{,}84\,. \tag{42b}$$

Die Constante B_m der Zustandsgleichung der Mischung findet sich nach Gl. (38)

$$B_m = \frac{\varepsilon + m}{1 + m} B_2 = 2{,}1659\,,$$

vorausgesetzt, dass der Druck p in Millimetern Quecksilber gegeben ist.

Wird die Anfangspressung der Mischung zu $p_1 = 760$ mm und die Anfangstemperatur zu $t_1 = 20^{\circ}$ angenommen, so berechnet sich aus der Zustandsgleichung $p_1 v_1 = B_m T_1$ das specifische Volumen der Mischung im Anfange zu $v_1 = 0{,}8350$. Es mögen nun folgende Zustandsänderungen in Betracht gezogen werden.

Fall 1. Die Mischung werde bei constantem Volumen abgekühlt,

bis im Punkte 1 (Fig. 31) die Grenzcurve erreicht, der vorhandene Dampf also in den Sättigungszustand übergegangen ist.

Setzt man in Gl. (42[b]) $v = v_1 = 0{,}8350$, so ergiebt sich der zugehörige Druck $p = 744{,}54$ mm und aus der Zustandsgleichung $pv = B_m T$ die Temperatur $T = 287^\circ{,}04$ oder nach Celsius $t = 14^\circ{,}04$. Der augenblickliche zugehörige Dampfdruck findet sich nach Gl. (37)

$$p'' = \frac{m}{\varepsilon + m} p = 11{,}78 \text{ mm}$$

in guter Uebereinstimmung mit Regnault's Versuchen über die Beziehung zwischen Druck und Temperatur des gesättigten Wasserdampfes; dieselben ergeben $p'' = 11{,}91$ mm für $t = 14^\circ$.

Fall 2. Die Mischung werde bei constantem Druck comprimirt und abgekühlt, bis im Punkt 2 (Fig. 31) die Grenzcurve durchschritten wird.

Setzt man hier in Gl. (42[b]) $p = p_1 = 760$, so folgt für den Schnittpunkt $v = 0{,}8188$ und aus der Zustandsgleichung die Temperatur $T = 287^\circ{,}33$ oder $t = 14^\circ{,}33$; der entsprechende Dampfdruck ergiebt sich nach Gl. (37) $p'' = 12{,}02$ mm.

Fall 3. Die Mischung werde bei constanter Temperatur T_1 bis zur Grenzcurve comprimirt.

Hier ergiebt die Verbindung der Zustandsgleichung mit Gl. (42[b]) für den Schnittpunkt 3 (Fig. 31) das specif. Volumen $v = 0{,}5759$ und den Druck $p = 1102$ mm. Der zugehörige Dampfdruck findet sich nach Gl. (37) $p'' = 17{,}43$ mm. (Nach Regnault ist der der Temperatur von 20° entsprechende Dampfdruck $17{,}39$ mm.) In allen drei Fällen würde bei weiterer Compression bez. Abkühlung ein Niederschlagen von Dampf eintreten.

Unter der Voraussetzung, dass bei dem angenommenen Anfangszustande der Mischung ($t_1 = 20^\circ$, $p_1 = 760$ mm) die Luft gerade mit Wasserdampf gesättigt ist, findet sich nach der Zusammenstellung auf S. 323 das Mischungsverhältniss $m_0 = 0{,}01457$. Das Verhältniss $m : m_0$ stellt sich daher für die angenommene Mischung zu $0{,}686$; die relative Feuchtigkeit beträgt daher $68{,}6\,^0/_0$. (Genauer ist nach Gl. (29) S. 317 für $x_1 = 1$ das Mischungsverhältniss $m_0 = 0{,}01446$, weil diese Gleichung nicht von der Näherungsannahme ausgeht, der Dampf sei der Zustandsgleichung der Gase unterworfen.)

Bezüglich der Wärmegleichungen für Mischungen von Luft und ungesättigtem Dampf gelten die Sätze, welche in § 34 in Bd. I S. 161 gegeben worden sind.

Bezeichnet man die beiden Werthe der specifischen Wärme für Luft mit c_p' und c_v', für Dampf mit c_p'' und c_v'' und für die Mischung mit c_p und c_v, so ist nach den dort entwickelten Formeln (13), (14) und (15), S. 162 Bd. I

$$c_p = \frac{c_p' + m c_p''}{1 + m}, \tag{43}$$

$$c_v = \frac{c_v' + m c_v''}{1 + m}, \tag{44}$$

und das Verhältniss beider Werthe

$$\varkappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_p' + m c_p''}{c_v' + m c_v''}, \tag{45}$$

wobei m, wie oben, das Mischungsverhältniss bedeutet.

Hierbei ist zu setzen: $c_p' = 0{,}2375$; $c_v' = 0{,}1685$; $c_p'' = 0{,}4805$ und $c_v'' = c_p - AB_2 = 0{,}3695$.

Für die Gewichtseinheit Mischung ist dann die Veränderung der inneren Arbeit

$$AdU = c_v dT, \tag{46}$$

und die mitzutheilende Wärmemenge (vergl. Bd. I S. 127):

$$\left.\begin{aligned} dQ &= \frac{A}{\varkappa - 1}(v\,dp + \varkappa p\,dv) \\ &= c_v dT + AB_m T\frac{dv}{v} \\ &= c_p dT - AB_m T\frac{dp}{p} \end{aligned}\right\}. \tag{47}$$

Bei ungesättigter, wie gesättigter Luft von gewöhnlicher atmosphärischer Temperatur ist das Mischungsverhältniss m so klein, dass man nach Gl. (45) Werthe für $\varkappa$ erhält, die kaum von dem Werthe $\varkappa = 1{,}410$ der trocknen Luft verschieden sind; man kann daher unbedenklich in solchem Falle diesen Werth auch für feuchte Luft anwenden.

Zur Berechnung des Wärmegewichtes dienen die Gln. (55) Bd. I S. 128.

Für den wichtigsten Fall, nämlich für adiabatische Zustandsänderung, ergiebt die erste der Gln. (47) die Gleichung der adiabatischen Curve

$$pv^{\varkappa} = p_1 v_1^{\varkappa}, \tag{48}$$

und die Arbeit L bestimmt sich aus Gl. (46) durch

$$AL = c_v (T - T_1). \tag{49}$$

Natürlich gelten auch diese Gleichungen nur für das Gebiet ausserhalb der Grenzcurve. Bei adiabatischer Expansion wie

Compression lässt sich leicht der Durchgangspunkt T_0 (Fig. 31 S. 323) durch die Grenzcurve ermitteln.

Bezeichnet man die aus dem Anfangszustande p_1 und v_1 berechnete Constante $p_1 v_1^{\varkappa}$ mit C, und sind p_0 und v_0 die Coordinaten des Durchschnittspunktes, so ist einerseits

$$p_0 v_0^{\varkappa} = C ,$$

und andererseits nach Gl. (42)

$$p_0 v_0^{\nu} = D_m , \tag{50}$$

woraus sich v_0 bestimmt durch die Beziehung:

$$v_0^{\varkappa - \nu} = \frac{C}{D_m} . \tag{51}$$

Dann folgt p_0 aus Gl. (50) und die entsprechende Temperatur T_0 aus der Gleichung $p_0 v_0 = B_m T_0$.

Beispiel. Eine Mischung von atmosphärischer Luft und ungesättigtem Dampf habe die Temperatur $t_1 = 20°$, und der Druck sei $p_1 = 760$ mm, das Mischungsverhältniss $m = 0{,}01$.

Hier findet sich wie in dem Beispiele S. 326 $B_m = 2{,}1659$; $v_1 = 0{,}8350$ und die Constante der Grenzcurve $D_m = 615{,}84$. Dagegen folgt die Constante der adiabatischen Curve

$$C = p_1 v_1^{\varkappa} = 589{,}38 ,$$

und nach Gl. (44) $c_v = 0{,}1705$. Nach Gl. (45) ist $\varkappa = 1{,}407$, also, wie oben erwähnt, dem Werthe $\varkappa = 1{,}410$ nahe gleich.

Für den Durchdringungspunkt mit der Grenzcurve bestimmt sich nach Gln. (51) und (50)

$$v_0 = 0{,}8844 \quad \text{und} \quad p_0 = 700{,}85 \text{ mm}$$

und aus der Zustandsgleichung die zugehörige Temperatur

$$T_0 = 286{,}°17 \quad \text{oder} \quad t_0 = 13{,}°17 .$$

Der entsprechende Dampfdruck findet sich nach Gl. (37)

$$p'' = \frac{m}{\varepsilon + m} p_0 = 11{,}09 \text{ mm} .$$

Die Expansionsarbeit L ergiebt sich nach Gl. (49)

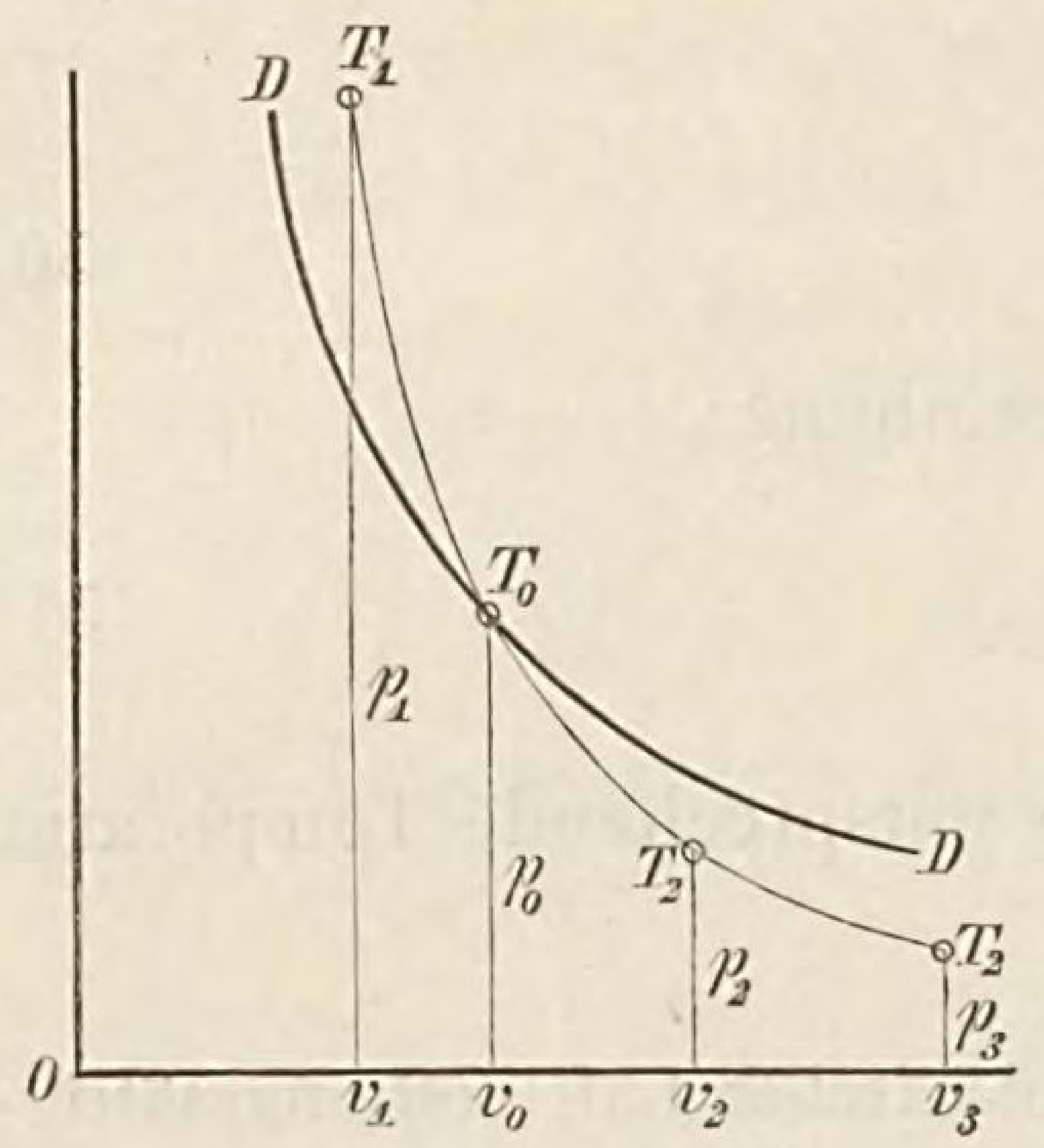
$$L = 566{,}05 \text{ mkg.}$$

Wird die Expansion weiter fortgesetzt, so findet ein Niederschlagen von Dampf statt.

Sind wieder, wie vorhin, für die Gewichtseinheit Mischung von Luft und ungesättigtem Dampf das Mischungsverhältniss m,

der Druck p_1 und die Temperatur T_1, sowie das specifische Volumen v_1 gegeben, und ist der Verlauf der zugehörigen Grenzcurve DD (Fig. 32) nach den Gln. (42) und (42[a]) bestimmt, so wird nach dem Ueberschreiten der Grenzcurve im Punkte T_0 bei fortgesetzter adiabatischer Expansion auf dem Wege $T_0 T_2$ ein Niederschlagen von Dampf stattfinden, bis im Punkte $T_2 = 273°$ der Gefrierpunkt erreicht ist.

Fig. 32.



Bei weiterer Fortsetzung der adiabatischen Expansion auf dem Wege $T_2 T_2$ (Fig. 32) bleibt dann die Temperatur constant, bis in dem Punkte T_2 mit den Coordinaten p_3 und v_3 endlich nur noch Luft, Dampf und Eis (ohne Wasser) vorhanden ist.

Die Vorgänge bei der Expansion vom Volumen v_1 auf v_0 sind vorhin untersucht worden; für die weiteren Vorgänge bei der Expansion von v_0 auf v_2 geben die Formeln (31) und (32) S. 318 in § 41 Aufschluss; man hat in denselben nur den Index 1 mit dem Index 0 zu vertauschen und $x_1 = 1$ zu setzen.

Setzt man die specifische Wärme c des Wassers im Mittel constant, sowie $c_v(\varkappa - 1) = AB_1$, so folgt aus Gl. (31) für vorliegenden Fall:

$$0 = (c_v + mc) \operatorname{logn} \frac{T}{T_0} + AB_1 \operatorname{logn} \frac{xu}{u_0} + m\left(\frac{xr}{T} - \frac{r_0}{T_0}\right) \cdot \qquad (52)$$

Nach dieser Gleichung berechnet sich für eine beliebig gewählte zwischen T_0 und T_2 gelegene Temperatur T die specifische Dampfmenge x, dann das zugehörige specifische Volumen $v = xu$ und nach Gl. (29[a]) der augenblickliche Luftdruck:

$$p' = \frac{B_1 T}{mv} \cdot \qquad (53)$$

Der Gesammtdruck ist $p = p' + p''$, wobei p'' den der Temperatur entsprechenden Dampfdruck darstellt.

Die Gleichung (52) gilt nur bis zum Punkte (p_2, v_2) Fig. 32, in welchem die Temperatur $T_2 = 273°$ geworden ist. Bezeichnet

man die dieser Temperatur entsprechenden Werthe, die der Dampftabelle entnommen werden können, mit dem Index 2, so folgt nach Gl. (52):

$$0 = (c_v + mc) \operatorname{logn} \frac{T_2}{T_0} + AB_1 \operatorname{logn} \frac{x_2 u_2}{u_0} + m\left(\frac{x_2 r_2}{T_2} + \frac{r_0}{T_0}\right) \cdot \qquad (52^a)$$

Hieraus bestimmt sich die specifische Dampfmenge x_2 im Gefrierpunkte und dann auf dem eben angegebenen Wege das zugehörige Volumen v_2 und der Druck p_2.

Die Expansionsarbeit auf dem Wege $T_0 T_2$, bei der Volumenzunahme von v_0 auf v_2 ergiebt sich nach Gl. (32) S. 318 durch:

$$AL = G_1 \left[c_v (T_0 - T_2) + m (q_0 + \varrho_0 - x_2 \varrho_2)\right] \cdot \qquad (54)$$

Bei fortgesetzter adiabatischer Expansion vom Volumen v_2 auf das Volumen v_3 (Fig. 32) unter constanter Temperatur $T_2 = 273^0$ findet nun die Eisbildung statt.

Für diesen Vorgang gilt jetzt Gl. (26) S. 314, in welcher, weil adiabatischer Uebergang vorliegt, $P = P_1$ und, da Anfangs kein Eis vorhanden ist, $y_1 = 0$ zu setzen ist. Es folgt daher für vorliegenden Fall und für irgend einen Punkt des Ueberganges:

$$0 = AB_1 \operatorname{logn} \frac{x}{x_2} + m\left(\frac{r_2}{T_2}(x - x_2) - \frac{r_e}{T_2} y\right),$$

wobei x die specifische Dampfmenge, y die specifische Eismenge und $(1 - x - y)$ die specifische Wassermenge ist.

Für den Punkt (p_3, v_3) Fig. 32, in welchem alles Wasser in Eis verwandelt ist, findet sich nach vorstehender Gleichung wegen $(1 - x - y) = 0$, wenn man die specifische Dampfmenge am Ende mit x_3 bezeichnet:

$$0 = AB_1 \operatorname{logn} \frac{x_3}{x_2} + \frac{m}{T_2} \left[(r_2 + r_e) x_3 - r_2 x_2 - r_e\right] . \qquad (55)$$

Hieraus berechnet sich x_3 und die specifische Eismenge am Ende zu $(1 - x_3)$; dabei ist zu setzen:

$$T_2 = 273; \quad r_2 = 606{,}5; \quad r_e = 79 \quad \text{und} \quad AB_1 = 0{,}0690 .$$

Setzt man die Expansion noch weiter fort, so schlägt sich nun der Dampf als Schnee nieder, ein Vorgang, der durch die folgenden Untersuchungen erläutert wird.

§ 43. Verhalten der Mischung von Luft, Dampf und Eis.

Setzt man zunächst die Gewichtseinheit reines Eis von einer elastischen Hülle umgeben voraus, welche einen Druck auf dasselbe ausübt, der mit dem der Schmelztemperatur entsprechenden Dampfdruck identisch ist, ist ferner T_1 die Temperatur des Eises und σ_e das specifische Volumen desselben, so findet sich die Wärmemenge, welche dem Eise mitzutheilen ist, um dasselbe auf die Schmelztemperatur T zu bringen:

$$q_e = c_e(T - T_1) \,,$$

wobei c_e die specifische Wärme des Eises darstellt, die als constant anzusehen ist und zu $c_e = 0{,}5$ angenommen wird.

Um nun das Eis bei constantem Druck vollständig in Wasser gleicher Temperatur zu verwandeln, ist die Schmelzwärme $r_e = 79$ Cal. erforderlich; die gesammte mitzutheilende Wärme λ_e ist daher:

$$\lambda_e = c_e(T - T_1) + r_e \,.$$

Bei dem Uebergange des Eises in Wasser findet aber die Volumenänderung $\sigma - \sigma_e$ statt, wobei wie früher mit σ das specifische Volumen des Wassers bezeichnet wird; es wäre daher die in Arbeit umgesetzte Wärmemenge, die als äussere latente Schmelzwärme bezeichnet werden kann,

$$AL = Ap(\sigma - \sigma_e) \,,$$

und daher folgt die innere latente Schmelzwärme

$$\varrho_e = r_e - Ap(\sigma - \sigma_e) \,.$$

Nun ist aber bekanntlich das specifische Volumen σ_e des Eises grösser, als das des Wassers, es findet demnach beim Schmelzen eine Zusammenziehung statt. Man setzt bei atmosphärischer Schmelztemperatur von 0° den Beobachtungen entsprechend $\sigma_e = 0{,}001087$ und $\sigma = 0{,}001$; es findet sich demnach die äussere latente Schmelzwärme negativ, überdies aber von solch geringer Grösse, dass man die innere latente Schmelzwärme ϱ_e mit der latenten Wärme r_e identisch annehmen kann.

Es soll nun das erzeugte Wasser vollständig bei constantem Druck p in Dampf übergeführt werden; die erforderliche Wärme-

menge ist, wie früher, r und die in Arbeit verwandelte Wärmemenge Apu, die zugehörige innere latente Wärme ist $\varrho = r - Apu$.

Es folgt daher die Dampfwärme oder die in der Gewichtseinheit Dampf enthaltene Wärme, verglichen mit derjenigen in einem Kilogramm Eis von der Temperatur T_1,

$$J = c_e(T - T_1) + \varrho_e + \varrho \, .$$

Es sei jetzt für einen gewissen Augenblick beim Verdampfen des Eises die specifische Dampfmenge x und $1 - x$ die specifische Eismenge, so ist der Ueberschuss der Wärme in der Mischung von Eis und Dampf über die Wärme, welche die Gewichtseinheit Eis enthält:

$$A(U - U_1) = [c_e(T - T_1) + \varrho_e + \varrho]x + c_e(T - T_1)(1 - x)$$

oder

$$A(U - U_1) = c_e(T - T_1) + (\varrho_e + \varrho)x$$

und daher

$$AdU = c_e dT + d[(\varrho_e + \varrho)x] \, . \tag{56}$$

Diese Gleichung tritt hier an die Stelle der Gl. (41) S. 47. Man erhält dann für irgend eine umkehrbare Zustandsänderung der Mischung von Eis und Dampf die mitzutheilende Wärmemenge:

$$dQ = c_e dT + d[(\varrho_e + \varrho)x] + Apdv \, . \tag{57}$$

Nach den Entwickelungen auf S. 28 ist ersichtlich, dass sich für vorliegenden Fall die Clapeyron'sche Gleichung (22) in der Form

$$\frac{r + r_e}{u} = AT\frac{dp}{dt}$$

schreibt und daher vorstehende Wärmegleichung auf dem Wege der auf S. 51 und 52 gegebenen Umformung sich darstellt, wie folgt:

$$dQ = c_e dT + Td\left[\frac{x(r + r_e)}{T}\right] \, . \tag{58}$$

Die Verbindung dieser Gleichung mit Gl. (56) führt dann auch durch Integration des Ausdruckes

$$AdL = dQ - AdU$$

auf die entsprechende Arbeit L.

Die vorstehenden Formeln geben das Mittel an die Hand,

jede beliebige Zustandsänderung einer Mischung von Eis und Dampf in solcher Weise zu verfolgen, wie es oben für die Mischung von Wasser und Dampf an einer ganzen Reihe von Beispielen vorgeführt worden ist.

Nun kann auch das Verhalten einer Mischung von Luft, Dampf und Eis dargelegt werden.

Ist G_1 das Gewicht der vorhandenen Luft, G_2 das von Eis und Dampf, so ergiebt sich auf demselben Wege, wie bei der Aufstellung von Gl. (10) S. 307, wenn man noch die Beziehung $V = G_2 xu$ beachtet:

$$dQ = c_v G_1 \left[dT + (\varkappa - 1) T \frac{d(xu)}{xu}\right] + G_2 \left[c_e dT + T d\left(\frac{x(r+r_e)}{T}\right)\right], \quad (59)$$

oder die Veränderung des Wärmegewichtes $A(P - P_1)$, wenn man noch das Mischungsverhältniss $G_2 : G_1$ mit m bezeichnet:

$$\frac{A(P-P_1)}{G_1} = (c_v + m c_e) \operatorname{logn} \frac{T}{T_1} + A B_1 \operatorname{logn} \frac{xu}{x_1 u_1} + m\left[\frac{x(r+r_e)}{T} - \frac{x_1(r_1+r_e)}{T_1}\right]. \quad (60)$$

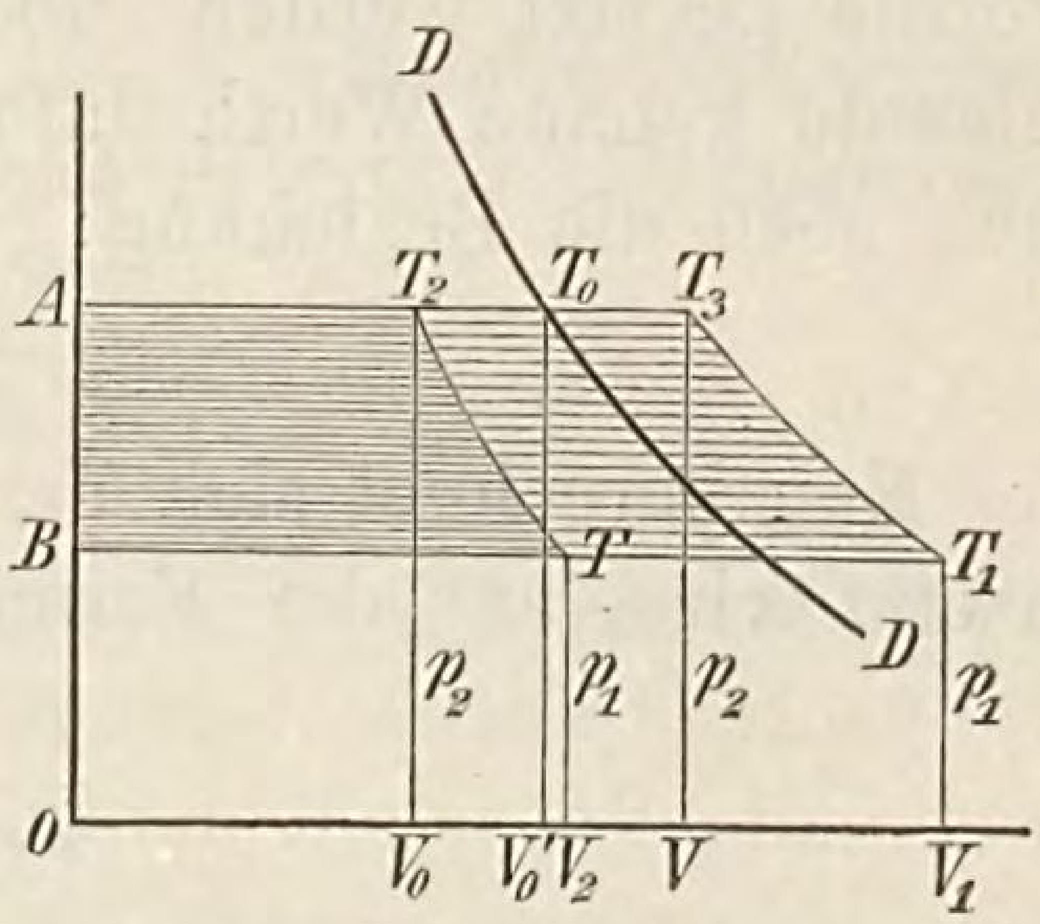
Für den gewöhnlichen Fall adiabatischer Expansion wird die rechte Seite dieser Gleichung Null. Aus der anfänglichen specifischen Dampfmenge x_1 und der Anfangstemperatur T_1 berechnet sich dann für eine beliebige Temperatur T die specifische Dampfmenge x und daher durch $G_1(x - x_1)$ die Dampfmenge, welche sich in Schnee bez. Eis verwandelt hat. Volumen und Druck der Mischung bestimmt man weiter leicht in der früher angegebenen Weise.

Durch die Darlegungen in den vorstehenden Paragraphen sind nun alle möglichen Fälle der Untersuchung unterzogen worden; die transcendente Form der Gleichungen erschwert freilich die Specialuntersuchungen ausserordentlich, doch lassen die Gleichungen mancherlei Umformungen zu und liessen sich speciell für meteorologische Zwecke, die aber dem Ziele dieser Schrift fern liegen, auch durch einfachere Näherungsausdrücke ersetzen. Bezüglich der Anwendung der Formeln in technischer Richtung möge nur noch die Betrachtung des Vorganges bei der Kaltluftmaschine Platz finden.

§ 44. Ergänzung der Theorie der offenen Kaltluftmaschine.

In Bd. I S. 378 ist die offene Kaltluftmaschine näher besprochen und deren Theorie auf S. 368—370 im Anschluss an die Theorie der geschlossenen Maschine gegeben worden. Die dort entwickelten Sätze gelten aber unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass trockene atmosphärische Luft ohne Beimischung von Wasserdampf zur Verwendung gelange. Diese Annahme möge jetzt verlassen und angenommen werden, dass vom Compressionscylinder gewöhnliche atmosphärische Luft mit ungesättigtem Wasserdampf angesaugt und comprimirt werde, doch soll von einem Einspritzen kalten Wassers bei der Compression abgesehen werden; die oben entwickelten Formeln würden zwar eine Untersuchung auch in dieser Richtung zulassen, doch erhält man sehr complicirte Ausdrücke, und die erweiterte Untersuchung erscheint wenig lohnend, da überhaupt die offenen Kaltluftmaschinen gegenüber den geschlossenen, insbesondere aber gegenüber den Kaltdampfmaschinen als unvollkommene Maschinen erscheinen.

Fig. 33.



Der Vorgang bei der offenen Kaltluftmaschine möge unter der Voraussetzung verfolgt werden, dass eine Mischung von G_1 kg Luft und G_2 kg Wasserdampf im Compressionscylinder angesaugt werde.

Fig. 33 stellt den Process dar, die ganze schraffirte Fläche $A T_3 T_1 B$ repräsentirt die Arbeit L_1, welche im Compressionscylinder verbraucht wird; die eng schraffirte Fläche $A T_2 T B$ die Arbeit L_2, welche im Expansionscylinder gewonnen wird, und die Differenz L beider Werthe und beider Flächenräume, also

$$L = L_1 - L_2$$

ist die theoretische Betriebsarbeit der Maschine.

Das Volumen des Compressionscylinders ist durch V_1 und das des Expansionscylinders durch V_2 dargestellt (vergl. Fig. 64, S. 378, Bd. I); die Compression erfolgt von V_1 auf V und die Expansion von V_0 auf V_2; der Druck ist beim Ansaugen und Aus-

blasen p_1 (der atmosphärische Druck), der Druck am Ende der Compression werde mit p_2 bezeichnet.

Diese beiden Drucke p_1 und p_2 werden als gegeben angesehen, ebenso die Temperatur T_1 beim Beginn der Compression und die Temperatur T_2, mit welcher die Mischung, vom Kühlapparat kommend, in den Expansionscylinder eintritt. Zu berechnen ist die Temperatur T_3 am Ende der Compression und die Temperatur T am Ende der Expansion; auch ist die Wärmemenge Q, welche der Mischung beim Durchgang durch den Kühlapparat zu entziehen ist, zu ermitteln, sowie die beiden Arbeitsquantitäten L_1 und L_2. In Fig. 33 ist überdies die der angenommenen Mischung entsprechende Grenzcurve DD eingetragen.

Es sei nun, wie früher das Mischungsverhältniss m gegeben; dann folgt für die Zustandsänderungen ausserhalb der Grenzcurve die Zustandsgleichung:

$$pv = B_m T\,, \quad \text{wobei } B_m = \frac{\varepsilon + m}{1 + m} B_2 T \tag{61}$$

(vergl. Gl. 38, S. 322). Die beiden specifischen Wärmen c_v und c_p der Mischung bestimmen sich nach Gln. (43) und (44); ihr Verhältniss $\varkappa$ kann, wie früher, gleich dem der Luft entsprechenden Werthe gesetzt werden, doch möge hier der aus Gl. (45) hervorgehende genaue Werth dafür angenommen werden; dann besteht auch noch die Beziehung:

$$c_p - c_v = AB_m\,. \tag{62}$$

Nun berechnet sich T_3, da adiabatische Compression vorausgesetzt wird, aus der Formel

$$\frac{T_3}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}, \tag{63}$$

und, wenn $G = G_1 + G_2$ das Gesammtgewicht der Mischung ist, folgen V_1 und V aus der Formel

$$B_m G = \frac{V_1 p_1}{T_1} = \frac{V p_2}{T_3}\,. \tag{64}$$

Da bei adiabatischer Compression die Compressionsarbeit durch

$$G\frac{c_v}{A}(T_3 - T_1)$$

bestimmt ist, so findet sich die ganze im Compressionscylinder aufzuwendende Arbeit L_1 durch

$$L_1 = Vp_2 + G\frac{c_v}{A}(T_3 - T_1) - V_1 p_1 ,$$

oder unter Benutzung von Gln. (62) und (64)

$$AL_1 = Gc_p(T_3 - T_1) . \tag{65}$$

Soweit stehen die Formeln in Uebereinstimmung mit denen, welche sich bei Anwendung von trockner Luft ergeben haben; anders liegen hier aber die Verhältnisse bezüglich der Vorgänge im Expansionscylinder.

Wird, wie es in Fig. 33 durch die Lage der Grenzcurve angedeutet ist, beim Hinüberschieben der Mischung aus dem Compressions- in den Expansionscylinder durch den Kühlapparat hindurch im Punkte T_0 die Grenzcurve überschritten, so findet schon während des Durchganges durch den Kühlapparat ein Niederschlagen von Dampf statt, und die Mischung wird nass in den Expansionscylinder eintreten. Findet dagegen ein solches Durchschreiten der Grenzcurve nicht statt, liegt also der Punkt T_2 (Fig. 33) rechts von der Grenzcurve, so ist beim Eintritt der Mischung in den Expansionscylinder der Dampf ungesättigt.

Man kann leicht entscheiden, welcher Fall vorliegt. Angenommen es liege T_2 rechts von T_0, so findet sich das specifische Volumen v_0, welches dem Drucke p_2 und der Temperatur T_2 entspricht, aus der Beziehung

$$p_2 v_0 = B_m T_2 .$$

Auf die Gewichtseinheit Mischung bezogen, ist die Gleichung der Grenzcurve:

$$pv^\nu = D_m ,$$

wobei D_m für das gegebene Mischungsverhältniss durch Gl. (42^a) S. 326 bestimmt ist; setzt man in vorstehender Gleichung $p = p_2$, so findet sich das zugehörige specifische Volumen $v = v_0'$ für den Schnittpunkt, und nun erkennt man, ob v_0' grösser oder kleiner, als v_0 ist. Im ersteren Falle tritt die Condensation bereits beim Durchgang durch den Kühlapparat ein, und es entsteht nun die Frage, ob der condensirte Dampf im Kühlapparate zurückbleibt oder mit der Luft und dem uncondensirten Dampf in den Expansionscylinder eintritt. Bei den folgenden Untersuchungen soll die letztere Annahme gemacht, also vorausgesetzt werden, dass die

gesammte, in der Mischung enthaltene Dampfmenge $G_2 = mG_1$ in den Expansionscylinder tritt, der vorher condensirte Dampf in Form von Wasserbläschen. Weiter wird die Annahme gemacht, dass beim Eintritt der gesammte Dampf durch die Berührung mit den sehr stark abgekühlten Cylinderwandungen sich sofort in Form von Schnee und Reif an den Wandungen niederschlägt*), sodass im Anfang der Expansion Luft, Dampf und Eis vorhanden sind. Die Wärmemenge Q, welche während des Eintrittes in den Expansionscylinder frei wird, ist annähernd

$$Q = G_2(r_2 + r_e) \,. \tag{66}$$

Nun findet die Expansion vom Drucke p_2 auf den Druck p_1 oder von der Temperatur T_2 auf T statt; dieselbe ist aber keine adiabatische, weil während derselben der expandirenden Luft die Wärmemenge Q wieder mitgetheilt wird. Bezeichnet dQ das Element dieser Wärmemenge, so gilt hier Gl. (59), in deren erstem Gliede rechts v an Stelle von xu zu setzen ist, während im zweiten Gliede $x = 0$ wird, weil die vorhandene specifische Dampfmenge x als verschwindend klein angesehen werden kann. Man erhält daher

$$dQ = (c_v G_1 + c_e G_2)\,dT + c_v(\varkappa - 1)\,G_1 T \frac{dv}{v}$$

oder, weil aus der Zustandsgleichung $pv = B_1 T$ für Luft

$$T\frac{dv}{v} = dT - T\frac{dp}{p}$$

folgt, auch

$$dQ = (c_p G_1 + c_e G_2)\,dT - (c_p - c_v)\,G_1 T \frac{dp}{p} \,. \tag{67}$$

Bezüglich der Rückgabe der Wärmemenge Q muss nun aber zu einer Hypothese gegriffen werden; nimmt man mit Ledoux an, diese Wärmeabgabe sei dem Temperaturgefälle proportional, so schreibt sich auch

$$dQ = -\,\omega G_2\,dT \,, \tag{68}$$

wobei nach Gl. (66)

*) Die letztgenannte Annahme macht auch Ledoux in seiner Schrift: »Théorie des machines à froid« (Extrait des Annales des mines 1878). Paris 1878.

$$\omega = \frac{r_2 + r_e}{T_2 - T} \tag{69}$$

zu setzen wäre, unter T die Endtemperatur verstanden.

Die Verbindung der Gleichungen (67) und (68) liefert jetzt

$$\frac{dp}{p} = \frac{c_p + m(c_e + \omega)}{c_p - c_v} \frac{dT}{T}$$

und daraus folgt

$$\operatorname{logn} \frac{T_2}{T} = \frac{c_p - c_v}{c_p + m(c_e + \omega)} \operatorname{logn} \frac{p_2}{p_1}, \tag{70}$$

aus welcher Gleichung nach Substitution von ω aus Gl. (69) die Temperatur T am Ende der Expansion sich berechnen lässt.

Die Veränderung der inneren Arbeit der Mischung bestimmt sich unter Beachtung von Gl. (56), wenn man dort $x = 0$ setzt, aus:

$$AdU = c_v G_1 dT + c_e G_2 dT.$$

Es folgt daher aus der Beziehung $AdL = dQ - AdU$ unter Benutzung von Gl. (68)

$$AdL = -[c_v G_1 + (c_e + \omega) G_2] dT$$

und daher die ganze Expansionsarbeit L aus:

$$AL = G_1 [c_v + m(c_e + \omega)](T_2 - T). \tag{71}$$

Die Arbeit L_2, welche im Expansionscylinder gewonnen wird,

$$L_2 = G_1 p_2 v_2 + L - G_1 p_1 v_1,$$

ist nach einer leicht zu verfolgenden Umformung darstellbar durch den Ausdruck:

$$AL_2 = G_1 [c_p + m(c_e + \omega)](T_2 - T), \tag{72}$$

während sich die im Compressionscylinder aufzuwendende Arbeit durch Gl. (65) ergiebt; nur sind in vorstehenden Formeln für c_p und c_v die für Luft geltenden Werthe einzusetzen.

Die Wärmemenge Q_1, welche die aus dem Expansionscylinder tretende Luft anderen Körpern ausserhalb zu entziehen vermag, findet sich:

$$Q_1 = c_p G_1 (T_1 - T), \tag{73}$$

und die Wärmemenge Q_2, welche der Mischung beim Durchgange

durch den Kühlapparat entzogen werden muss, ist näherungsweise durch die Formel

$$Q_2 = c_p G (T_3 - T_2) \tag{74}$$

bestimmt, wobei $G = G_1 + G_2$ ist.

Die einzige Erschwerung der Rechnung liegt in der Bestimmung der Temperatur T durch Gl. (70); man kann aber nach einer bekannten Reihenentwickelung setzen:

$$\operatorname{logn} \frac{T_2}{T} = 2 \frac{T_2 - T}{T_2 + T}$$

und erhält dann aus Gl. (70), wenn man noch ω nach Gl. (69) substituirt:

$$T = \frac{2 T_2 (c_p + m c_e) - (c_p - c_v) T_2 \operatorname{logn} \frac{p_2}{p_1} + 2m (r_2 + r_e)}{2 (c_p + m c_e) + (c_p - c_v) \operatorname{logn} \frac{p_2}{p_1}} \,. \tag{75}$$

Die beiden Arbeitsmengen L_1 und L_2 sind indicirte Arbeiten; bei Dampfmaschinen berechnet sich näherungsweise die effective Arbeit, indem man die indicirte mit einem Factor ζ multiplicirt, der zwischen 0,80 bis 0,85 anzunehmen ist. Bei vorliegender Kaltluftmaschine lässt sich daher die wirkliche Betriebsarbeit für den Compressionscylinder $L_1 : \zeta$ setzen und die Arbeit, welche am Expansionscylinder wieder gewonnen wird, ζL_2; die effective Betriebsarbeit L_e dieser Kaltluftmaschine wäre daher

$$L_e = \frac{L_1}{\zeta} - \zeta L_2 \,. \tag{76}$$

Da man von der Wirklichkeit nicht sehr abweichende Resultate erhalten wird, wenn man $\zeta = 0{,}90$ setzt, so wäre

$$L_e = 1{,}11\, L_1 - 0{,}90\, L_2 \,. \tag{77}$$

Zum Vergleich der Leistungsfähigkeit verschiedener Maschinen unter sich könnte man das Verhältniss η benutzen, welches sich ergiebt, wenn man die Wärmemenge Q_1, welche die Luft nach dem Austritt aus der Maschine anderen Körpern entzieht, um die anfängliche Temperatur T_1 wieder anzunehmen, dividirt durch die in Wärme ausgedrückte effective Betriebsarbeit, — wenn man also setzt

$$\eta = \frac{Q_1}{A L_e} \cdot \tag{78}$$

Man könnte diesen Werth, der übrigens grösser als Eins ist, den Wirkungsgrad nennen; allerdings giebt derselbe kein vollständiges Maass für die Güte der Maschine, weil auch der Kühlwasserverbrauch oder die Wärmemenge Q_2 mit in Betracht fällt.

Beispiel. Eine offene Kaltluftmaschine (Fig. 64 S. 378 Bd. I), welche einen Compressionscylinder von V_1 cbm Inhalt besitzt, saugt atmosphärische Luft von der Temperatur $t_1 = 15^0$ ($T_1 = 288$) an und comprimirt dieselbe auf 3 Atmosphären; es ist also $\frac{p_2}{p_1} = 3$. Die Temperatur, auf welche die Luft im Kühlapparate abgekühlt wird, sei $t_2 = 20^0$ ($T_2 = 293$). Die Luft enthalte Wasserdampf und zwar sei das Mischungsverhältniss $m = 0{,}006$. Wäre die Luft bei der Temperatur t_1 und dem Drucke $p_1 = 760$ mm mit Dampf gesättigt, so wäre nach Gl. (35) das Mischungsverhältniss $m_0 = 0{,}0105$, die relative Feuchtigkeit wird daher zu $57{,}1\,^0/_0$ vorausgesetzt.

Hier berechnet sich zunächst nach Gln. (61), (43), (44) und (45)

$$B_m = 2{,}1608\,; \quad c_p = 0{,}2390\,; \quad c_v = 0{,}1697\,; \quad \varkappa = 1{,}408$$

und die Constante der Grenzcurve nach Gl. (42a)

$$D_m = 602{,}04\,.$$

Nun bestimmt sich das specifische Volumen beim Eintritt in den Expansionscylinder nach den Bemerkungen auf S. 337 $v_0 = 0{,}2777$ und dasjenige beim Durchgange durch die Grenzcurve $v_0' = 0{,}2822$; es findet also schon vor dem Eintritt in diesen Cylinder etwas Condensation vor.

Da nach den Gln. (36) und (37) der Druck der angesaugten Luft 752,74 mm und der des Dampfes 7,26 mm beträgt, so beträgt für die Füllung des Compressionscylinders nach Gl. (33) das Luftgewicht $G_1 = 1{,}2141\,V_1$, das Dampfgewicht $G_2 = 0{,}0073\,V_1$ und das Gewicht der ganzen Mischung $G = 1{,}2214\,V_1$.

Nach Gl. (63) ist die Temperatur der Mischung am Ende der Compression $T_3 = 396{,}0$ oder $t_3 = 123{,}^0 0$; nach Gl. (65) die Arbeit, welche der Compressionscylinder (pro Schub) fordert,

$$L_1 = 13\,367\,V_1 \text{ mkg},$$

und nach Gl. (74) die Wärmemenge, welche der Mischung im Kühlapparate entzogen werden muss,

$$Q_2 = 30{,}066\,V_1\,.$$

Jetzt berechnet sich nach Gl. (75) die Temperatur T am Ende der Expansion; dabei setzt man c_p und c_v der Luft entsprechend, $r_e = 79$ und, der Temperatur t_2 entsprechend, $r_2 = 596{,}07$. Man erhält

$$T = 227{,}8 \quad \text{oder} \quad t = -\,45{,}2\,.$$

Nun folgt nach Gl. (69) $\omega = 10{,}354$ und dann nach Gl. (72) die am Expansionscylinder gewonnene Arbeit

$$L_2 = 10156\,V_1\,,$$

sowie nach Gl. (73)

$$Q_1 = 17{,}358\,V_1\,.$$

Die theoretische Betriebsarbeit dieser Maschine wäre daher pro Schub

$$L = L_1 - L_2 = 3211\,V_1 \text{ mkg},$$

die effective Arbeit nach Gl. (77)

$$L_e = 5711\,V_1 \text{ mkg}$$

und der Wirkungsgrad im Sinne von Gl. (78) $\eta = 1{,}289$.

Berechnet man dieselbe Maschine unter der Voraussetzung, dass sie mit trockner Luft arbeitet, nach den in Bd. I S. 368 entwickelten Formeln, so findet sich:

$$\begin{aligned} t_3 &= 123{,}^\circ 4 & t &= -60{,}^\circ 1 \\ L_1 &= 13379\,V_1 & L_2 &= 9886\,V_1 \\ Q_2 &= 30{,}100\,V_1 & Q_1 &= 21{,}862\,V_1 \\ L_e &= 5967\,V_1 & \eta &= 1{,}553\,. \end{aligned}$$

Der Vergleich der beiderseitigen Resultate zeigt deutlich die Nachtheile, welche die Feuchtigkeit der Luft mit sich führt.

Wäre die vorhin berechnete Maschine doppelt wirkend und machte in der Minute u Umdrehungen, so wäre die effective Betriebsarbeit N_e in Pferdestärken

$$N_e = \frac{L_e u}{30 \cdot 75}\,.$$

Die Wärmemenge Q_h, welche die austretende Luft anderen Körpern stündlich entzieht, würde gefunden

$$Q_h = 120\,Q_1 u$$

und das Gewicht G_h der Schneemasse, welche stündlich auf jeder Seite des Kolbens im Expansionscylinder entsteht, wäre annähernd

$$G_h = 60\,G_2 u\,.$$

Ist der Cubikinhalt des Compressionscylinders $V_1 = 0{,}15$ cbm und macht die Maschine $u = 50$ Umdrehungen, so bestimmt sich $N_e = 19{,}04$ Pferdestärken, $Q_h = 15620$ Calorien und die auf jeder Kolbenseite stündlich entstehende Schneemenge $G_h = 3{,}28$ Kilogramm. In Bd. I S. 379 ist bereits besprochen worden, auf welche Weise man die betriebsstörende Schneebildung zu verhindern und zu vermeiden sucht.

Bezeichnet man mit G_k die Kühlwassermenge, welche stündlich durch den Kühlapparat zu leiten ist, wenn sich das Wasser dort von t' auf t'' erwärmt, so erhält man

$$G_k(t'' - t') = 120\,Q_2 u$$

oder unter Benutzung des Werthes $Q_2 = 30{,}066\,V_1$ für $t'' - t' = 5^\circ$

$$G_k = 5412 \text{ kg}.$$

b. Mischungen von Dämpfen verschiedener Art.

§ 45. Allgemeine Bemerkungen über Mischungen verschiedener Flüssigkeiten und ihrer Dämpfe.

Bei dem Versuche, das Verhalten von Flüssigkeitsgemischen und der von denselben ausgehenden Dämpfe näherer Prüfung zu unterwerfen, stösst man auf Schwierigkeiten, welche zur Zeit noch nicht zu überwinden sind; theils fehlt es für die Beantwortung der sogleich näher zu bezeichnenden Fragen an entsprechenden experimentellen Untersuchungen, theils ist es noch nicht gelungen, die Thermodynamik auf die hier in Betracht kommenden chemischen Wirkungen so zu übertragen, dass sich die Theorie für die technische Verwendung eignet. Allerdings fehlt es nicht an einschlagenden Untersuchungen; an die älteren classischen Arbeiten von Kirchhoff haben sich in neuerer Zeit, insbesondere angeregt durch die theoretischen Betrachtungen von Horstmann und Gibbs, die Untersuchungen von von Helmholtz, Duhem u. A. angeschlossen, die bereits zu bedeutungsvollen Resultaten geführt haben und erwarten lassen, dass auch die hier in Betrachtung stehenden Fragen der Lösung zugeführt werden; die gerade für die Technik wichtigen, noch näher zu bezeichnenden Aufgaben haben aber bis jetzt eine Förderung in geringerem Maasse erfahren, sodass es zur Zeit noch nicht möglich ist, den Process gewisser Maschinen theoretisch in befriedigender Weise darzulegen. Hierher gehören die Carré'sche Eismaschine (Absorptionsmaschine), welche mit einem Gemisch von Wasser und Ammoniak, die Honigmann'sche Maschine, welche mit dem Gemisch von Wasser und Natronlauge arbeitet, ferner die Kaltdampfmaschine, welche die Pictet'sche Flüssigkeit, ein Gemisch von Kohlensäure und schwefliger Säure benutzt.

Es wird sich im Folgenden vor Allem darum handeln, über die vorhandenen Versuchsergebnisse an Flüssigkeitsgemischen zu berichten, die Schlüsse, die man daraus ziehen kann, anzugeben und damit die Unterlagen anzudeuten, welche zur Lösung bestimmt gegebener Probleme nöthig sind.

Denkt man sich zunächst zwei Flüssigkeiten A und B mit einander gemischt; von der ersteren seien G_1 kg, von der anderen G_2 kg gegeben, und ihr Mischungsverhältniss $G_1 : G_2$ sei durch y

ausgedrückt; wird nun ein Theil der Mischung unter Ueberwindung äusseren Druckes in Dampf übergeführt, so entsteht die Frage, welche Wärmemenge hierbei zuzuleiten war, welches der Druck des Dampfgemisches bei gegebener Temperatur ist, welches Mischungsverhältniss in diesem bestimmten Augenblicke bei der zurückgebliebenen Flüssigkeit und welches Mischungsverhältniss bei dem vorhandenen Dampfgemisch vorliegt, und endlich, von welcher Beschaffenheit der Dampf jeder der einzelnen Flüssigkeiten ist, ob jeder derselben bei der betreffenden Temperatur im Sättigungszustande vorliegt oder nicht.

Eine andere Reihe von Fragen bezieht sich auf den eigentlichen Vorgang des Mischens. Liegen zwei Substanzen von gleicher Temperatur zunächst getrennt vor, beide im flüssigen Zustande oder beide dampfförmig oder endlich die eine flüssig, die andere dampfförmig, und bringt man sie nun beide unter vorgeschriebenen Druck- oder Volumenänderungen zusammen, so entsteht die Frage nach dem Zustande beider Körper nach der Mischung, insbesondere nach den hierbei stattfindenden Temperaturänderungen oder nach den Wärmemengen, die nach dem Mischen abgeleitet oder zugeführt werden müssten, um die anfängliche Temperatur wieder herzustellen. Nur einzelne der angedeuteten Fragen sind, wie erwähnt, bis jetzt theoretisch und experimentell der Untersuchung unterworfen worden, insbesondere ist für eine Reihe von Gemischen die Beziehung zwischen der Temperatur und dem Druck der gemischten Dämpfe durch Versuche festgestellt worden.

Früher nahm man an, dass der Druck des über einer Mischung zweier Flüssigkeiten stehenden Dampfgemisches einfach die Summe der Sättigungsdrücke sei, welche beiden Dampfarten bei der entsprechenden Temperatur zukommen; wäre also bei der Temperatur t der Sättigungsdruck des einen Dampfes, im Falle er allein vorhanden, p', und ebenso der des anderen Dampfes p'', so setzte man den Druck p der Mischung einfach $p = p' + p''$, dachte also, beide Dampfarten seien auch bei ihrer Mischung im gesättigten Zustande vorhanden.

Es hat aber zuerst Magnus*) gezeigt, dass diese Annahme

*) Magnus, »Ueber das Sieden von Gemengen zweier Flüssigkeiten«. Poggend. Ann. Bd. 38. 1836. S. 481.

nur dann durch die Beobachtung bestätigt wird, wenn die beiden Flüssigkeiten nur ein Gemenge bilden, wie Oel und Wasser, sich also nicht mischen, dass dagegen bei mischbaren Flüssigkeiten jederzeit die Beziehung $p < (p' + p'')$ besteht, dass sich also der Druck des Dampfgemisches für die betreffende Temperatur nicht ohne Weiteres durch die Sättigungspressungen der einzelnen Dampfarten ermitteln lässt. Es folgt daraus, dass von den beiden Dampfarten die eine oder wahrscheinlich beide im überhitzten Zustande vorliegen.

Ausführlich kam später Regnault auf die Frage zurück und bestätigte zunächst den Satz, dass bei Gemengen zweier Flüssigkeiten, die sich nicht mischen, der Druck des gemischten Dampfes gleich der Summe der Sättigungspressungen der einzelnen Dämpfe sei. Die betreffenden Versuche*) bezogen sich auf Gemenge von Wasser und Schwefelkohlenstoff, Wasser und Chlorkohlenstoff, sowie Wasser und Benzin. Regnault bezeichnet solche Mischungen als Mischungen erster Art, unterscheidet aber noch zwei andere Arten; die eine derselben umfasst diejenigen Fälle, bei welcher die eine Flüssigkeit sich nur mit einer begrenzten Menge der anderen mischt, wie Wasser und Aether; die andere, von Regnault als Mischungen dritter Art bezeichnet, sind Mischungen, die sich in allen Verhältnissen der einzelnen Flüssigkeiten herstellen lassen. Die am häufigsten vorkommenden Mischungen sind diejenigen der dritten Art. Für solche hat Regnault Versuche angestellt über verschiedene Mischungsverhältnisse von Aether und Schwefelkohlenstoff, Chlorkohlenstoff und Schwefelkohlenstoff, Alkohol und Benzin**). Weitere Versuche hat Wüllner***) ausgeführt und zwar mit Mischungen von Wasser und Alkohol, sowie von Aether und Alkohol.

Der Dampfdruck p der Mischung tritt hierbei als abhängig von der Temperatur t und dem Mischungsverhältniss y hervor und ist immer kleiner als die Summe der derselben Temperatur entsprechenden Sättigungsdrücke p' und p'' der einzelnen Dämpfe; das Verhältniss

*) Rel. t. II. p. 720 und 721.

**) Rel. t. II. p. 724 bis 728.

***) Wüllner, »Ueber die Spannkraft der Dämpfe von Flüssigkeitsgemischen«. Pogg. Ann. Bd. 129. 1866. S. 353.

$$\mu = \frac{p}{p' + p''}$$

erscheint daher als echter Bruch. Besteht die Mischung aus gleichen Gewichtstheilen beider Flüssigkeiten, ist also $y = 1$, so ergab sich μ für verschiedene Temperaturen als eine constante Grösse, nach Wüllner war bei Wasser und Alkohol im Mittel $\mu = 0{,}596$, bei Aether und Alkohol $\mu = 0{,}630$ und nach Regnault bei Aether und Schwefelkohlenstoff $\mu = 0{,}590$; bei anderen Mischungsverhätnissen ist der Werth μ grösser oder kleiner und ändert sich auch langsam mit der Temperatur; der Werth μ ist grösser, wenn die flüchtigere Flüssigkeit in der Mischung überwiegt und nimmt dann mit der Temperatur ab; das Umgekehrte liegt vor, wenn dem Gewichte nach in der Mischung weniger von der flüchtigeren Flüssigkeit vorhanden ist, als von der anderen.

Die vorhandenen Versuche sind aber unzureichend, um die hier zu Grunde liegenden Gesetze zu erkennen und weitere Schlüsse aus den Versuchsergebnissen zu ziehen, insbesondere um die Partialdrücke beider Dampfarten in der Mischung und daraus den Ueberhitzungsgrad derselben zu bestimmen. Wichtigere Aufschlüsse würden Versuche ergeben, aus welchen die Spannungscurve abgeleitet werden könnte, welche vorliegt, wenn eine bestimmte Mischung bei constanter Temperatur in Dampf übergeführt wird. Bei einer einfachen Flüssigkeit ist hierbei der Dampfdruck constant, so lange noch Flüssigkeit vorhanden ist, nicht so aber bei Flüssigkeitsmischungen. Ist hierbei y das Mischungsverhältniss beider Flüssigkeiten vor der Dampfbildung, so wird, nachdem ein Theil in Dampf verwandelt ist, das Mischungsverhältniss der zurückgebliebenen Flüssigkeit ein anderes, also y' sein, dagegen dasjenige des Dampfgemisches y''; beide Werthe werden verschieden und abhängig sein vom Gesammtverhältniss y, von der Temperatur t und dem Gesammtvolumen der Gewichtseinheit des Flüssigkeits- und Dampfgemisches.

§ 46. Mischung zweier Flüssigkeiten mit einseitiger Verdampfung. Abdampfen bei constanter Temperatur.

In der zuletzt angedeuteten Beziehung lassen eine nähere Untersuchung solche Mischungen zu, bei denen unter Wärmemit-

theilung nur die eine Flüssigkeit in Dampf übergeht, die andere dagegen keine oder eine unmerklich geringe Dampfbildung zeigt.

Hierher gehören Mischungen von Schwefelsäure und Wasser, Kalilauge und Wasser, Natronlauge und Wasser, Salzlösungen überhaupt. Von der erstgenannten Mischung liegen entsprechende Versuche von Regnault vor, welche den folgenden Betrachtungen zu Grunde gelegt werden sollen; aus der Mischung von Schwefelsäure und Wasser steigen bei der Erwärmung nur Wasserdämpfe auf, für welche Regnault*) unter Zugrundelegung verschiedener Mischungsverhältnisse die Beziehung zwischen Druck und Temperatur ermittelte und durch die empirische Formel

$$p = a + b\beta^t$$

zur Darstellung brachte. Die Constanten a, b und β stellten sich hierbei für jede Mischung verschieden heraus, wären also als Functionen des vorliegenden Mischungsverhältnisses anzusehen; die Versuchs- und Rechnungsresultate erstrecken sich allerdings nur auf die Temperaturgrenzen von 0° bis 35°.

Die Mischungen von Schwefelsäure und Wasser schreiben sich

$$(SO_4 H_2) + n(H_2 O) \;,$$

wonach n Aequivalente Wasser mit einem Aequivalent Schwefelsäure verbunden erscheinen; da nun das Molekulargewicht des Wassers zu 18 und das der Schwefelsäure (Schwefelsäurehydrat) zu 98 zu setzen ist, so ergiebt sich das entsprechende Mischungsverhältniss y, wenn dem Gewichte nach G_1 kg Wasser mit G_2 kg Schwefelsäure gemischt sind:

$$y = \frac{G_1}{G_2} = \frac{18n}{98} = 0{,}18367 \cdot n \,.$$

Aus den von Regnault (a. a. O.) gegebenen Tabellen lässt sich folgende Zusammenstellung für die in Rede stehende Mischung ableiten:

*) Ann. de chim. et de phys. 3. Série. 1845. p. 179.

Werthe von n	Mischungsverhältniss $y = \frac{\text{Wasser}}{\text{Schwefelsäure}}$	Dampfdruck in Quecksilbersäule für $t = 5^\circ$	$t = 20^\circ$	$t = 35^\circ$
∞	∞	6.53 mm	17.39 mm	41.83 mm
17	3.122	5.48	14.48	34.77
11	2.020	4.43	12.32	29.31
9	1.653	4.12	10.83	26.15
7	1.286	3.17	8.49	21.06
5	0.918	2.14	5.79	14.40
4	0.735	1.29	3.73	9.52
3	0.551	0.86	2.24	5.43
2	0.367	0.39	0.85	1.98
1	0.184	0.10	0.15	0.28

Die Werthe der ersten Zeile (für das Mischungsverhältniss $y = \infty$) entsprechen den Dampfdrucken des reinen Wasserdampfes; man erkennt aus der Tabelle, dass bei der Verdampfung unter constanter Temperatur der Dampfdruck um so mehr abnimmt, je concentrirter die Mischung wird, die hemmende Wirkung der Schwefelsäure auf die Verdampfung des Wassers wird daher um so energischer, je weniger Wasser vorhanden ist; der Wasserdampf befindet sich hierbei im überhitzten Zustand.

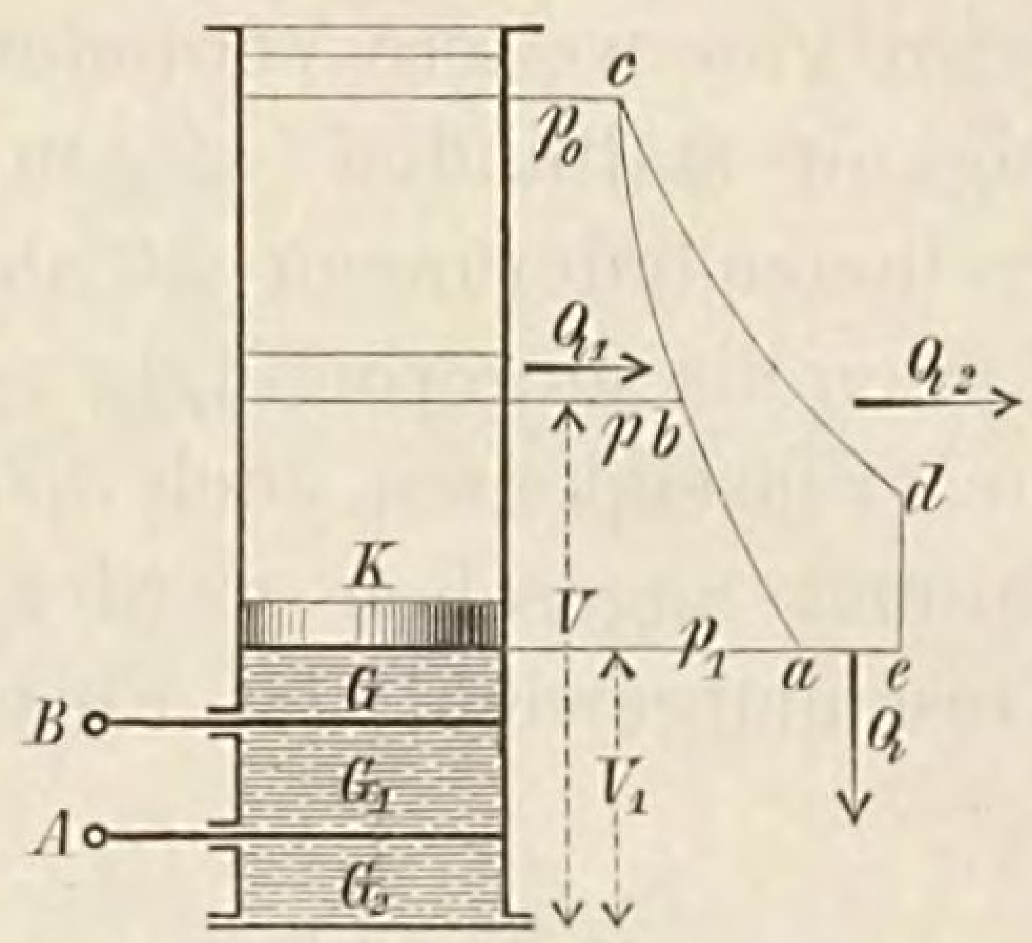
Trägt man das Mischungsverhältniss y als Abscisse und den Druck als Ordinate auf, so erhält man für die einer bestimmten Temperatur entsprechende Druckcurve einen Verlauf, welcher nahe bei dem Mischungsverhältniss $y = 1$ einen Wendepunkt zeigt. Wären übrigens die Regnault'schen Versuche ausgedehnter und würden sie sich auf höhere Temperaturen und Pressungen erstrecken, so liessen sich auch die Verhältnisse beim Verdampfen unter constantem Druck besser übersehen, und man würde erkennen, in welcher Weise beim Abdampfen die Temperatur der Mischung oder Lösung mit abnehmender Wassermenge wächst.

Mit Rücksicht auf den Umstand, dass die betreffenden Untersuchungen unter Umständen für spätere Verwendungen bei technisch wichtigen Fällen als Unterlagen benutzt werden können, möge das Abdampfen bei constanter Temperatur näher betrachtet werden.

In einem Cylinder (Fig. 34), dessen Querschnitt zu 1 qm angenommen werden mag, befinden sich zwei Schieber A und B; unter dem unteren Schieber A sind G_2 kg Schwefelsäure abge-

sperrt: zwischen beiden Schiebern befinden sich G_1 kg Wasser und über dem Schieber B steht eine Wassermenge von G kg, auf welcher der Kolben K ruht. Die drei Flüssigkeitsmengen sollen die gleiche Temperatur t haben; ist ω das specifische Volumen der Schwefelsäure und σ das des Wassers, so ermittelt sich das Volumen V_1 der drei Flüssigkeitsmengen aus

Fig. 34.



$$V_1 = G_2\omega + (G_1 + G)\sigma . \quad (1)$$

Es möge nun zunächst der Schieber A zurückgezogen werden, sodass ein Vermischen der Wassermenge G_1 mit der vorhandenen Schwefelsäure erfolgt; das entstandene Mischungsverhältniss werde mit y_0 bezeichnet, sodass also die Beziehung

$$y_0 = \frac{G_1}{G_2} \quad (2)$$

besteht. Dieses Mischen ist bekanntlich mit einer Wärmeentwickelung und mit einer Volumenverminderung verbunden; es möge aber durch Ableitung der entsprechenden Wärmemenge Q_0 die anfängliche Temperatur wieder hergestellt werden, und dieser Zustand soll nun als der a n f ä n g l i c h e für die folgenden Operationen angesehen werden.

Es werde jetzt weiter auch der zweite Schieber B herausgezogen, sodass aus der Mischung $G_2 + G_1$ und dem neu hinzutretenden Wasser G eine neue Mischung entsteht, für welche das Mischungsverhältniss mit y_1 bezeichnet werde und sich bestimmt durch:

$$y_1 = \frac{G_1 + G}{G_2} . \quad (3)$$

Bei diesem Mischen wird wiederum Wärme frei und die Wärmemenge, welche jetzt der gesammten Mischung entzogen werden muss, um die anfängliche Temperatur wieder herzustellen, möge mit Q bezeichnet werden. Die Bestimmung dieser Wärmemenge bildet einen Theil der folgenden Aufgabe; dabei kann man sich die Frage dadurch verallgemeinert denken, dass man an Stelle der anfänglichen Mischung $G_1 + G$ von Schwefelsäure

und Wasser irgend eine andere Lösung, z. B. Natronlauge, vorausgesetzt, um so die Grundlage für den Process bei den Honigmann'schen Dampfkesseln zu gewinnen.

Bei der im Vorstehenden angenommenen zweiten Mischung wird eine weitere Veränderung des Volumens der gesammten Flüssigkeit stattfinden; gegen die weiteren in Betracht kommenden Volumenänderungen ist aber diejenige beim Mischen der Flüssigkeiten als so geringfügig zu betrachten, dass das Gesammtvolumen der Flüssigkeiten auch nach der Mischung als durch Gl. (1) bestimmt angesehen werden kann; im Uebrigen werde noch das Gesammtgewicht der Flüssigkeit mit G_0 bezeichnet, also gesetzt

$$G_0 = G_2 + G_1 + G\,. \tag{4}$$

Die zweite der vorzunehmenden Operationen bestehe nun darin, dass man der Masse Wärme zuführt und die Flüssigkeitsmenge G vollständig in Dampf verwandelt, und zwar soll diese Verdampfung, die man als Abdampfen bezeichnen kann, bei constanter Temperatur t erfolgen. Dabei wird der Kolben K allmählich zurückweichen und der jeweilige Dampfdruck durch die Curve abc (Fig. 34) dargestellt erscheinen. Dem Anfangsdruck p_1 entspricht das Mischungsverhältniss y_1 und dem Enddruck p_0 das Verhältniss y_0; irgend einem Punkte b der Druckcurve wird der Druck p und ein zwischenliegendes Mischungsverhältniss y zukommen, und dieses Verhältniss lässt sich folgendermassen darstellen. Ist in diesem Augenblicke x die specifische Dampfmenge, so ist Gx das Gewicht des vorhandenen Dampfes und daher das Mischungsverhältniss der Flüssigkeit:

$$y = \frac{G_1 + G(1-x)}{G_2}\,,$$

oder wenn man die Gln. (2) und (3) benutzt

$$y = y_1 - (y_1 - y_0)x\,, \tag{5}$$

woraus sich umgekehrt bestimmt:

$$x = \frac{y_1 - y}{y_1 - y_0}\,. \tag{6}$$

Bezeichnet ferner s das specifische Volumen des überhitzten Dampfes im Punkte b der Druckcurve (Fig. 34), so ist das entsprechende Gesammtvolumen V der Masse:

$$V = G_2\omega + G_1\sigma + G(1-x)\sigma + Gxs\ ,$$

und hieraus folgt unter Benutzung von Gl. (2) und (3), wenn man noch die Bezeichnung

$$u = s - \sigma \tag{7}$$

einführt:

$$V = G\left[\frac{\omega + y_1\sigma}{y_1 - y_0} + xu\right], \tag{8}$$

wobei auch noch unter Verwendung der Gleichungen (2), (3) und (4) die Beziehung

$$G = \frac{y_1 - y_0}{1 + y_1} G_0 \tag{9}$$

gilt.

Liegt gerade die Gewichtseinheit Gesammtmischung vor, so ist $G_0 = 1$, und dann folgt aus (8) das specifische Volumen v derselben

$$v = G\left[\frac{\omega + y_1\sigma}{y_1 - y_0} + xu\right], \tag{8^a}$$

wobei zu setzen ist:

$$G = \frac{y_1 - y_0}{1 + y_1}\ . \tag{9^a}$$

Im Uebrigen ist zu allem Vorstehenden zu bemerken, dass der Druck p als eine Function der Temperatur und des Mischungsverhältnisses y oder auch nach Gl. (6) als eine Function der Temperatur t und der specifischen Dampfmenge x anzusehen ist; das Gleiche ist mit dem Werthe von u der Fall.

Bei der Verdampfung der Wassermenge G werde die Wärmemenge Q_1 zugeführt und die Arbeit L_1 gewonnen; diese Arbeit wird durch die von der Curve *abc* begrenzte Fläche gemessen.

Denkt man sich jetzt den Schieber B (Fig. 34) wieder hineingeschoben, so befindet sich unterhalb desselben wieder die Wassermenge G_1 mit dem Schwefelsäuregewicht G_2 gemischt; das Mischungsverhältniss ist wieder y_0 und über dem Schieber B stehen G kg überhitzter Dampf vom Drucke p_0 und der Temperatur t. War vor der Verdampfung der Wärmeinhalt der gesammten Mischung J_α und beträgt derselbe am Ende der Verdampfung J_β, so besteht die Gleichung

$$Q_1 = J_\beta - J_\alpha + AL_1\ . \tag{10}$$

Die Bestimmung der Wärmemenge Q_1 und der Arbeit L_1 bildet

das weitere Ziel der vorliegenden Aufgabe; zu diesem Zwecke soll nun drittens die oberhalb des Schiebers B abgegrenzte Dampfmenge G bei constanter Temperatur t comprimirt werden, bis dieselbe vollständig in Wasser zurückgeführt worden ist.

Dieser Vorgang findet auf dem Wege cde statt; auf dem ersten Theile cd des Weges wächst der Druck, bis im Punkt d der der Temperatur t entsprechende Sättigungsdruck p_2 erreicht ist und im letzten Theile de des Weges bleibt der Druck p_2 constant. Bezeichnet Q_2 die Wärmemenge, welche hierbei abzuleiten und L_2 die Arbeit, welche aufzuwenden ist, so besteht auch die Beziehung

$$Q_2 - AL_2 = G(J - q) \;, \tag{11}$$

wobei q die Flüssigkeitswärme darstellt, d. h. den Wärmeinhalt der Gewichtseinheit Flüssigkeit bei der Temperatur t und J den Wärmeinhalt der Gewichtseinheit des überhitzten Dampfes vom Drucke p_0 und der Temperatur t; für den letzteren Werth schreibt sich nach den früher gegebenen Sätzen über überhitzten Dampf:

$$J = J_0 + \frac{A}{\varkappa - 1}(BT - Cp_0{}^n) \;,$$

während für den gesättigten Dampf von der Temperatur t und dem zugehörigen Drucke p_2 sich ergab:

$$q + \varrho = J_0 + \frac{A}{\varkappa - 1}(BT - Cp_2{}^n) \;.$$

Die Benutzung beider Ausdrücke in Gl. (11) ergiebt dann:

$$Q_2 - AL_2 = G\left(\varrho + \frac{AC}{\varkappa - 1}(p_2{}^n - p_0{}^n)\right) , \tag{12}$$

oder wenn man die Annahme macht, dass der überhitzte Wasserdampf sich wie ein Gas verhält, was bei niedrigen Temperaturen anzunehmen gestattet ist, so folgt einfach, weil dann $C = 0$ zu setzen ist:

$$Q_2 - AL_2 = G\varrho \;, \tag{12^a}$$

wobei ϱ die innere latente Wärme des gesättigten Dampfes bei der Temperatur t darstellt.

Nachdem auf die vorbemerkte Art die Dampfmenge G wieder in Wasser von der Temperatur t verwandelt worden ist, ist der Anfangszustand wieder erreicht und der Kreisprocess, welcher

durch das Druckdiagramm *abcdea* in Fig. 34 vor Augen tritt, geschlossen.

Es lässt sich übrigens leicht erkennen, dass der Kreisprocess auch umkehrbar ist.

Die erzeugte Wärmemenge war bei den besprochenen Operationen $Q + Q_2 - Q_1$ und die aufgewandte Arbeit $L_2 - L_1$; es besteht daher die Beziehung

$$Q + Q_2 - Q_1 = A(L_2 - L_1),$$

oder

$$Q = (Q_1 - AL_1) - (Q_2 - AL_2),$$

und unter Benutzung der Gln. (10) und (12[a])

$$Q = J_\beta - J_\alpha - G\varrho\,. \tag{13}$$

Diese Gleichung würde nun dazu dienen können, die Wärmemenge Q zu berechnen, welche beim Mischen der Wassermenge G mit einer gegebenen Mischung von Wasser und Schwefelsäure oder einer anderen wässerigen Lösung hervortritt bez. verschwindet.

Diese Bestimmung erfordert aber noch die Ermittelung der Differenz $J_\beta - J_\alpha$, deren Bedeutung durch Gl. (10) gegeben ist. Zu diesem Zwecke ist die folgende Untersuchung einzuschalten, welche über die Verdampfung einer Mischung bei constanter Temperatur näheren Aufschluss giebt.

Aus den beiden Fundamentalgleichungen $dQ = A(dU + p\,dv)$ und $dP = \frac{dQ}{AT}$ ergiebt sich:

$$dU = TdP - dL\,, \tag{14}$$

wobei

$$dL = p\,dv \quad \text{ist.} \tag{15}$$

Es sollen nun als Urvariable die Temperatur t und die Grösse x, über deren Bedeutung hier zunächst noch weitere Bestimmung vorbehalten werden mag, eingeführt werden. Da das Wärmegewicht P (die Entropie) als Function von t und x anzusehen ist, so schreibt sich:

$$dP = \frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial t}dt \tag{16}$$

und ebenso:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{\partial t}dt\,. \tag{17}$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen und der Gl. (15) ergiebt dann Gl. (14) die Veränderung dU der inneren Arbeit oder Energie

$$dU = \left[T\frac{\partial P}{\partial x} - p\frac{\partial v}{\partial x}\right]dx + \left[T\frac{\partial P}{\partial t} - p\frac{\partial v}{\partial t}\right]dt\,,$$

wofür man schreiben kann, wenn man vorübergehend die beiden Klammerausdrücke mit M und N bezeichnet,

$$dU = Mdx + Ndt\,.$$

Nun ist aber dU ein vollständiges Differential, daher

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

und daraus folgt unter Benutzung der Werthe von M und N die Beziehung

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}\,. \tag{18}$$

Benutzt man diesen Ausdruck in Gl. (16), so folgt

$$dP = \left[\frac{\partial p}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}\right]dx + \frac{\partial P}{\partial t}dt \tag{19^a}$$

und aus der Verbindung der Gln. (17) und (15)

$$dL = p\left[\frac{\partial v}{\partial x}dx + \frac{\partial v}{dt}\partial t\right]. \tag{19^b}$$

Diese Gleichungen gelten ganz allgemein und ergeben dann auch nach den beiden Fundamentalgleichungen:

$$dQ = ATdP \tag{19^c}$$

und

$$dU = \frac{dQ}{A} - dL\,. \tag{19^d}$$

Es möge nun die ausdrückliche Annahme gemacht werden, dass die Zustandsänderungen des Körpers, von welchem hier die Gewichtseinheit vorausgesetzt worden ist, bei constanter Temperatur erfolgen; dann giebt die Verbindung der Gln. (19^a) und (19^c)

$$dQ = AT\left[\frac{\partial p}{\partial t}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial t}\right]dx\,, \tag{20^a}$$

und aus Gl. (19^b) folgt

$$dL = p\frac{\partial v}{\partial x}dx\,, \tag{20^b}$$

worauf sich dann nach Gl. (19^d) auch für dU der entsprechende Ausdruck leicht darstellen lässt.

In den vorstehenden Gleichungen ist die Bedeutung von x noch vollständig offen erhalten worden; wendet man dieselben nun aber auf das oben behandelte Mischungsproblem an und versteht man unter x die specifische Dampfmenge, welche beim Abdampfen nach der Curve abc (Fig. 34) eingeführt wurde, so ist v nach Gl. (8^a) S. 351 gegeben und in vorstehenden Gleichungen:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = G\frac{\partial(xu)}{\partial x} \quad \text{und} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = G\frac{\partial(xu)}{\partial t}\,, \tag{21}$$

oder

und

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial v}{\partial x} &= G\left(u + x\frac{\partial u}{\partial x}\right)\\ \frac{\partial v}{\partial t} &= Gx\frac{\partial u}{\partial t}\end{aligned}\right\} \tag{21^a}$$

zu substituiren. Man erhält dann

$$dQ = AT\left[u\frac{\partial p}{\partial t} + x\frac{\partial p}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial x} - x\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial t}\right]Gdx\,, \tag{22}$$

und

$$AdL = Ap\left[u + x\frac{\partial u}{\partial x}\right]Gdx\,. \tag{23}$$

Die Differenz beider Gleichungen giebt den Werth AdU.

Die beiden Gleichungen geben zu einer besonderen Bemerkung Anlass. Läge nicht eine Verdampfung aus einer Mischung, sondern aus reinem Wasser vor, so wären p und u nur Functionen von t, also würde

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

zu setzen sein und dann folgen:

$$dQ = ATu\frac{dp}{dt}\cdot Gdx\,, \tag{22^a}$$

$$AdL = Apu\cdot Gdx\,. \tag{23^a}$$

Man erkennt aus Gl. (22^a), dass der Factor von Gdx nichts anderes, als die latente Wärme r des Dampfes (vergl. S. 28)

und ebenso der Factor in Gl. (23^a) die äussere latente Wärme darstellt, während die Differenz beider Factoren die innere latente Wärme ϱ ergiebt. Man kann daher auch den Factor von $G dx$ in Gl. (22) als die latente Wärme des aus einer Mischung entspringenden Dampfes ansehen und kann die äussere und innere latente Wärme eines solchen Dampfes bestimmen; diese Werthe erscheinen aber dann als Functionen der Temperatur t und der specifischen Dampfmenge x oder auch der Temperatur und des augenblicklich stattfindenden Mischungsverhältnisses y.

Die Gln. (22) und (23) lassen eine weitere Umformung zu, wenn die Zustandsgleichung des überhitzten Wasserdampfes gegeben ist. Für niedrige Temperaturen und Pressungen, wie sie bei den oben aufgeführten Versuchen von Regnault an Mischungen von Wasser und Schwefelsäure vorliegen, kann man für den Dampf die Zustandsgleichung der Gase, also

$$pu = BT, \tag{24}$$

zu Grunde legen, und aus dieser ergiebt sich, wenn man u in Hinsicht auf x und t differentiirt,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{BT}{p^2}\frac{\partial p}{\partial x}, \tag{25^a}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{B}{p} - \frac{BT}{p^2}\frac{\partial p}{\partial t}. \tag{25^b}$$

Wendet man diese Ausdrücke in den Gln. (22) und (23) an, so folgt mit Rücksicht auf Gl. (24):

$$dQ = \left[AuT\frac{\partial p}{\partial t} - Axu\frac{\partial p}{\partial x}\right] G dx, \tag{26}$$

$$AdL = \left[Apu - Axu\frac{\partial p}{\partial x}\right] G dx, \tag{27}$$

und durch Subtraction:

$$AdU = Apu\left[\frac{T}{p}\frac{\partial p}{\partial t} - 1\right] G dx. \tag{28}$$

Diese drei Gleichungen sind, wenn auch in anderer Form, zuerst von Kirchhoff*) gegeben worden; ihre Verwendung setzt

*) Poggendorff's Annalen. Bd. 103. 1858. S. 177.
Vergl. auch: C. Neumann, »Vorlesungen über die Theorie der Wärme«. Leipzig 1875. p. 188.

voraus, dass der Dampfdruck als Function von t und x bekannt ist. Die beiden Gleichungen (26) und (27) geben dann, zwischen $x = 0$ und $x = 1$ integrirt, die Werthe Q_1 und AL_1 der Gl. (10) S. 351, während die Integration von Gl. (28) auf den Werth $J_\beta - J_\alpha$ führt, der in Gl. (10) und Gl. (13) vorkommt.

Nach Gl. (24) schreibt sich Gl. (28) auch in folgender Form:

$$AdU = ABT\left[\frac{T}{p}\frac{\partial p}{\partial t} - 1\right]Gdx\,, \tag{28a}$$

oder auch:

$$AdU = ABT^2 \cdot \frac{\partial\left(\log \frac{p}{T}\right)}{\partial t} \cdot Gdx\,, \tag{28b}$$

wobei $p = F(t, x)$ anzunehmen ist; Gl. (28b) ist die von Kirchhoff gewählte Form.

Die im Vorstehenden entwickelten Sätze umfassen die Theorie des Abdampfens einer Mischung bei constanter Temperatur.

Eine Verwerthung dieser Sätze lassen zur Zeit aus Mangel von anderen Versuchen nur die auf S. 348 aufgeführten Versuchsergebnisse Regnault's zu, allerdings nur innerhalb der engen Temperaturgrenzen und Mischungsverhältnisse, unter welchen die Experimente stattfanden.

Setzt man in Gl. (28a)

$$ABT\left[\frac{T}{p}\frac{\partial p}{\partial t} - 1\right] = \varrho_x\,, \tag{29}$$

und berechnet man hieraus für einen bestimmten Temperaturwerth die Grösse ϱ_x, so tritt diese als Function von x hervor, und es lässt sich dann der Werth von

$$J_\beta - J_\alpha = G\int_0^1 \varrho_x dx \tag{30}$$

bestimmen. Aus den von Regnault für verschiedene Mischungsverhältnisse angegebenen Constanten der Formel $p = a + b\beta^t$ (vergl. Anmerkung S. 347) berechnet sich beispielsweise für die Temperaturen $t = 20^\circ$ und 35° folgende Zusammenstellung:

	für $t = 20^\circ$	$t = 35^\circ$
$n = 1$	$\varrho_x = 280$	$\varrho_x = 432$
2	492	570
3	546	575
4	588	605
5	564	590
7	561	590
9	546	570
11	550	549
17	544	564

Man erkennt schon aus diesen Zahlenwerthen, noch mehr aus der entsprechenden graphischen Darstellung, dass die Regnault-schen Versuche, welche zu Grunde liegen, mit grossen Fehlerquellen behaftet sein müssen, was sich daraus erklären dürfte, dass bei den beobachteten geringen Pressungen geringfügige Beobachtungsfehler auf grosse Abweichungen in den Werthen von ϱ_x führen; die den Werthen $n = 1$ bis 3 zukommenden Werthe ϱ_x der vorstehenden Tabelle sind wohl zu verwerfen, nur die der Temperatur $t = 20^\circ$ und den Werthen $n = 4$ bis 17 entsprechenden Werthe ϱ_x lassen sich zum Zwecke einer vorläufigen Benutzung der oben entwickelten Formeln verwerthen, da sich für dieselben eine einfache, empirische Formel

$$\varrho_x = 534 + \frac{170}{n} \tag{31}$$

benutzen lässt.

Wollte man nun beispielsweise bei $t = 20^\circ$ aus einer Schwefelsäure der Mischung $(SO_4 H_2) + n_0 (H_2 O)$ durch Hinzufügen der entsprechenden Wassermenge die Mischung $(SO_4 H_2) + n_1 (H_2 O)$ herstellen, so findet sich, wenn in Gl. (30) die Gl. (31) und die Gl. (5) in der Form:

$$n = n_1 - (n_1 - n_0) x$$

benutzt wird, nach Ausführung der angedeuteten Integration

$$J_\beta - J_\alpha = G\left[\alpha + \frac{\delta}{n_1 - n_0} \operatorname{logn} \frac{n_1}{n_0}\right], \tag{32}$$

wobei $\alpha = 534$ und $\delta = 170$ zu substituiren ist. Dann ergiebt Gl. (13) die entsprechende Verdünnungswärme:

$$Q = G\left[\alpha - \varrho + \frac{\delta}{n_1 - n_0} \operatorname{logn} \frac{n_1}{n_0}\right], \tag{33}$$

wobei ϱ die innere latente Wärme des gesättigten Wasserdampfes von der Temperatur $t = 20^\circ$, also $\varrho = 559{,}58$ ist.

Führt man an Stelle des Gewichtes G der zugefügten Wassermenge das Gewicht G_2 der vorhandenen Schwefelsäure ein, so ist nach der Verbindung der Gln. (2) und (3)

$$G = (y_1 - y_0)\, G_2 = k\,(n_1 - n_0)\, G_2\,,$$

und dabei $k = 0{,}18367$ zu setzen (s. S. 347).

Es folgt dann die Verdünnungswärme auch in der Form:

$$Q = k\, G_2 \left[(\alpha - \varrho)(n_1 - n_0) + \delta \operatorname{logn} \frac{n_1}{n_0}\right]. \tag{34}$$

Beispiel. Zu einer Mischung von Schwefelsäure und Wasser von der Zusammensetzung

$$(S\,O_4\,H_2) + 4\,(H_2\,O)$$

und der Temperatur von 20°, wobei also $n_0 = 4$ und auf 1 kg Schwefelsäure 0,735 kg Wasser zu rechnen ist, soll Wasser zugefügt werden, sodass der Reihe nach $n_1 = 5, 6, 7$ u. s. f. wird; setzt man die Gewichtseinheit Schwefelsäure, also $G_2 = 1$ kg voraus, so ergiebt vorstehende Gleichung (34) folgende Werthe für die Verdünnungswärme:

Für $n_1 =$	5	6	7	8	9	11
$Q =$	2,27	3,26	3,38	2,84	1,83	− 2,72 .

Man ersieht daraus, dass bis zu $n_1 = 9$ beim Mischen Erwärmung stattfindet dass dagegen beim Hinzufügen grösserer Wassermengen Wärmeabsorption beobachtet werden müsste. Bei $n_1 = 7$ liegt ein Maximum der erzeugten Wärmemenge vor und bei ohngefähr $n_1 = 10$ würde das Mischen keine Temperaturänderung herbeiführen; der Werth $n_1 = 7$ entspricht übrigens einer zugefügten Wassermenge von 0,551 kg und der Werth $n_1 = 10$ einer solchen von 1,102 kg.

Die Rechnungsresultate des vorstehenden Beispieles machen nun allerdings wegen der höchst unsicheren Grundlagen nicht entfernt Anspruch auf Zuverlässigkeit; es sollte eben nur nachgewiesen werden, dass ausgedehntere Versuche nach der Regnault'schen Methode, die zu anderen Zwecken angestellt worden sind, dazu benutzt werden könnten, die hier vorliegende Aufgabe weiter zu verfolgen, da es keinen Schwierigkeiten unterliegt, auf dem angedeuteten Wege auch die Gleichungen (26) und (27) zu integriren, also die Werthe Q_1 und L_1 der Gl. (10) zu ermitteln.

Bemerkt werden mag noch, dass die Benutzung der Versuchswerthe für die Temperatur $t = 35^\circ$ an Stelle derjenigen für $t = 20^\circ$ auf andere und bedeutend grössere Werthe der Verdünnungswärme Q führt, was andeuten würde, dass die Temperatur, bei welcher das Mischen erfolgt, wesentlichen Einfluss auf den Vorgang übt.

Die in vorstehendem Beispiele gewonnene Zahlenreihe steht aber wenigstens im Allgemeinen in Einklang mit den Ergebnissen von Versuchen anderer Art, wie sie z. B. von Berthelot*) und Thomsen**) bei dem Mischen von Natronlauge und Wasser gewonnen worden sind.

So hat Thomsen eine Natronlauge von der Zusammensetzung $(NaHO) + 3(H_2O)$, also bei $n_0 = 3$, der Art mit Wasser gemischt, dass sich der Reihe nach $n_1 = 5$, 7, 9, 20 u. s. f. ergab und die entsprechenden Verdünnungswärmen bestimmt.

Bezieht man dessen Angaben auf die Gewichtseinheit (1 kg) Aetznatron, so enthielt die ursprüngliche Lauge 1,35 kg Wasser; die Versuche führten auf folgende Resultate:

	$n_1 =$	5	7	9	20	25	50	100	200
Zugeführte Wassermenge	=	0,90	1,80	2,70	7,65	9,90	21,15	43,65	88,65 kg
Verdünnungswärme Q	=	53,25	72,25	77,25	82,00	81,50	77,75	75,00	73,50 cal.

Das Maximum der Wärmemenge Q liegt hier bei $n_1 = 20$.

Aus den aufgeführten und sonst bekannt gewordenen Rechnungs- und Versuchsergebnissen Schlüsse auf die Vorgänge zu ziehen, welche auftreten, wenn in heisse Lösungen Wasserdampf statt Wasser eingeführt wird, ist zur Zeit noch unmöglich und daher eine weitere Verfolgung der Aufgabe an diesem Orte nicht angezeigt.

*) Comptes rendus. t. 76. 1873. p. 1041.

**) J. Thomsen, »Thermochem. Untersuchungen«. Bd. 3. S. 84. Leipzig 1883.

Anwendungen.

Technischer Theil.

Theorie der Dampfmaschinen.

§ 47. Vorbemerkungen.

Bei den Dampfmaschinen hat man, ähnlich wie bei den Luftmaschinen, die Heissdampfmaschinen von den Kaltdampfmaschinen zu unterscheiden. Bei den ersteren, die dem Gebrauche gemäss in der Folge kurzweg als »Dampfmaschinen« bezeichnet werden sollen, liegt als Zweck Arbeitsgewinn vor; die gewonnene Arbeit soll bei den verschiedensten Arbeitsprocessen Widerstand überwindend benutzt werden. Die Dampfmaschinen sind daher wie die Heissluft- und Feuerluftmaschinen »Betriebsmaschinen«, »Umtriebs- oder Kraftmaschinen« und den Wärmekraftmaschinen zuzuzählen. Bei dem von den Dampfmaschinen ausgeführten Process wird während des einen Theiles einem Körper von hoher Temperatur, dem Heizkörper (Verbrennungsgasen) Wärme entzogen und während des anderen Theiles Wärme an einen Körper von niedriger Temperatur, dem Kühlkörper im Condensator, von Seiten des vermittelnden Körpers abgegeben. Die Differenz der Wärmemengen entspricht der gewonnenen Arbeit.

Die Kaltdampfmaschinen führen genau den umgekehrten Process aus; in dem einen Theile desselben wird einem Körper von niedriger Temperatur (einer Salzlösung oder reinem Wasser, um dasselbe in Eis zu verwandeln) Wärme entzogen und diese im anderen Theile an einen Körper (Wasser) von höherer Temperatur abgegeben.

Die Differenz der Wärmemengen entspricht hier der zum Betriebe erforderlichen Arbeit.

Die Kaltdampfmaschine ist daher eine Arbeitsmaschine: ihr Zweck ist, gewissen Körpern, im Besonderen Flüssigkeiten, die auch hier als Heizkörper bezeichnet werden, continuirlich Wärme zu entziehen, kurz ihr Zweck ist die Kälteerzeugung.

Die Kaltdampfmaschine steht der Heissdampfmaschine gegenüber, wie das Schöpfrad einem Wasserrade, die Centrifugalpumpe einer Turbine, die Cylinderpumpe einer Wassersäulenmaschine; jede Art der genannten Betriebs- oder Kraftmaschinen lässt sich durch Umkehrung ihres Processes in eine Arbeitsmaschine verwandeln; bei den hier genannten hydraulischen Kraftmaschinen sinkt Wasser aus einem oberen nach einem unteren Niveau; bei den Arbeitsmaschinen wird Wasser von einem unteren Niveau nach einem höher gelegenen gehoben. Bei den Dampfmaschinen der beiden genannten Gattungen tritt an die Stelle des Wassergewichtes das Wärmegewicht (Entropie) und an die Stelle der Niveaudifferenz die Temperaturdifferenz.

Bei den Heissdampfmaschinen ist die äussere atmosphärische Temperatur die theoretisch überhaupt noch erreichbare unterste Niveaugrenze, bei den Kaltdampfmaschinen dagegen repräsentirt die atmosphärische Temperatur die oberste Grenze. Treibt eine Heissdampfmaschine eine Kaltdampfmaschine, so liegen die Verhältnisse vergleichsweise so, wie wenn durch einen hydraulischen Motor eine Pumpenanlage betrieben wird, bei welcher das gehobene Wasser im Niveau des Unterkanales des Motors zum Abfluss gelangt.

Der wiederholte Hinweis auf die Analogie der calorischen und hydraulischen Maschinen hat übrigens nur den Zweck, den Einblick in die Vorgänge bei den betreffenden Maschinen zu erleichtern, und die Analogie liegt nur vor, wenn man es bei den calorischen Maschinen mit einem vollkommen umkehrbaren Kreisprocess zu thun hat.

Aber auch in anderer Beziehung treten, soweit die praktische Ausführung der Heiss- und Kaltdampfmaschinen in Frage kommt, gewisse Unterschiede hervor: bei den ersteren Maschinen wählt man als vermittelnden Körper eine Flüssigkeit mit ihrem Dampf, bei welchem unter Anwendung möglichst hoher Temperatur nicht allzuhohe Pressungen hervortreten, und dieser For-

derung entspricht am besten das Wasser mit seinem Dampfe, bei welchem auch noch der unschätzbare Vortheil hervortritt, dass dasselbe leicht und kostenlos zu haben und daher die Construction offener Maschinen gestattet ist, bei denen in jedem einzelnen Processe der Dampf entlassen und der vermittelnde Körper, das Wasser, neu ersetzt werden kann.

Bei den Kaltdampfmaschinen benutzt man dagegen eine Flüssigkeit mit ihrem Dampf, die schon bei niedriger Temperatur verhältnissmässig hohen Dampfdruck zeigt, wie Kohlensäure, Ammoniak, schweflige Säure u. s. f. Diese Maschinen sind immer geschlossene und führen den Kreisprocess ohne Ersatz von aussen fortwährend mit derselben Flüssigkeitsmenge aus.

Von besonderer Wichtigkeit ist aber der Hinweis darauf, dass die vorhin angestellten Vergleiche und die in Bd. I im ersten Abschnitte abgeleiteten Fundamentalgleichungen nur unter der Voraussetzung gelten, dass während der Zustandsänderungen des vermittelnden Körpers nicht etwa chemische Aenderungen zugleich auftreten. Bei der Untersuchung der Feuerluftmaschine (Bd. I S. 380 u. f.) lagen derartige abweichende Processe vor; in dem einen Theile des mit einem entzündbaren Gasgemisch als vermittelnden Körper ausgeführten Processes trat chemische Aenderung (Verbrennung) auf, in deren Folge der Körper nicht wieder in den Ausgangspunkt, d. h. den Anfangszustand, zurückgeführt werden konnte. Wenn auch hierbei Druck und Volumen am Ende des Processes wieder auf die anfänglichen Werthe zurückgebracht werden können, so sind doch im Uebrigen die Voraussetzungen nicht erfüllt, von denen bei der Ableitung der Grundformeln ausgegangen wurde, denn im chemischen Sinne liegt am Ende ein anderer Körper vor, als im Anfange; die abgeleiteten Sätze über Kreisprocesse und deren Umkehrung verlieren daher hier ihre Gültigkeit.

Nicht umkehrbare, mit gleichzeitig stattfindenden chemischen Zustandsänderungen verbundene Kreisprocesse sind bereits bei der Behandlung der Feuerluftmaschinen (Bd. I) der Untersuchung unterworfen worden; dort wurde auch schon darauf hingewiesen, dass die heutige Thermodynamik noch nicht die Mittel bietet, die betreffenden Processe vollständig klarzulegen, und zwar nicht blos wegen Mangels der erforderlichen experimentellen Unterlagen. Die folgenden Untersuchungen verschiedener Dampfmaschinenarten

werden ebenfalls Gelegenheit geben, die im Vorstehenden angedeuteten Fragen in Betracht zu ziehen.

A. Dampfmaschinen (Heissdampfmaschinen).

§ 48. Process der theoretisch vollkommenen Dampfmaschine.

Es möge zunächst an eine Kolbenmaschine mit einem Cylinder gedacht werden, welche mit gesättigtem Wasserdampf arbeitet, den Dampf aus einem Dampfkessel bezieht und denselben nach beendeter Expansion an den Condensator abgiebt. Es wird also eine geschlossene Maschine, d. h. eine Dampfmaschine mit Condensation und mit einem Cylinder der Untersuchung zu Grunde gelegt. Die folgenden Betrachtungen lassen sich dann leicht auf offene Maschinen, d. h. auf Maschinen ohne Condensation übertragen, bei denen der Dampf nach seiner Ausnutzung im Dampfcylinder direct von diesem aus in die freie Atmosphäre tritt. Leicht übertragbar sind dann auch die Untersuchungen auf Dampfmaschinen mit zwei und drei Cylindern (Woolf- und Tandemmaschinen, Compound- oder Verbundmaschinen), sowie auch auf solche Maschinen, welche nicht durch Wasser und Wasserdampf, sondern durch eine andere Flüssigkeit und ihren Dampf betrieben werden, z. B. durch Dämpfe von Aether, Kohlensäure u. s. f.

Auf den letztgenannten Unterschied ist übrigens bei den allgemeinen Darlegungen deshalb keine weitere Rücksicht zu nehmen, weil es bei diesen auf die Art des angewandten Dampfes gar nicht ankommt, die Grundformeln durchweg die gleichen sind und der Unterschied erst bei den numerischen Rechnungen hervortritt.

Nothwendig ist es aber, den Untersuchungen die Angabe vorauszuschicken, ob der von der Maschine benutzte Dampf gesättigt, nass, als Flüssigkeits- und Dampfgemisch vorliegt, oder ob überhitzter Dampf verwendet wird. Da in der Praxis in den weitaus meisten Fällen der Dampf im gesättigten Zustande Verwendung findet, so soll, wie bereits erwähnt, dieser Fall ausschliesslich in Betracht gezogen und im weiteren Verlauf der folgenden Untersuchungen die Anwendung überhitzter Dämpfe nur berührt werden.

Die Erzeugung des Dampfes in den Dampfkesseln und die Ueberführung desselben nach dem Dampfcylinder erfolgt jederzeit bei constantem Druck. Da nach den Dimensionen des Kessels, insbesondere nach der Wandstärke des Kesselbleches ein gewisser Dampfdruck bei einem bestimmten Kessel nicht überschritten werden darf, es aber zweckmässig ist, beim Betrieb der Maschine möglichst hohen Druck anzuwenden, so wird im Folgenden angenommen werden, dass im Kessel der höchste zulässige Druck vorliegt; diesem Drucke entspricht aber auch eine bestimmte Temperatur, welche denn nun auch als obere Temperaturgrenze für den von der Maschine ausgeführten Process anzunehmen ist.

Nun herrscht aber auch in den Condensatoren der Dampfmaschine nahezu constanter Druck und hiernach constante Temperatur. Da man den Druck im Condensator so niedrig wie möglich halten wird, um den schädlichen Gegendruck am Dampfkolben möglichst herabzuziehen, so ist für den eigentlichen Arbeitsprocess der Dampfmaschine die Condensatortemperatur als untere Temperaturgrenze anzusehen.

Soll nun die in den Dampfkessel eintretende Wärmemenge möglichst vollkommen ausgenutzt und das Maximum der Arbeit gewonnen werden, so muss die Dampfmaschine, wie in Bd. I § 10 allgemein und speciell für Heissluftmaschinen in § 56 nachgewiesen wurde, einen Carnot'schen Kreisprocess zwischen zwei der oberen und unteren Temperaturgrenze entsprechenden Isothermen und zwei Adiabaten ausführen.

Es möge aber zur Einführung in die Frage zunächst einmal angenommen werden, dass der ganze Process im Dampfcylinder selbst ausgeführt werden könne, und ferner bis auf Weiteres die Annahme gemacht werden, dass die Cylinderwandungen an dem Processe keinerlei Antheil nehmen, also ein gegenseitiger Wärmeaustausch zwischen Cylinderwandung und Dampf nicht vorliege.

Es befinde sich in einem Cylinder links vom Kolben K (Fig. 35[a]) a. f. S. die Gewichtseinheit Wasser von der Temperatur t_1 (T_1) abgesperrt und unter dem dieser Temperatur entsprechenden Dampfdruck p_1 stehend. Nimmt man den Kolbenquerschnitt gleich der Flächeneinheit, so ist das durch OA dargestellte Volumen mit dem specifischen Volumen σ des Wassers identisch.

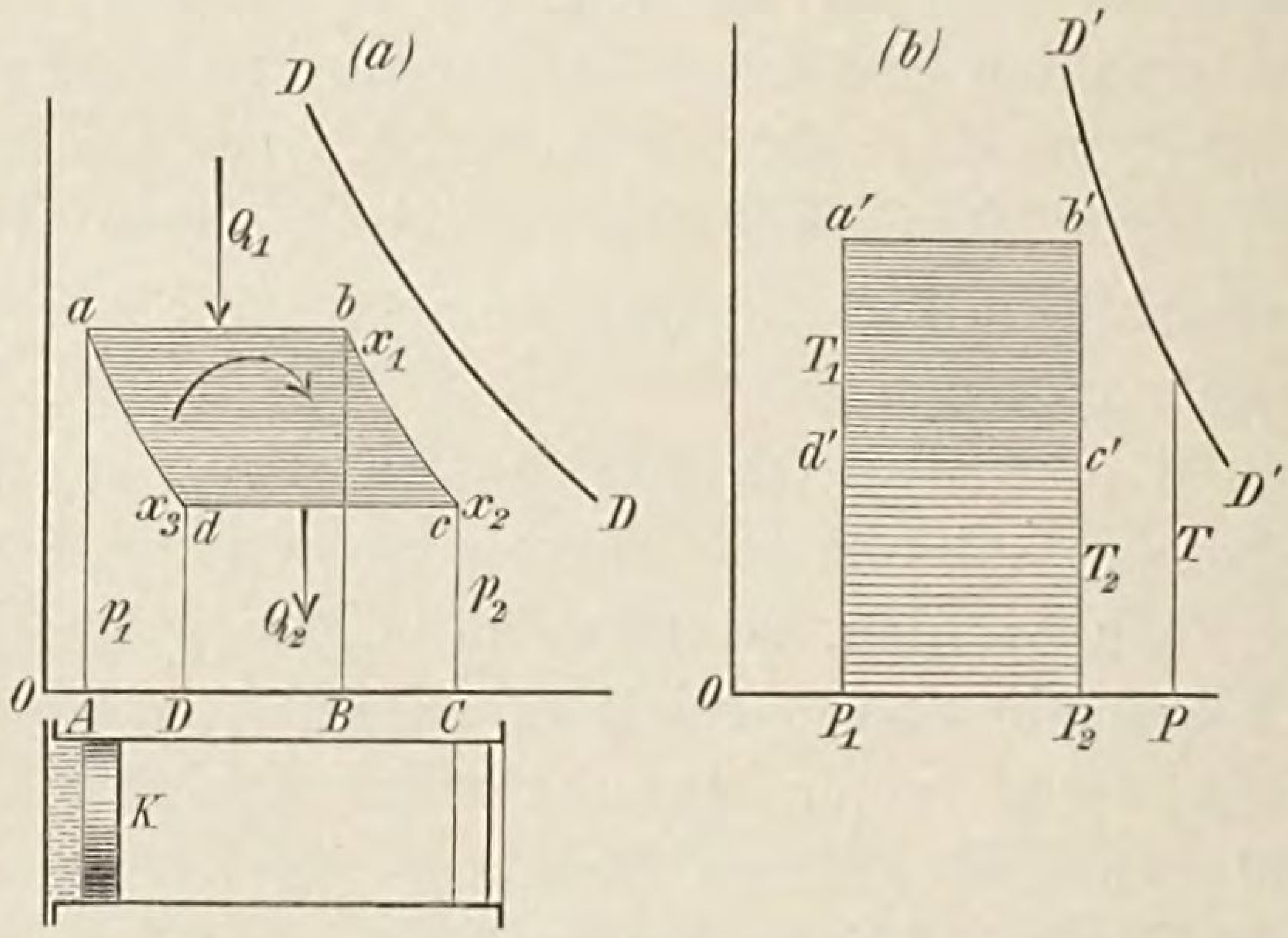
Es werde nun dem Wasser von aussen die Wärmemenge Q_1

bei constantem Druck, also auch bei constanter Temperatur T_1 zugeführt, bis im Punkt b die Dampfmenge x_1 vorliegt.

Man lege dann durch die Punkte a und b die beiden Adiabaten ad und bc und denke sich, das Gemisch expandire nun adiabatisch vom Punkte b bis zum Punkte c, wobei der Druck vom Werthe p_1 auf p_2, die Temperatur von T_1 auf T_2 abnimmt und die specifische Dampfmenge vom Werthe x_1 in den Werth x_2 übergeht.

Nun werde die Masse auf dem Wege cd bei constantem Druck p_2 und constanter Temperatur T_2 zusammengedrückt, bis im Punkte d die erste Adiabate erreicht wird. Dabei findet Condensation statt, es ist die Wärmemenge Q_2 abzuleiten und die specifische Dampfmenge nimmt vom Werthe x_2 auf den Werth x_3 ab.

Fig. 35.



Endlich werde im vierten Theile des Processes adiabatisch comprimirt, bis im Punkte a der Anfangszustand wieder erreicht ist. Auf diesem Wege da geht die specifische Dampfmenge x_3 in den Werth Null über, es erfolgt also einfach durch adiabatische Compression vollständige Condensation.

Die Curve DD stellt die Grenzcurve dar; der Umstand, dass das ganze Diagramm innerhalb der Grenzcurve liegt, deutet darauf hin, dass während des ganzen Verlaufes des Processes keine Ueberhitzung vorliegt.

Bezeichnen r_1 und r_2 bez. die den Temperaturen T_1 und T_2 entsprechenden latenten Wärmen, so ist die Wärmemenge Q_1, welche auf dem Wege ab zugeführt werden muss:

$$Q_1 = r_1 x_1 \ . \tag{1}$$

Die Wärmemenge Q_2, welche der Masse auf dem Wege cd entzogen werden muss, ist

$$Q_2 = r_2 (x_2 - x_3) \tag{2}$$

und daher bestimmt sich die gewonnene Arbeit L_m durch

$$AL_m = Q_1 - Q_2 , \tag{3}$$

wobei der Index m andeuten soll, dass die Arbeit L_m ein Maximum ist, weil der Carnot'sche Kreisprocess vorliegt.

Nun ist aber für irgend einen Punkt einer beliebigen Druckcurve nach § 8 S. 57 das Wärmegewicht für die Gewichtseinheit Mischung:

$$P = \int \frac{dQ}{AT} = \frac{1}{A}\left(\tau + \frac{xr}{T}\right) , \tag{4}$$

und bei einer adiabatischen Curve, wegen $dQ = 0$, der Werth P eine constante Grösse; es folgt daher für die Adiabate bc

$$AP_2 = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1} = \tau_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} , \tag{5}$$

und für die Adiabate ad

$$AP_1 = \tau_1 = \tau_2 + \frac{x_3 r_2}{T_2} , \tag{6}$$

weil im Punkte a der Werth $x = 0$ ist.

Ist bei gegebenen Grenztemperaturen die specifische Dampfmenge x_1 gegeben, so berechnen sich nach Gln. (5) und (6) die Werthe x_2 und x_3, und dann bestimmt sich auch nach der Gleichung $v = xu + \sigma$ für die vier Eckpunkte des Diagrammes das entsprechende specifische Volumen.

Die Subtraction der beiden Gleichungen (5) und (6) liefert die Beziehung

$$r_1 x_1 = \frac{T_1}{T_2} r_2 (x_2 - x_3) ,$$

und daher folgt unter Beachtung von Gln. (1) und (2)

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} , \tag{7}$$

sowie nach Gl. (3)

$$L_m = \frac{Q_1}{AT_1} (T_1 - T_2) . \tag{8}$$

Die letzten beiden Gleichungen sind bereits früher für den Carnot'schen Process gefunden worden. In Fig. 35[b] liegt die Abbildung vor; die beiden Werthe P_1 und P_2 der Gln. (5) und (6) sind als Abscissen aufgetragen, die Ordinaten repräsentiren die absoluten Temperaturen T_1 und T_2.

Das eng schraffirte Rechteck $a'b'c'd'$ stellt dann (vergl. S. 58) ebenfalls die Arbeit L_m dar, während die ganze und die weit schraffirte Fläche beziehentlich die in Arbeit ausgedrückten Wärmemengen Q_1 und Q_2, also die Werthe $\frac{Q_1}{A}$ und $\frac{Q_2}{A}$ repräsentiren.

Die Curve $D'D'$ deutet die Abbildung der Grenzcurve DD an; da für letztere $x = 1$ ist, so sind die Abscissen P derselben nach der Gleichung

$$AP = \tau + \frac{r}{T}$$

zu berechnen und die Ordinaten entsprechen verschiedenen Werthen von T.

Bevor nun die vorhin gewonnenen Gleichungen einer näheren Besprechung unterworfen werden, sei zunächst darauf hingewiesen, dass der angedeutete Process praktisch unausführbar ist, weil man die vier einzelnen Theile desselben nicht in ein und demselben Raume (Cylinder) ausführen kann; wohl aber lässt sich die Durchführung des Carnot'schen Processes von Seiten einer Dampfmaschine denken, wenn man für eine solche die Anordnung wählt, welche schon bei der Betrachtung der Heiss- und der Kaltluftmaschinen als Grundform der calorischen Maschinen überhaupt vorgeführt worden ist (vergl. Fig. 60, S. 358, Bd. I).

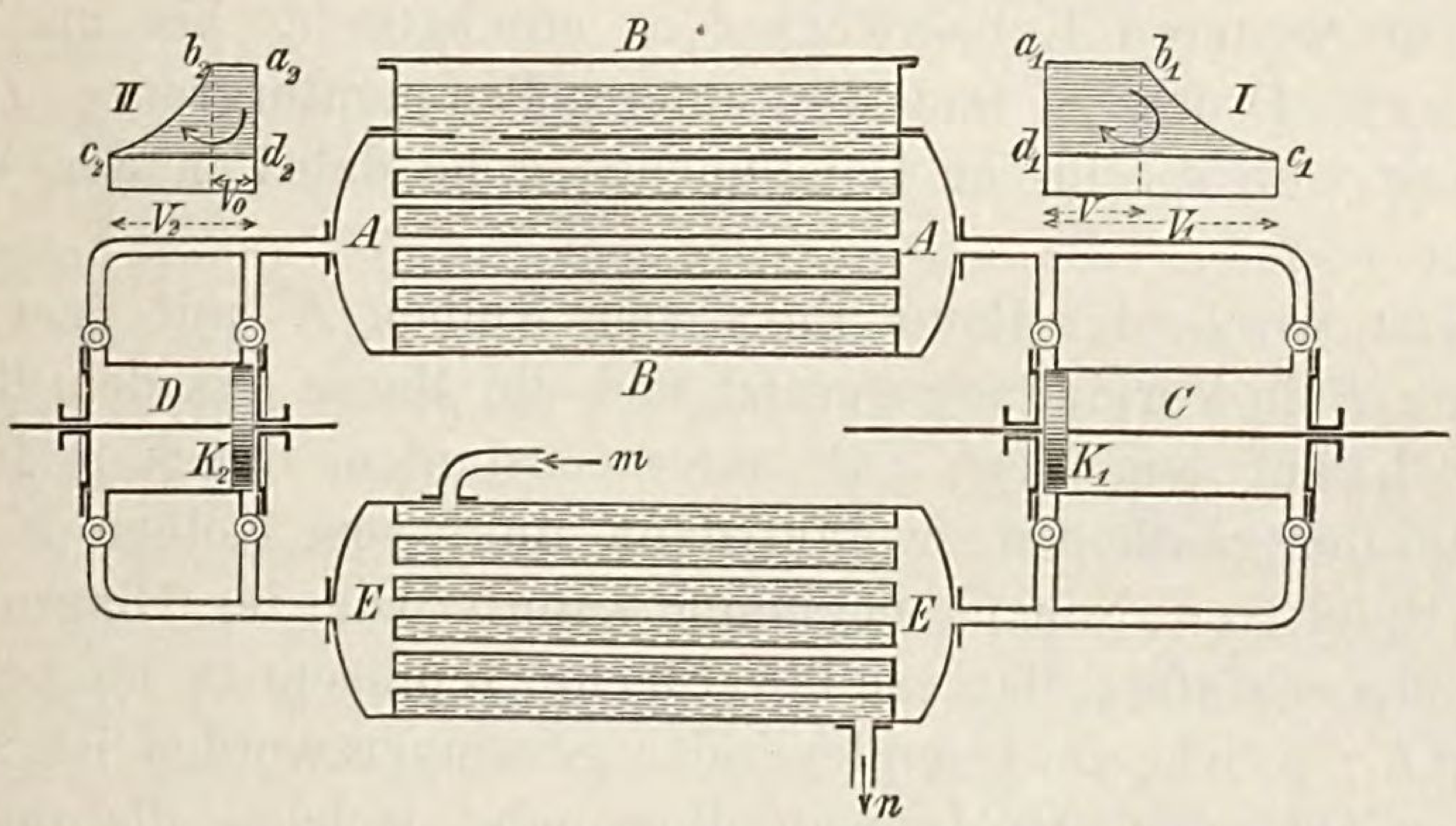
In nebenstehender Fig. 36 ist die eben erwähnte Figur wiederholt abgedruckt, soll aber hier als eine vollkommene Heissdampfmaschine besprochen worden.

Der Dampfkessel AA oder Verdampfer ist als Röhrenkessel dargestellt; derselbe ist mit Wasser und Dampf gefüllt, und die Röhren desselben sind von einem Gefässe B umgeben gedacht, in welchem sich eine Flüssigkeit von hoher Temperatur befindet, welche continuirlich Wärme an das im Kessel befindliche Wasser abgiebt und solches in Dampf verwandelt. Die Flüssigkeit möge als Heizflüssigkeit bezeichnet werden und besteht bei den gewöhnlichen Dampfmaschinen in Feuergasen, d. h. in von einer

Feuerungsanlage herkommenden Verbrennungsproducten von hoher Temperatur.

Ein zweiter Röhrenkessel *EE* bilde den Kühlapparat oder Condensator; derselbe enthält ebenfalls Wasser und Dampf, aber von niederer Temperatur; die Röhren sind ebenfalls von einem Gehäuse umschlossen, durch welches ein Strom von Kühlwasser hindurchgeht; dieses tritt bei *m* ein, verlässt bei *n* das Gehäuse und erhält das im Condensator, der hier als sogenannter Oberflächen-Condensator gedacht ist, befindliche Wasser mit seinem Dampf auf constanter niedriger Temperatur.

Fig. 36.



Die beiden Cylinder *C* und *D*, in welchen sich die Kolben K_1 und K_2 bewegen, stehen durch Kanäle, die mit Steuerungsmechanismen versehen sind, mit dem Dampfkessel und Condensator in der Art in Verbindung, wie es aus Fig. 36 leicht zu erkennen ist.

Der Cylinder *C* stellt den eigentlichen Dampfcylinder dar, der auch als Arbeits- oder Expansionscylinder bezeichnet werden kann. Der zweite Cylinder *D*, der, wie schon hier bemerkt werden mag, bei den wirklich ausgeführten Dampfmaschinen nicht vorkommt, mag aus Gründen, die noch hervortreten werden, der Speise- oder Compressionscylinder genannt werden.

Im Dampfkessel herrsche der constante Druck p_1 und die Temperatur T_1, im Condensator der Druck p_2 und die Temperatur T_2; die Inhalte beider Räume sollen aber den Cylinderinhalten

gegenüber so gross sein, dass merkliche Druckschwankungen daselbst nicht eintreten.

Das Spiel der Maschine sei nun folgendes: Der Kolben K_1 im Cylinder C stehe am linken Ende, und es trete, während der Kolben den Raum $a_1 b_1 = V$ zurücklegt, das Flüssigkeits- und Dampfgemisch G kg aus dem Kessel A unter constantem Druck p_1 und bei der oberen Temperaturgrenze T_1 in den Dampfcylinder ein; die specifische Dampfmenge der Mischung sei x_1, das pro Schub eintretende Dampfgewicht ist also Gx_1 kg und das Wassergewicht $G(1-x_1)$ kg.

Am Ende des Kolbenweges V werde jetzt die Verbindung mit dem Kessel aufgehoben, und es expandire nun der Dampf auf dem weiteren Kolbenwege $b_1 c_1$ adiabatisch, bis am Ende der untere Druck p_2 und die untere Temperaturgrenze T_2 erreicht ist; die specifische Dampfmenge gehe dabei in den Werth x_2 über.

Jetzt werde der Raum links vom Kolben K_1 mit dem Condensator E in Verbindung gesetzt und die Masse aus dem Raume V_1, d. h. auf dem Wege $c_1 d_1$ unter constantem Druck p_2 in den Condensator geschoben, worauf dann links vom Kolben K_1 dasselbe Spiel von Neuem beginnen kann. Die im Diagramm I (Fig. 36) schraffirt dargestellte Fläche repräsentirt hierbei die Arbeit L_1, welche im Dampfcylinder gewonnen worden ist; allerdings gilt hierbei das Indicatordiagramm, welches die indicirte Arbeit darstellt, unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass der Cylinder keinen schädlichen Raum enthält, dass die Expansion adiabatisch erfolgt und keine Compression vorliegt, also beim Kolbenrückgang vollständige Entleerung des Cylinders eintritt.

Während des Rückganges des Dampfkolbens K_1 soll nun im Speisecylinder D der Kolben K_2 auf dem Wege $d_2 c_2 = V_2$ unter constantem Condensatordrucke p_2 fortgeschritten und dabei das Flüssigkeits- und Dampfgemisch G dem Condensator entnommen worden sein, aber mit der specifischen Dampfmenge x_3, sodass also im Condensator nur das Dampfgewicht $G(x_2 - x_3)$ zur Condensation gelangt ist.

Am Ende des Kolbenschubes im Speisecylinder D werde dann die Verbindung mit dem Condensator aufgehoben und beim Rückgang des Kolbens K_2 die Masse adiabatisch auf dem Wege $c_2 b_2$ comprimirt, bis im Punkte b_2 die Kesseltemperatur T_1 und

der Kesseldruck p_1 erreicht ist, sodass vollständige Verflüssigung vorliegt.

Jetzt wird endlich die Verbindung mit dem Kessel hergestellt und das Wassergewicht G auf dem Wege $b_2 a_2$ unter Ueberwindung des constanten Druckes p_1 in den Kessel geschoben.

Das Indicatordiagramm II giebt die Arbeit L_2, welche im Speisecylinder pro Schub verbraucht worden ist.

Der hier angenommene Speisecylinder D ist, wie ausdrücklich hervorgehoben wird, nicht mit dem Cylinder der bei den wirklich ausgeführten Dampfmaschinen vorkommenden Speisepumpe zu verwechseln, welche Wasser ohne Dampf ansaugt und in den Kessel führt; im vorliegenden Falle hat der Speisecylinder die Aufgabe, Wasser und Dampf mit einem vorgeschriebenen Mischungsverhältniss x_3 dem Condensator zu entnehmen, sowie diese Mischung allein durch adiabatische Compression zu verflüssigen und auf den Kesseldruck p_1 und die Kesseltemperatur T_1 zu bringen. In dieser Anordnung allein wäre die Ueberführung einer gewöhnlichen Dampfmaschine mit Condensation in eine theoretisch vollkommene Maschine enthalten. Ob bei den ausgeführten Dampfmaschinen an die Stelle der gewöhnlichen Speisepumpe der hier besprochene Speisecylinder treten sollte, ist eine Frage, die im Folgenden noch näher zu besprechen sein wird.

Kehrt man in Fig. 36 das Indicatordiagramm II um, und legt man dasselbe auf das Diagramm I, so bleibt, weil beide Arbeitsflächen entgegengesetztes Zeichen haben, die Arbeit $L_m = L_1 - L_2$ als gewonnene Arbeit übrig, und es erscheint das in Fig. 35a S. 366 dargestellte Curvenviereck des Carnot'schen Processes.

Die besprochenen Operationen mögen nun auch auf dem Rechnungswege verfolgt werden. Während des Dampfeintrittes in den Dampfcylinder ist, wenn an der bereits angegebenen Bezeichnung festgehalten wird, dem Dampfkessel pro Schub die Wärmemenge

$$Q_1 = G r_1 x_1 \tag{9}$$

zuzuführen und im Condensator die Wärmemenge

$$Q_2 = G r_2 (x_2 - x_3) \tag{10}$$

zu entziehen. Ferner gelten für die beiden Druckcurven $b_1 c_1$ und $c_2 b_2$ die beiden schon unter (5) und (6) aufgeführten Gleichungen:

$$\tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1} = \tau_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} \tag{11}$$

und

$$\tau_1 = \tau_2 + \frac{x_3 r_2}{T_2} \,. \tag{12}$$

Die beiden Arbeitsmengen L_1 und L_2 bestimmen sich wie folgt:

Das Admissionsvolumen V im Dampfcylinder C findet sich:

$$V = G(x_1 u_1 + \sigma) \,, \tag{13}$$

und das ganze Cylindervolumen:

$$V_1 = G(x_2 u_2 + \sigma) \,. \tag{14}$$

Es folgt daher die Admissionsarbeit $Gp_1(x_1 u_1 + \sigma)$ und die beim Hinausschieben der ganzen Masse in den Condensator geleistete Rückdruckarbeit $Gp_2(x_2 u_2 + \sigma)$. Die Expansionsarbeit nach der Curve $b_1 c_1$ findet sich aus der Fundamentalgleichung

$$dQ = G[dq + d(x\varrho)] + AdL \,, \tag{15}$$

wenn man $dQ = 0$ setzt, integrirt und die Expansionsarbeit vorübergehend mit L' bezeichnet:

$$AL' = G(q_1 - q_2 + x_1 \varrho_1 - x_2 \varrho_2) \,. \tag{15^a}$$

Vereinigt man in gehöriger Weise die drei erwähnten Arbeitsquantitäten, so findet sich, unter gleichzeitiger Beachtung der Beziehung $r = \varrho + Apu$, zur Berechnung der indicirten Arbeit L_1 des Dampfes im Dampfcylinder die Gleichung

$$AL_1 = G[q_1 - q_2 + x_1 r_1 - x_2 r_2 + A\sigma(p_1 - p_2)] \,, \tag{16}$$

oder unter Benutzung von Gl. (11)

$$AL_1 = G\left[\frac{x_1 r_1}{T_1}(T_1 - T_2) + q_1 - q_2 - T_2(\tau_1 - \tau_2) + A\sigma(p_1 - p_2)\right]. \tag{16^a}$$

Im Speisecylinder dagegen liegen die Verhältnisse folgendermaassen:

Das Volumen V_2 dieses Cylinders ist

$$V_2 = G(x_3 u_2 + \sigma) \,, \tag{14^a}$$

und das Volumen V_0 am Ende der Compression

$$V_0 = G\sigma \,.$$

Beim Ansaugen der Masse aus dem Condensator wird daher die Arbeit $Gp_2(x_3 u_2 + \sigma)$ gewonnen und beim Hineindrücken des Wassers in den Dampfkessel die Arbeit $Ap_1\sigma$ aufgewendet.

Die Arbeit der Compression nach der Curve $c_2 b_2$ (Fig. 36) bestimmt sich, wenn dieselbe vorübergehend mit L'' bezeichnet wird, aus Gl. (15) durch Integration:

$$AL'' = G[q_1 - q_2 - x_3 \varrho_2] .$$

Vereinigt man auch hier in gehöriger Weise die drei Arbeitsquantitäten, so ergiebt sich zur Berechnung der indicirten Arbeit L_2 des Dampfes im Speisecylinder die Gleichung*):

$$AL_2 = G[q_1 - q_2 - x_3 r_2 + A\sigma(p_1 - p_2)] , \tag{17}$$

oder unter Benutzung von Gl. (12)

$$AL_2 = G[q_1 - q_2 - T_2(\tau_1 - \tau_2) + A\sigma(p_1 - p_2)] : \tag{17^a}$$

Die Differenz der Gln. (16^a) und (17^a) giebt endlich die Maschinenarbeit pro Schub durch:

$$AL_m = G\frac{x_1 r_1}{T_1}(T_1 - T_2) , \tag{18}$$

oder unter Benutzung von Gl. (9)

$$L_m = \frac{Q_1}{AT_1}(T_1 - T_2) , \tag{I}$$

während die Verbindung der Gln. (9) bis (12) die Beziehung:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \tag{II}$$

ergiebt; es treten also bei dieser Maschinenanordnung wieder die Gln. (7) und (8) S. 367 hervor, welche dem Carnot'schen Process entsprechen.

*) Es verdient hier hervorgehoben zu werden, dass die beiden Gleichungen (16^a) und (17^a) dem Baue nach identisch sind mit den Ausflussformeln für nasse Dämpfe bez. für hocherhitzte Flüssigkeiten. Vergl. Gl. (16^a) mit Gl. (I^d) S. 140 und Gl. (17^a) mit Gl. (8) S. 144. Dort tritt an die Stelle der Arbeitsquantitäten L_1 und L_2 die kinetische Energie der Masse in der Ausflussmündung; die daselbst gegebenen Umformungen der Gleichungen liessen sich, wenn hierzu ein Bedürfniss vorläge, leicht auch auf die oben aufgeführten Formeln übertragen.

§ 49. Untersuchung der vollkommenen Dampfmaschine und Berechnung ihrer Dimensionen.

Die im Vorstehenden entwickelte Formel (I) für die Arbeit L_m einer vollkommenen Dampfmaschine, zeigt zunächst, dass bei gleichen Grenztemperaturen T_1 und T_2, d. h. bei denselben Temperaturen im Dampfkessel und im Condensator die gewonnene Arbeit L_m der Wärmemenge Q_1, welche in den Dampfkessel eingeführt wird, direct proportional ist; die Formel enthält aber keine Grösse, welche sich auf eine besondere Dampfart bezieht; bei gleichen Temperaturen erzielt man daher mit der gleichen Wärmemenge die gleiche Arbeit, gleichgültig, ob man Dämpfe von Wasser, Kohlensäure, Aether u. s. f. in Anwendung bringt; bezüglich der Arbeitsleistung hat also keine Dampfart einen Vorzug vor der anderen, — ein Resultat, das übrigens nach den früher vorgeführten allgemeinen Untersuchungen zu erwarten stand, da bereits dort hervorgehoben wurde, dass es beim Carnot'schen Process auf die Art des vermittelnden Körpers nicht ankommt.

Auch aus der Verbindung zweier mit verschiedenen Dämpfen arbeitenden Maschinen lässt sich kein Vortheil erwarten. So schlug z. B. Du Tremblay vor, eine Wasserdampfmaschine mit einer Aetherdampfmaschine in der Art zu verbinden, dass dem Wasserdampf bei seiner Condensation die Wärme durch flüssigen Aether entzogen werden sollte; hierbei verdampft der Aether und sollte dann nach seiner Arbeitsleistung in gewöhnlicher Weise condensirt werden. Da man aber hierbei mit der oberen Temperaturgrenze T_1 nicht höher gehen kann, als bei gewöhnlichen Wasserdampfmaschinen und bezüglich der unteren Temperaturgrenze T_2 nicht unter die äussere atmosphärische Temperatur herabgehen kann, so erklärt es sich, dass die erwähnten Maschinen keine Erfolge hatten.

Gl. (I) giebt das Maximum der Arbeit an, welche bei gegebenen Grenztemperaturen einer bestimmten Wärmemenge Q_1 entspricht. Jede Abweichung in der Anordnung einer ausgeführten Dampfmaschine von der der vollkommenen, wie sie in Fig. 36 vorgeführt wurde, und jede Abweichung von den Annahmen, die bei den obigen Entwickelungen gemacht wurden, führt daher auf

eine geringere Arbeitsleistung derselben Wärmemenge bei gleichen Grenztemperaturen. Jede einzelne Art der Abweichung führt daher auf einen entsprechenden Arbeitsverlust, und es ist nun eine der wichtigsten Aufgaben der theoretischen Maschinenlehre, für diese Verluste analytische Ausdrücke aufzustellen, aus denen zu erkennen ist, welche Wege eingeschlagen werden müssen, diese Verluste bei den wirklich ausgeführten Dampfmaschinen auf das geringste Maass herabzubringen; ferner wird man die den verschiedenen Abweichungen entsprechenden Arbeitsverluste ihrem numerischen Werthe nach mit einander vergleichen und dann bei den Bestrebungen in der Verbesserung der Dampfmaschinen seine Aufmerksamkeit zunächst den grössten Arbeitsverlusten zuwenden.

Die unten folgenden Untersuchungen werden die hier angedeuteten Fragen speciell behandeln, doch giebt in gewisser Richtung schon obige Grundgleichung (I) Anlass, einige darauf bezügliche Bemerkungen zu machen. Dieselbe zeigt, dass bei einer bestimmten in den Kessel eingeführten Wärmemenge Q_1 die gewonnene Arbeit L_m von den Grenztemperaturen abhängt und dass dieselbe um so grösser ist, je höher man die Temperatur T_1 und je niedriger man die Temperatur T_2 anzunehmen vermag.

Da bei gesättigten Dämpfen der Druck mit der Temperatur allein wächst, so wird man also aussprechen können, dass die Ausnutzung der Wärmemenge Q_1 um so vortheilhafter erfolgt, je höhere Temperatur T_1 im Kessel vorliegt, je höher also der Kessel- und Admissionsdruck p_1 ist, — gleiche Temperatur T_2 vorausgesetzt.

Ein Theil der erstaunlichen Fortschritte im heutigen Dampfmaschinenbau ist der Befolgung dieses Satzes zuzuschreiben; in den letzten Jahrzehnten hat man in der That den Kesseldruck fortwährend gesteigert.

Es wäre aber bedenklich, vom theoretischen Standpunkte aus die bereits vereinzelt vorliegenden Bestrebungen zu unterstützen, den Kesseldruck und damit die Kesseltemperatur weit über das Maass hinaus zu erhöhen, wie es heutzutage angewendet wird. Bei den vorstehenden Betrachtungen ist zunächst angenommen worden, es handle sich um die Verwerthung der Wärmemenge Q_1, welche wirklich in den Kessel eingeführt wird; zieht man dagegen auch noch diejenige Wärmemenge in Betracht, welche bei der Verbrennung des Brennstoffes frei wird, wird also

neben der eigentlichen Dampfmaschine auch noch der Vorgang der Kesselheizung beachtet, so ändern sich die Verhältnisse, wie es bereits auf S. 392 Bd. I besprochen worden ist und später noch weiter zu erörtern sein wird; es wird sich herausstellen, dass für die Kesseltemperatur T_1 ein grösster Werth existirt, bei dessen Ueberschreitung der Gesammtwirkungsgrad wieder abnimmt, dass aber bei den heutigen Dampfmaschinen dieser Werth noch nicht erreicht wird.

Es ist ferner hervorgehoben worden, dass die untere Temperaturgrenze T_2 beim Process der vollkommenen Maschine so tief wie möglich gewählt werden soll. Diese Grenze ist bei allen calorischen Maschinen nahezu fest bestimmt, ihr äusserster Werth ist die mittlere atmosphärische Temperatur, die man gewöhnlich zu 15° bis 20° C. annimmt und die man dem Kühlkörper, dem Kühlwasser im Condensator, beilegt. Im Innern des Condensators selbst ist die daselbst herrschende Temperatur, die eben dem Werthe T_2 entspricht, jederzeit eine höhere. Will man, wie es bei ausgeführten Dampfmaschinen gewöhnlich geschieht, den Condensatordruck (bei Wasserdampf) zu 0,1 Atmosphären annehmen, so würde das einer Temperatur $t_2 = 46{,}^\circ 21$ entsprechen, die untere Temperaturgrenze wäre daher $T_2 = 319{,}^\circ 21$.

Die Grundgleichung (I) für die Arbeit der vollkommenen Maschine lässt sich in verschiedene Formen bringen. Ersetzt man die Wärmemenge Q_1 durch diejenige, welche stündlich in den Kessel tritt, und bezeichnet man dieselbe mit Q_h, so stellt dann L_m die stündliche Arbeit der Maschine in Meterkilogrammen dar; bezeichnet N_m die Arbeit der Maschine in Pferdestärken, so besteht die Beziehung

$$L_m = 75 \cdot 3600 \, N_m \,.$$

Die Substitution von Q_h und L_m in Gl. (I) ergiebt dann:

$$\frac{Q_h}{N_m} = 75 \cdot 3600 \, \frac{AT_1}{T_1 - T_2} \,, \tag{19}$$

woraus sich die bei dieser Maschine erforderliche Wärmemenge stündlich pro Pferdestärke berechnet.

Ist dagegen D_h die Dampfmenge in Kilogrammen, welche stündlich im Dampfkessel erzeugt wird, so folgt wegen $Q_h = r_1 D_h$ aus Gl. (19) auch

$$\frac{D_h}{N_m} = \frac{75 \cdot 3600}{r_1} \frac{A T_1}{T_1 - T_2} \tag{20}$$

oder

$$\frac{D_h}{N_m} = \frac{1}{r_1} \frac{Q_h}{N_m}, \tag{20a}$$

wonach sich die zu erzeugende Dampfmenge stündlich pro Pferdestärke ermittelt.

Bezeichnet endlich D die Dampfmenge der Maschine pro Schub, in Kilogrammen gemessen, so ist in Gl. (I) $Q = r_1 D$ zu setzen, und es folgt dann aus derselben:

$$\frac{L_m}{D} = \frac{r_1}{A T_1} (T_1 - T_2), \tag{21}$$

oder unter Benutzung von Gl. (20)

$$\frac{L_m}{D} = \frac{75 \cdot 3600}{\left(\frac{D_h}{N_m}\right)}. \tag{21a}$$

Hieraus bestimmt sich die Arbeit, welche einem Kilogramm Dampf in Meterkilogrammen entspricht.

Beispiel. Bei einer vollkommenen Dampfmaschine betrage der Kesseldruck $p_1 = 6$ Atmosphären, es ist daher nach Tab. 11 $t_1 = 159{,}22$, also $T_1 = 432{,}^\circ 22$ und $r_1 = \varrho_1 + A p_1 u_1 = 494{,}124$.

Der Druck im Condensator betrage $p_2 = 0{,}1$ Atmosph., daher $t_2 = 46{,}^\circ 21$ und $T_2 = 319{,}^\circ 21$; die vorstehenden Gleichungen ergeben dann bez.:

$$\frac{Q_h}{N_m} = 2435{,}5 \text{ cal.} \quad \text{und} \quad \frac{D_h}{N_m} = 4{,}929 \text{ kg},$$

sowie

$$\frac{L_m}{D} = 54\,779 \text{ mkg.}$$

Ist Q_h' die Wärmemenge, welche stündlich dem Condensator zu entziehen ist, so folgt nach Gl. (II) die entsprechende Wärmemenge stündlich pro Pferdestärke:

$$\frac{Q_h'}{N_m} = \frac{T_2}{T_1} \frac{Q_h}{N_m} = 1798{,}7.$$

Unter Zugrundelegung des Vorstehenden ist die folgende Uebersicht mit Hülfe der entsprechenden Angaben der Tab. 12 berechnet worden.

1. Druck im Kessel in Kilogr. auf ein Quadratcentim. (Absolut.)	2. $\frac{Q_h}{N_m}$	3. $\frac{D_h}{N_m}$	4. $\frac{L_m}{D}$
	Im Condensator: Druck $p_2 = 0{,}1$ kg und Temperatur $t_2 = 45^\circ{,}58$.		
	cal.	kg	mkg
2	3378.6	6.465	41 763
4	2723.0	5.382	50 168
6	2442.3	4.933	54 728
8	2274.4	4.673	57 776
10	2158.6	4.499	60 017
12	2071.9	4.372	61 760
14	2003.6	4.275	63 163

In vorstehender Uebersicht ist dem heutigen Gebrauche entsprechend der Kesseldruck nicht in Atmosphären (zu 10 333 kg auf ein Quadratmeter), sondern in Kilogrammen auf das Quadratcentimeter (Neu-Atmosphären) ausgedrückt, und zwar absolut, nicht in Ueberdruck. Man ersieht jetzt recht klar den Vortheil, der in der Anwendung höheren Kesseldruckes liegt; die in Col. 3 und 4 angegebenen Werthe sind geeignet, die Güte der wirklich ausgeführten Condensations-Dampfmaschinen zu beurtheilen und das Ziel festzustellen, dem alle weiteren Verbesserungen zuzustreben haben. Bei den Vergleichen kommen die in der Mitte der Verticalcolumnen stehenden Werthe in Betracht. Wenn man bei den besten Maschinen der Neuzeit (Zwei- und Drei-Cylindermaschinen) bei 6 bis 8 kg Kesseldruck bereits auf 7 kg Dampf stündlich pro indicirte Pferdestärke und weniger gelangt ist, so ist man dem in der Tabelle angegebenen Grenzwerthe von 4,933 bez. 4,673, der freilich niemals zu erreichen ist, schon sehr nahe gekommen.

Von besonderer Wichtigkeit erscheinen die Zahlenwerthe der vierten Columne, welche den Arbeitswerth von einem Kilogramm Dampf in der vollkommenen Maschine bei verschiedenem Kesseldruck angeben.

Wenn bei der im Vorstehenden angezogenen besten Condensationsmaschine 7 kg Dampf stündlich pro indicirte Pferdestärke vorliegt, so entspricht dies nach Gl. (21^a) einem wirklich erzielten Arbeitswerth von

$$\frac{75 \cdot 3600}{7} = 38571 \text{ mkg.}$$

Der theoretische Arbeitswerth bei einem Kesseldruck von 6 kg ist aber nach vorstehender Tabelle 54728 mkg; das Verhältniss beider Werthe findet sich 0,705 und erscheint daher schon sehr günstig.

Die vorstehende Tabelle mit den beigefügten Bemerkungen bezieht sich auf Dampfmaschinen mit Condensation.

Ist dagegen bei einer wirklich ausgeführten Maschine die Condensation nicht anzubringen, sei es, weil überhaupt die erforderliche Kühlwassermenge nicht vorhanden ist, oder wie bei Locomotivmaschinen nicht mitgeführt werden kann, so muss man zum Vergleiche eine vollkommene Maschine heranziehen, bei welcher der Druck im Condensator zu einer Atmosphäre und die daselbst herrschende Temperatur zu $t_2 = 100^\circ$ anzunehmen ist.

Für eine derartige vollkommene Dampfmaschine ergeben sich die nachfolgenden Rechnungsresultate:

1. Druck im Kessel in Kilogr. auf ein Quadratcentim. (Absolut.)	2. $\frac{Q_h}{N_m}$	3. $\frac{D_h}{N_m}$	4. $\frac{L_m}{D}$
	Im Condensator: Druck 1.0333 kg, Temperatur $t_2 = 100^\circ$		
2	12784.0	24.443	11 046
4	6183.8	12.222	22 091
6	4735.9	9.567	28 223
8	4056.4	8.335	32 395
10	3647.8	7.602	35 515
12	3369.0	7.109	37 982
14	3163.6	6.749	40 004

Der Vergleich dieser Tabelle mit der vorhergehenden zeigt recht deutlich den Vortheil der Anwendung der Condensation und den Einfluss, welchen ein Herabziehen der unteren Temperaturgrenze mit sich bringt. Man erkennt, was längst in der Praxis gefunden worden ist, dass Maschinen ohne Condensation mit möglichst hohem Kesseldruck arbeiten sollen und dass sie dann in der Dampfausnutzung den Condensations-Dampfmaschinen nahe treten, wenn solche mit niedrigem Kesseldruck thätig sind.

Was nun die Dimensionen betrifft, welche bei der vollkommenen Dampfmaschine zu wählen sind, so fallen hier die Dimensionen der beiden Cylinder in Betracht. Das Volumen V_1 des Dampfcylinders C (Fig. 36, S. 369) bestimmt sich nach Gl. (14) S. 372 und das Volumen V_2 des Speisecylinders D nach Gl. (14[a]). Da man in beiden Formeln den Werth σ als sehr klein vernachlässigen kann, so folgt:

$$V_1 = G x_2 u_2 \quad \text{und} \quad V_2 = G x_3 u_2 \,, \tag{22}$$

wobei G das Gewicht von Dampf und Flüssigkeit pro Schub darstellt und angenommen wird, dass der Kolben im Speisecylinder dieselbe Anzahl von Spielen macht, wie der des Dampfcylinders. Das Verhältniss beider Werthe ergiebt sich

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{x_3}{x_2} \,, \tag{23}$$

oder unter Benutzung von Gl. (11) und (12)

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_1 (\tau_1 - \tau_2)}{x_1 r_1 + T_1 (\tau_1 - \tau_2)} \,. \tag{23a}$$

Bestimmt man aus der Arbeitsgleichung (18) den Werth von G, und substituirt man denselben in die erste der Gln. (22), so folgt das Volumen des Dampfcylinders

$$V_1 = \frac{A T_1 x_2 u_2}{x_1 r_1 (T_1 - T_2)} \cdot L_m \,.$$

Ist die Maschine doppelt wirkend und macht sie in der Minute n Umdrehungen, so findet sich, wenn die Leistung in Pferdestärken wieder mit N_m bezeichnet wird, die Beziehung:

$$L_m = \frac{30 \cdot 75}{n} N_m \,; \tag{24}$$

und daher aus der vorletzten Gleichung, wenn noch Kolbenquerschnitt und Hub des Dampfcylinders mit F_1 und s_1 bezeichnet werden,

$$\frac{F_1 s_1 n}{30} = 75 \cdot \frac{A T_1 x_2 u_2}{x_1 r_1 (T_1 - T_2)} \cdot N_m \,. \tag{25}$$

Dabei ist, wenn die specifische Dampfmenge x_1 am Ende der Admission gegeben ist, die Dampfmenge x_2 nach Gl. (11) und x_3

nach Gl. (12) zu berechnen. Ist F_2 der Kolbenquerschnitt und s_2 der Kolbenhub im Speisecylinder, so folgt nach Gl. (23) auch noch

$$\frac{F_2 s_2}{F_1 s_1} = \frac{x_3}{x_2} . \tag{26}$$

Der Ausdruck auf der linken Seite der Gl. (25) bedeutet übrigens, wie leicht einzusehen ist, den Raum, welchen der Kolben des Dampfcylinders im Mittel während der Secunde zurücklegt.

Beispiel. Eine vollkommene Dampfmaschine arbeite mit $p_1 = 7$ kg Kessel- und $p_2 = 0{,}1$ kg Condensatordruck. Hier findet sich nach Tab. 12 des Anhangs:

$$t_1 = 164{,}^{\circ}03; \quad T_1 = 437{,}^{\circ}03; \quad \tau_1 = 0{,}47531; \quad \frac{r_1}{T_1} = 1{,}1227;$$

$$t_2 = 45{,}^{\circ}58; \quad T_2 = 318{,}^{\circ}58; \quad \tau_2 = 0{,}15463; \quad \frac{r_2}{T_2} = 1{,}8041;$$

$$u_1 = 0{,}2725 \quad \text{und} \quad u_2 = 15{,}0121 .$$

Es folgt daher aus Gl. (11) und (12)

$$\frac{x_2 r_2}{T_2} = \tau_1 - \tau_2 + \frac{x_1 r_1}{T_1} \quad \text{oder} \quad x_2 = 0{,}1777 + 0{,}6223\, x_1;$$

$$\frac{x_3 r_2}{T_2} = \tau_1 - \tau_2 \quad \text{oder} \quad x_3 = 0{,}1777.$$

Wäre die specifische Dampfmenge am Ende der Admission $x_1 = 0{,}90$, dem Admissionsdampfe also 10% Wasser (auf die Mischung bezogen) beigemischt, so folgt $x_2 = 0{,}7378$ und aus Gl. (25)

$$\frac{F_1 s_1 n}{30} = 0{,}016369\, N_m ,$$

ferner nach Gl. (26)

$$\frac{F_2 s_2}{F_1 s_1} = 0{,}241 .$$

Soll die Maschine eine Leistung von $N_m = 250$ Pferdestärken entwickeln und $n = 65$ Umdrehungen in der Minute machen, so bestimmt sich der Cubikinhalt der beiden Cylinder nach Vorstehendem

$$F_1 s_1 = 1{,}889 \text{ cbm} \quad \text{und} \quad F_2 s_2 = 0{,}455 \text{ cbm} .$$

Aus der ersten der Gln. (22) berechnet sich das Dampf- und Wassergewicht G pro Schub

$$G = \frac{F_1 s_1}{x_2 u_2} = 0{,}1705 \text{ kg} .$$

Der Speisecylinder hat also bei jedem Schube aus dem Condensator das Dampfgewicht $G x_3 = 0{,}0303$ kg und das Wassergewicht $G(1 - x_3) = 0{,}1402$ kg anzusaugen. Das Volumen des Dampfcylinders, welches übrigens bei einer Zwei-Cylindermaschine dem Volumen des Expansionscylinders entsprechen würde, erscheint hier sehr gross, weil sehr starke Expansion vorauszusetzen

ist. Das Admissionsvolumen V bestimmt sich nach Gl. (13) $V = G(x_1 u_1 + \sigma)$ oder unter Benutzung der angegebenen Werthe

$$V = 0{,}0420 \text{ cbm},$$

es liegt also

$$\frac{F_1 s_1}{V} = 44{,}97\text{-fache Expansion vor.}$$

Auf solche Expansion wird und kann man in der Praxis natürlich nicht gelangen; die vorliegende Maschine würde dann aber auch für die stündliche Dampfmenge pro Pferdestärke auf den Werth:

$$\frac{D_h}{N_m} = 4{,}789 \text{ kg} \quad \text{führen (nach Gl. 20)},$$

während bei dem heutigen Stande der besten Verbund- (Compound-) Maschinen unter den angenommenen Druckverhältnissen etwa 6,5 kg Dampf im Minimum den Erfahrungen entsprechen.

§ 50. Ueber die disponible Arbeit der Dampfmaschinen.

Bei der Beurtheilung der Arbeitsstärke der ausgeführten Dampfmaschinen unterscheidet man die »effective« von der »indicirten« Arbeit. Drückt man die Arbeit in Pferdestärken aus, so ist die »effective Arbeit N_e« diejenige, welche von der Maschine an die Transmission abgegeben wird; die »indicirte Arbeit N_i« dagegen diejenige Arbeit, welche der eigentlichen Dampfwirkung entspricht und in der Praxis durch Planimetriren der Indicatordiagramme gefunden wird.

Es ist jetzt allgemein Gebrauch, die Leistung einer Dampfmaschine mit Hülfe des Indicators, also durch Bestimmung ihrer indicirten Arbeit N_i festzustellen, und das lässt sich auch vom theoretischen Standpunkte aus rechtfertigen. Die effective Arbeit N_e ist immer kleiner, als die indicirte, weil bei ersterer noch die Widerstandsarbeiten in der Maschine selbst, wie Kolbenreibung, Stopfbüchsenreibung, Zapfenreibungen, Pumpenwiderstände u. s. w. in Betracht kommen, im Allgemeinen ist aber das Verhältniss N_e zu N_i erfahrungsgemäss zwischen enge Grenzen (0,80 bis 0,85) eingeschlossen und wird durch Veränderungen in der Construction und Anordnung der Maschine nur wenig beeinflusst. In dem Werthe N_i dagegen kommen alle Veränderungen und Verbesserungen in der Art der Dampfausnutzung zum Ausdruck. Ein grosser Vortheil ist es, dass die Ermittelung des Werthes von N_i bei jeder Dampfmaschine, und zwar zu jeder Zeit während ihres Betriebes, durch den Indicator mit Leichtigkeit erfolgen kann,

während die effective Arbeit N_e nur durch Bremsversuche bestimmbar ist und solche Versuche, ganz abgesehen von ihrer Umständlichkeit und Kostspieligkeit, überhaupt nur für verhältnissmässig geringere Arbeitsstärken der Maschine ausführbar sind.

Bestimmt man neben der indicirten Arbeit zugleich noch die Dampfmenge D_h in Kilogrammen, welche stündlich im Kessel erzeugt wird, so ergiebt sich in dem Verhältniss $D_h : N_i$, d. h. in der stündlich pro indicirte Pferdestärke verbrauchten Dampfmenge, ein Maass für die Güte einer Maschine, also auch ein Maassstab, verschiedene Maschinen mit einander zu vergleichen. Diese Vergleichsmethode ist denn auch vortrefflich und allgemein in Gebrauch: wenn man früher z. B. für eine Woolf'sche Maschine das bezeichnete Verhältniss, also die Dampfmenge stündlich auf eine indicirte Pferdestärke zu 10 kg rechnete, bei den neuen Zweicylindermaschinen aber etwa 7 kg annehmen kann, so sind damit deutlich die Fortschritte ausgesprochen, die man im Bau dieser Maschinen gemacht hat, und weitere Verbesserungen würden als Ziel eine weitere Verminderung dieses Werthes anzustreben haben.

Nun ist aber klar, dass hier ein gewisser Grenzwerth vorliegen wird, den man in Wirklichkeit zwar niemals erreichen kann, dem man sich aber so viel als möglich zu nähern suchen muss. Die Bestimmung dieses Grenzwerthes ist von hervorragender Wichtigkeit in der Theorie der Dampfmaschinen und von grossem praktischen Werthe, weil damit ersichtlich wird, wie weit man in der Ausnutzung des Dampfes vom letzten Ziele noch entfernt ist. Dieser Grenzwerth ist durch Gl. (20) S. 377 gegeben, wobei nur im bestimmten Falle noch festzustellen ist, welche Werthe für die Grenztemperaturen T_1 und T_2 bei der der Beobachtung unterworfenen Maschine einzusetzen sind, eine Frage, die noch der Besprechung zu unterwerfen ist. Der Werth N_m, d. h. die Arbeit der Maschine in Pferdestärken, unter der Voraussetzung gemessen, dass an Stelle der gegebenen ausgeführten Maschine eine theoretisch vollkommene Maschine vorliegt, repräsentirt daher die disponible Arbeit, und das Verhältniss der indicirten zur disponibeln Arbeit, das mit η_2 bezeichnet werden mag, also das Verhältniss:

$$\eta_2 = \frac{\left(\frac{D_h}{N_m}\right)}{\left(\frac{D_h}{N_i}\right)} = \frac{N_i}{N_m} \tag{27}$$

würde nun, analog wie es bereits bei der Besprechung der Heissluftmaschinen in Bd. I S. 384 geschehen ist, als der »thermische Wirkungsgrad der Dampfmaschine« zu bezeichnen sein.

Statt die Arbeit der Maschine in Pferdestärken darzustellen, kann man auch die Arbeitsquantitäten L_i und L_m einführen und solche, in Meterkilogrammen ausgedrückt, auf einen Schub oder auch auf ein Kilogramm Dampf bezogen, einführen, also unter Berücksichtigung von Gl. (21^a) schreiben

$$\eta_2 = \frac{L_i}{L_m} = \frac{\left(\frac{L_i}{D}\right)}{\left(\frac{L_m}{D}\right)}, \tag{27a}$$

wobei dann nach Gl. (21) zu setzen wäre:

$$\frac{L_m}{D} = \frac{r_1}{AT_1}(T_1 - T_2), \tag{28}$$

und auf Grund der Beobachtung an der ausgeführten Maschine unter Berücksichtigung der Gl. (21^a)

$$\frac{L_i}{D} = \frac{75 \cdot 3600}{\left(\frac{D_h}{N_i}\right)}. \tag{29}$$

Was nun die vorhin erwähnte Frage betrifft, welche Werthe bei der Beurtheilung einer bestehenden Dampfmaschine für die Grenztemperaturen in Gl. (28) bez. in Gl. (I) S. 373 zu substituiren sind, so kann zunächst bezüglich der oberen Temperaturgrenze T_1 ein Zweifel nicht bestehen; bei einem bestehenden Dampfkessel ist den Dimensionen desselben entsprechend gesetzlich ein bestimmter Maximaldampfdruck vorgeschrieben, der mit Rücksicht auf die Sicherheit des Betriebes nicht überschritten werden soll. Man wird demnach die diesem Drucke entsprechende Temperatur als obere Temperaturgrenze T_1 anzunehmen haben. Es verhält sich hier ähnlich, wie bei hydraulischen Motoren, bei denen auch die höchste Lage des Wasserspiegels im Zuflusskanal gesetzlich

festgestellt ist, da eine Hebung des Wasserspiegels durch Stauung nur soweit erfolgen darf, dass der nächste Mitbenutzer des Wasserlaufes in der Richtung des Oberkanals nicht durch Rückstau in der Ausnutzung des Wassers beeinträchtigt wird.

Bezüglich der unteren Temperaturgrenze T_2 kann zunächst bei Dampfmaschinen ohne Condensation ein Zweifel ebenfalls nicht bestehen; man wird hier die dem atmosphärischen Druck entsprechende Temperatur zu wählen haben, also bei Wasserdampf $t_2 = 100^\circ$ oder $T_2 = 373^\circ$ im Mittel annehmen.

Anders bei Condensationsmaschinen; hier ist die Condensatortemperatur zum Anhalt zu nehmen, die von der Kühlwassermenge abhängig erscheint und um so niedriger sein wird, je mehr Kühlwasser in Anwendung kommt.

Ist, wie gewöhnlich, die Temperatur des Wassers mit derjenigen der äusseren Atmosphäre identisch und wollte man diese Temperatur als untere Grenze annehmen, so würde damit stillschweigend eine unendlich grosse Kühlwassermenge vorausgesetzt; es folgt daher, dass man einen höheren Werth der Temperatur annehmen und über die Wahl desselben sich verständigen muss. Man könnte nun ein- für allemal den erfahrungsmässig niedrigsten Werth von $t_2 = 35^\circ$ C. oder $T_2 = 308^\circ$ voraussetzen, oder man könnte denjenigen Werth der Temperatur wählen, der sich für die betreffende Maschine bei der wirklich benutzten Kühlwassermenge im Condensator herausstellt.

Eine ähnliche Unsicherheit liegt auch bei den hydraulischen Motoren bezüglich der Wahl des Wasserstandes im Abflusskanale bei der Feststellung des Gefälles vor. Man wird hier den Spiegel im Unterwasser so tief wie möglich wählen; die unterste Grenze würde, theoretisch genommen, bei unendlich breitem Abflusskanal vorliegen; in Wirklichkeit wählt man diese Breite und fixirt damit das untere Niveau ebenfalls mit einer gewissen Willkür.

In beiden Fällen, den calorischen, wie den hydraulischen Maschinen, handelt es sich übrigens um verhältnissmässig geringe Differenzen, sodass man bei Dampfmaschinen wohl am besten die zu erwartende oder vorhandene Condensatortemperatur als untere Temperaturgrenze annehmen wird.

Die vorstehenden Betrachtungen bezogen sich auf die Ermittelung desjenigen Wirkungsgrades, der oben als der »thermische Wirkungsgrad« bezeichnet wurde, bei dem man die indicirte

Arbeit der Maschine mit dem Arbeitswerthe L_m der wirklich in den Kessel tretenden Wärmemenge Q_1 in Beziehung stellt; er ist vollständig geeignet, bei der Beurtheilung der Güte der eigentlichen Dampfmaschine zum Anhalt genommen zu werden; ganz anders stellt sich aber die Frage, wenn man als disponibeln Arbeitswerth nicht denjenigen benutzt, welcher der in den Kessel eintretenden Wärmemenge Q_1 entspricht, sondern den des verbrauchten Brennmateriales, eine Begriffsbestimmung, welche bereits in Bd. I S. 290 und S. 390 besprochen worden ist.

Es wurde dort, allerdings unter der Annahme, dass die Verbrennung im Feuerraume bei constantem atmosphärischem Druck erfolgt und dass diese Art der Verbrennung, die in Wirklichkeit allgemein vorliegt, auch die vortheilhafteste sei, der Arbeitswerth L_0 des Brennstoffes durch die Formel

$$AL_0 = c_p G \left[T - T_0 - T_0 \operatorname{logn} \frac{T}{T_0}\right] \tag{30}$$

gegeben. Vergl. Gl. (6) Bd. I S. 390.

Hierbei bedeutet G das Gewicht der Feuergase, auf ein Kilogramm Brennstoff bezogen, c_p die specifische Wärme dieser Gase bei constantem Druck, T die Verbrennungstemperatur im Feuerraume und T_0 die Temperatur, mit welcher die atmosphärische Luft in den Feuerraum eintritt.

Ist ferner T' die Temperatur, mit welcher die Feuergase den Kessel verlassen und in den Fuchs eintreten, so findet sich die Wärmemenge Q_1, die in den Kessel tritt,

$$Q_1 = c_p G (T - T') ,$$

und daher nach Gl. (I) S. 373 der Arbeitswerth L_m, welcher der in den Kessel eintretenden Wärmemenge Q_1 entspricht, durch

$$AL_m = \frac{c_p G}{T_1} (T_1 - T_2)(T - T') . \tag{31}$$

Das Verhältniss L_m zu L_0 kann nun der »Wirkungsgrad der Heizanlage« genannt werden; wird derselbe mit η_1 bezeichnet, so folgt unter Benutzung der Gln. (30) und (31)

$$\eta_1 = \frac{(T_1 - T_2)(T - T')}{T_1 \left[T - T_0 - T_0 \operatorname{logn} \frac{T}{T_0}\right]} . \tag{32}$$

Der »thermische Wirkungsgrad η der ganzen Anlage« (vergl. Bd. I S. 384) schreibt sich unter Benutzung von Gl. (27[a])

$$\eta = \frac{L_i}{L_0} = \frac{L_m}{L_0} \cdot \frac{L_i}{L_m} = \eta_1 \eta_2 \, . \tag{33}$$

Die Temperatur T', mit welcher die Feuergase den Kessel verlassen, ist immer grösser, als die Temperatur T_1 des Dampfes im Kessel; bestände zwischen beiden Werthen eine bestimmte Beziehung, so liesse sich aus Gl. (32), die übrigen Temperaturwerthe als gegeben vorausgesetzt, die vortheilhafteste Kesseltemperatur T_1 berechnen, d. h. derjenige Werth, bei welchem η_1 ein Maximum wird. (Vergl. das Beispiel in Bd. I S. 392.)

Es wäre aber wohl als verfrüht zu bezeichnen, Gl. (32) zu weiteren Schlüssen zu verwerthen, weil die ihr zu Grunde liegende Bestimmung des Arbeitswerthes des Brennstoffes nach Gl. (30) von der Annahme ausgeht, dass die bis jetzt bei Dampfkesselfeuerungen vorliegende Wärmeentwickelung, d. h. die Verbrennung des Brennstoffes unter constantem atmosphärischen Druck in der That als die vortheilhafteste anzusehen ist. Es wird daher auch bei den folgenden Untersuchungen bei der Beurtheilung der eigentlichen Dampfmaschine ausschliesslich der thermische Wirkungsgrad derselben zum Anhalt genommen werden, ganz entsprechend dem heutigen praktischen Gebrauch, nach welchem man die Güte der Maschine beurtheilt nach der Arbeit, welche sie einem ihr gebotenen Dampfquantum entnimmt oder was auf das Gleiche hinausläuft, nach der Wärmemenge, welche wirklich in den Kessel eingeführt wird.

Beispiel. Bei einer Dampfkesselheizung ist die Temperatur im Feuerraume $t = 1200°$, die Temperatur, mit welcher die Gase die Kesseloberfläche verlassen, $t' = 400°$ und die Temperatur, mit welcher die atmosphärische Luft unter dem Roste eintritt, $t_0 = 20°$ C. Setzt man die entsprechenden absoluten Temperaturwerthe in Gl. (32) ein, so ergiebt sich der Wirkungsgrad der Heizanlage:

$$\eta_1 = 1{,}1318 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) .$$

Es sei nun der Kesseldruck $p_1 = 6$ Atmosphären, der Condensatordruck $p_2 = 0{,}1$ Atm.; daher nach Tab. 11 des Anhanges $t_1 = 159{,}°22$ und $t_2 = 46{,}°21$; demnach ergiebt sich:

$$\eta_1 = 0{,}2960 .$$

Wäre diese Maschine vollkommen, so würde sie nach dem Beispiele auf S. 377 stündlich pro Pferdestärke eine Dampfmenge brauchen

$$\frac{D_h}{N_m} = 4{,}929 \text{ kg}.$$

Hätten nun Versuche ergeben, dass diese Maschine (es wird an eine Corlissmaschine mit Dampfmantel gedacht) stündlich pro indicirte Pferdestärke 7,5 kg Dampf verbraucht, so ergäbe sich nach Gl. (27) S. 384 der thermische Wirkungsgrad derselben:

$$\eta_2 = \frac{4{,}929}{7{,}5} = 0{,}6572$$

und der thermische Wirkungsgrad der ganzen Anlage:

$$\eta = \eta_1 \eta_2 = 0{,}1945.$$

Hätte man statt vorliegender Maschine eine Verbundmaschine mit sorgfältigster Construction (Mantel- und Receiver-Heizung) angenommen, so hätte nach den Ergebnissen der neuesten, bekannt gewordenen Versuche als günstigste Leistung 6,5 kg Dampf stündlich pro indicirte Pferdestärke angenommen werden können, was auf einen thermischen Wirkungsgrad von $\eta_2 = 0{,}7583$ führt.

Jedenfalls erkennt man daraus die bedeutenden Fortschritte, welche in der Neuzeit in der Dampfmaschinenconstruction gemacht worden sind, wenigstens soweit die Ausnutzung des Dampfes in Betracht kommt, welcher den Maschinen geboten wird. Anders liegen freilich noch die Verhältnisse bezüglich der Verwerthung der im Brennstoff zur Verfügung stehenden Wärmemenge.

Wenngleich auch die neueren Bestrebungen in der Vervollkommnung der Dampfkessel- und Heizungsanlagen hoch beachtenswerth sind, so erscheint es nach den Ergebnissen der vorstehenden Rechnungen doch erwünscht, von theoretischer Seite aus bald einen Hinweis auf das eigentliche Ziel weiterer Bestrebungen in dieser Richtung zu gewinnen.

§ 51. Process der wirklich ausgeführten Dampfmaschinen und Arbeitsverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes.

Der Process, welchen die Dampfmaschinen der heutigen Bauart in Wirklichkeit ausführen, weicht von dem Carnot'schen Process ab; es wird daher bei gleicher verbrauchter Wärmemenge die gewonnene Arbeit eine kleinere sein, als bei der vollkommenen Maschine.

Der Minderbetrag an Arbeit führt also auf einen Arbeitsverlust; die Bestimmung dieses aus der Unvollkommenheit des Processes der ausgeführten Dampfmaschinen entspringenden Arbeitsverlustes bildet eine in jeder Beziehung wichtige Aufgabe, da man, im Fall sich dieser Verlust bedeutend herausstellt, darauf bedacht sein müsste, den Process der wirklichen Dampfmaschine

abzuändern und dem der vollkommenen Maschine näher zu bringen. Es lässt sich auch von vornherein erwarten, dass die Discussion der analytischen Ausdrücke, auf welche die nähere Untersuchung führt, den Weg andeutet, der einzuschlagen wäre, die erwähnte Verbesserung herbeizuführen. Bei den folgenden Betrachtungen möge aber von allen anderen bei Dampfmaschinen sonst noch auftretenden Arbeitsverlusten vorerst abgesehen werden; es möge also vorausgesetzt werden:

a) Es sei kein schädlicher Raum im Cylinder vorhanden; b) der Dampfdruck sei im Cylinder während des Dampfeintrittes gleich dem Kesseldruck; c) der Dampfdruck auf der Austrittsseite sei mit dem Condensatordrucke oder bei Maschinen ohne Condensation mit dem äusseren Atmosphärendruck identisch; d) es finde während des Processes im Inneren des Cylinders keinerlei Wärmeaustausch zwischen dem Dampfe und den Cylinderwandungen statt; e) die Expansion erfolge also adiabatisch und sei überdies vollständig, d. h. es sinke während derselben der Druck des Dampfes vom Kesseldruck auf den Condensator- bez. Atmosphärendruck herab, und endlich, f) die Steuerung sei so beschaffen, dass während des Dampfeintrittes der Eintrittskanal vollständig geöffnet ist und während des ganzen Kolbenschubes der Raum auf der Austrittsseite durch vollständig geöffneten Austrittskanal mit dem Condensator oder der freien Atmosphäre in Verbindung steht.

Jede Abweichung von den einzelnen hier aufgeführten Voraussetzungen führt auf einen neuen besonderen Arbeitsverlust; einige der wichtigsten dieser Verluste werden in der Folge ebenfalls noch Besprechung finden.

Zum Zwecke der Behandlung der hier zunächst gestellten Frage ist Fig. 36 S. 369 a. f. S. wiedergegeben; sie giebt die schematische Darstellung einer vollkommenen Maschine; sie ist aber auch geeignet, als schematische Darstellung einer wirklich ausgeführten Dampfmaschine zu gelten, vorausgesetzt, dass eine Maschine mit Condensation vorliegt. *AA* stellt den Dampfkessel dar, *EE* den Condensator, *C* ist der Dampfcylinder der Maschine und *D* der Speisecylinder; der einzige Unterschied zwischen der wirklichen und der vollkommenen Maschine besteht nun darin, dass der aus dem Cylinder *C* kommende Dampf im Condensator vollständig condensirt wird und der Speisecylinder, der hier

dem Gebrauche gemäss mit dem Namen Speisepumpe belegt werden mag, nicht wie bei der vollkommenen Maschine Wasser und Dampf in vorgeschriebenem Mischungsverhältnisse, sondern Wasser allein anzusaugen und in den Kessel zu fördern hat.

Fig. 36.

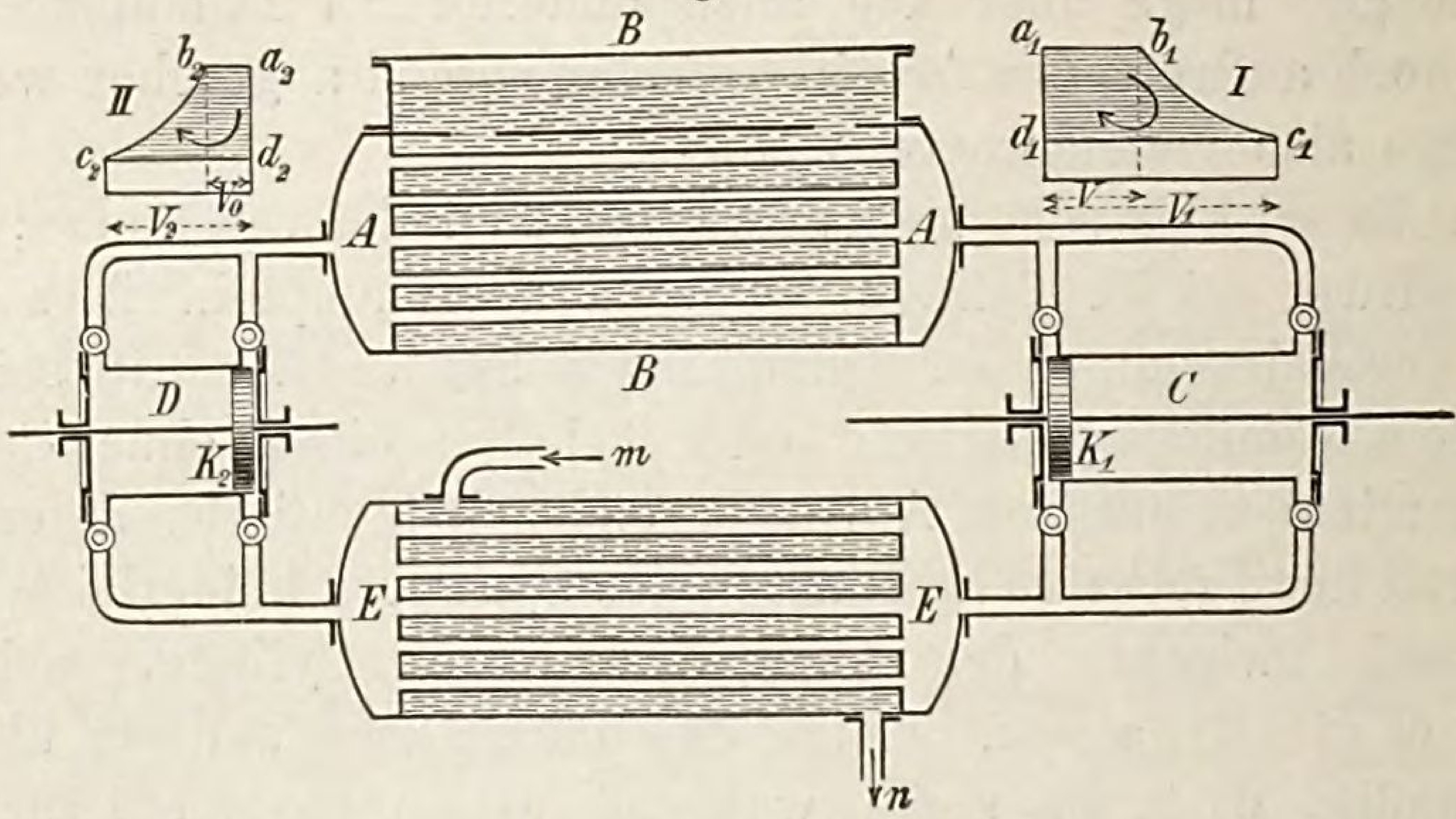
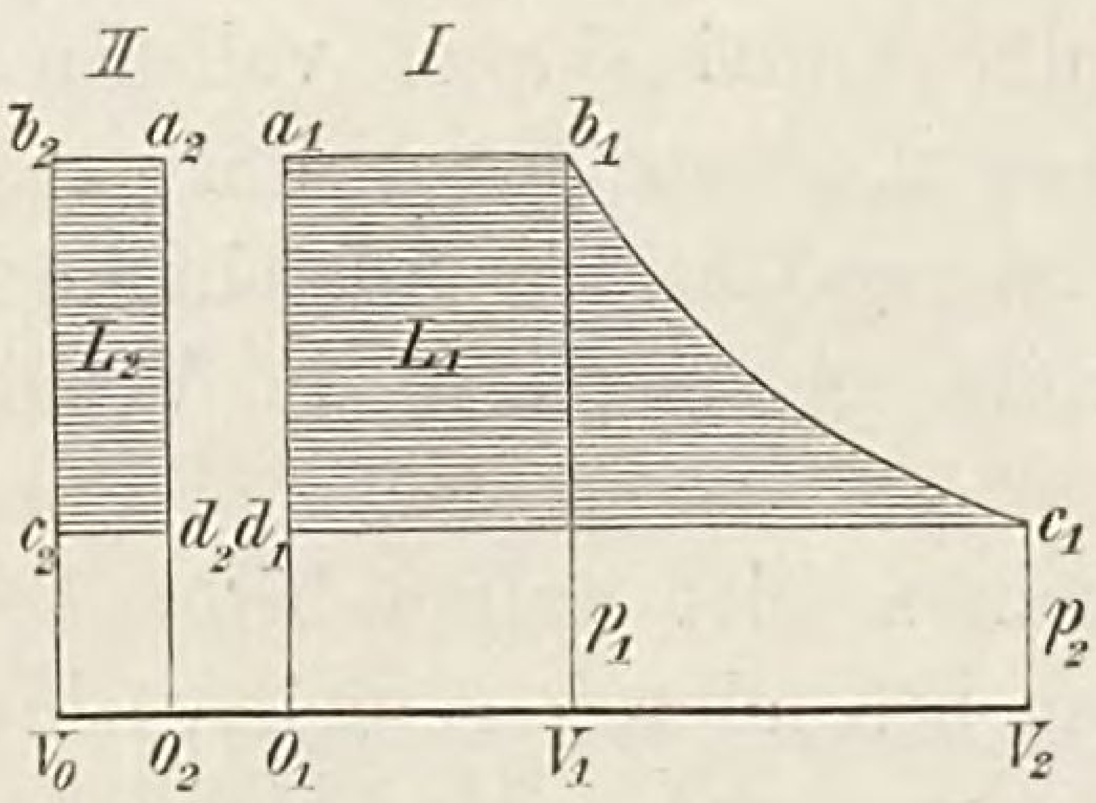


Fig. 37.



Die beiden Indicatordiagramme der Fig. 36 werden daher die in Fig. 37 angegebene Gestalt zeigen; das Diagramm I für den Dampfcylinder C entspricht genau dem gleichen Diagramme in Fig. 36.

Die im Cylinder pro Schub gewonnene Arbeit L_1 bestimmt sich daher hier, wie bei der vollkommenen Maschine nach den Gln. (16) oder (16[a]) S. 372, also durch:

$$A L_1 = G\left[\frac{x_1 r_1}{T_1}(T_1 - T_2) + q_1 - q_2 - T_2(\tau_1 - \tau_2) + A\sigma(p_1 - p_2)\right], \quad (34)$$

wenn hier die dort angegebene Bezeichnung beibehalten wird.

Anders verhält es sich mit dem Speisecylinder, für welchen das Indicatordiagramm II in Fig. 37 giltig ist.

Beim Hergang des Pumpenkolbens wird das Wasservolumen $G\sigma$ unter constantem Druck p_2 angesaugt, also die Arbeit $G\sigma p_2$ gewonnen; beim Hingang wird dieses Wasservolumen mit constantem Druck p_1 in den Kessel gepresst, was dem Arbeitsaufwande $G\sigma p_1$ entspricht. Die Arbeit L_2, welche die Pumpe

fordert, ist daher, wenn dieselbe in Wärmeeinheiten ausgedrückt wird, durch

$$AL_2 = AG\sigma(p_1 - p_2) \tag{35}$$

gegeben, und diese Gleichung tritt bei der wirklichen ausgeführten Maschine an die Stelle der Gln. (17) und (17[a]) S. 373, welche der vollkommenen Maschine entsprachen.

Die Differenz der beiden Gln. (34) und (35) ergiebt nun die Arbeit, welche bei der wirklich ausgeführten Maschine pro Schub gewonnen wird; bezeichnet man dieselbe mit L, so folgt

$$AL = G\left[\frac{x_1 r_1}{T_1}(T_1 - T_2) + q_1 - q_2 - T_2(\tau_1 - \tau_2)\right], \tag{36}$$

während für die vollkommene Maschine nach Gl. (18) S. 373 die entsprechende Arbeit L_m sich durch die Formel

$$AL_m = G\frac{x_1 r_1}{T_1}(T_1 - T_2)$$

berechnet. Ein Vergleich der beiden letzten Formeln, wie auch der Vergleich der Indicatordiagramme der Figuren 36 und 37 zeigt, dass bei gleichen Grenztemperaturen und gleichem Gewichte G der arbeitenden Masse von Dampf und Wasser die Arbeit L der wirklichen Maschine grösser ausfällt, als die der vollkommenen Maschine. Diese Art des Vergleiches der beiden Maschinenarten ist aber unstatthaft, vielmehr kommt hierbei noch in Betracht die Wärmemenge Q_1, welche dem Kessel pro Schub zuzuführen ist und diese Wärmemenge ist bei beiden Maschinen verschieden.

Bei der vollkommenen Maschine ergab sich nach Gl. (9) S. 371 $Q_1 = Gx_1r_1$, bei der ausgeführten Maschine bestimmt sich dagegen Q_1 in folgender Weise.

Entnimmt die Speisepumpe das Wasser dem Condensator, so hat dasselbe die Temperatur t_2; im Kessel muss dasselbe auf die Kesseltemperatur t_1 erwärmt werden, und nun erst beginnt die Verdampfung. Die erforderliche Wärmemenge ist daher

$$Q_1 = G(x_1 r_1 + q_1 - q_2)\,. \tag{37}$$

Liegt dagegen eine Maschine ohne Condensation vor und hat das Speisewasser, welches der Maschine zugeführt wird, die Temperatur t_0, so ist die Wärmemenge, welche dem Kessel pro Schub zuzuführen ist, durch

$$Q_1 = G(x_1 r_1 + q_1 - q_0) \tag{37}$$

gegeben, und diese Gleichung ist die allgemeinere: liegt eine Condensationsmaschine vor, so hat man einfach $t_0 = t_2$, also $q_0 = q_2$ zu substituiren.

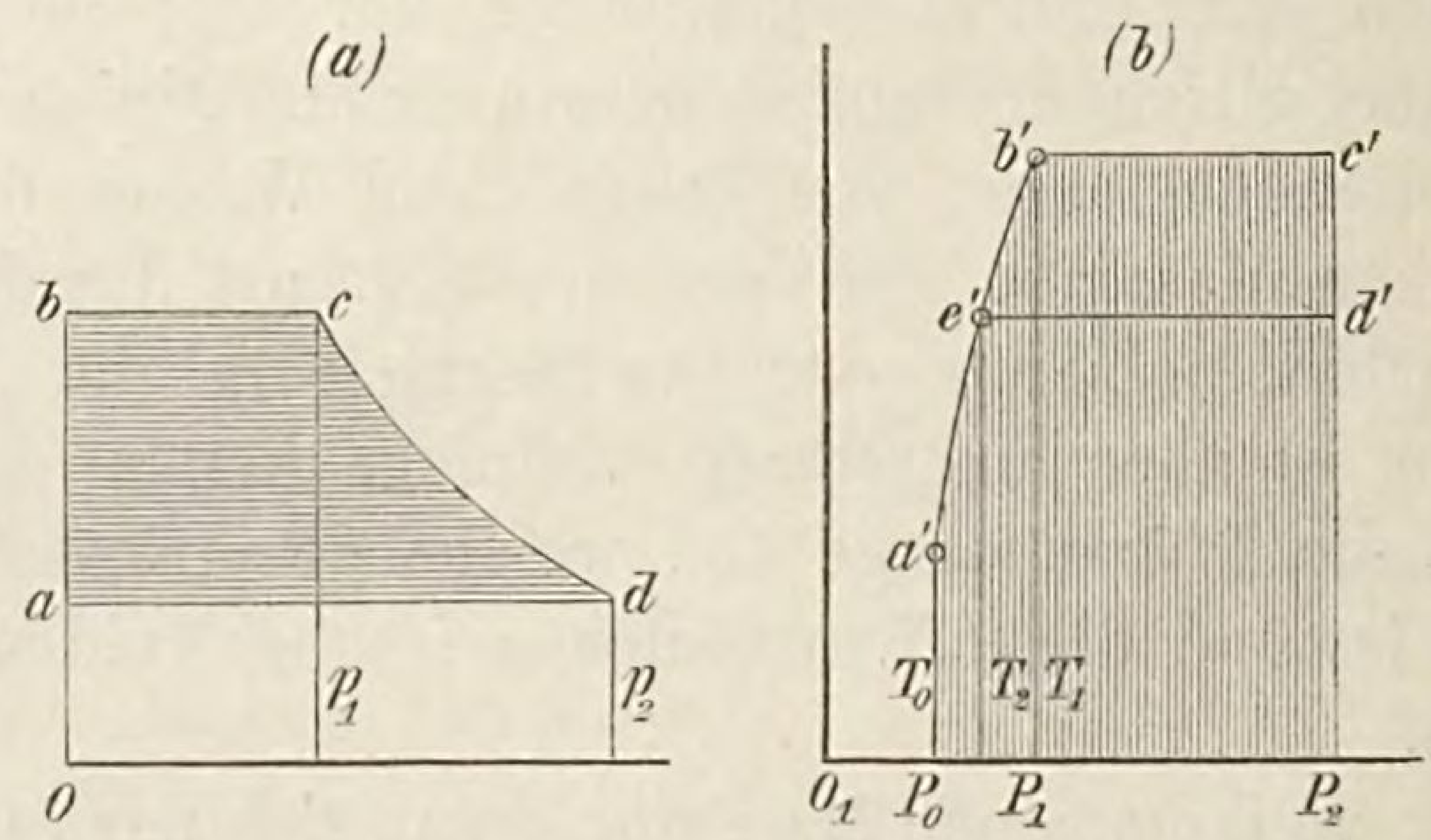
Allgemein ist nun für den Carnot'schen Process der vollkommenen Maschine die gewonnene Arbeit L_m durch die Gleichung bestimmt:

$$A L_m = \frac{Q_1}{T_1}(T_1 - T_2).$$

Nimmt man daher an, die durch Gl. (37) gegebene Wärmemenge werde durch die vollkommene Maschine ausgenutzt, so wäre die von derselben gelieferte Arbeit L_m durch folgende Formel bestimmt:

$$A L_m = G\left[\frac{x_1 r_1}{T_1}(T_1 - T_2) + \frac{(q_1 - q_0)(T_1 - T_2)}{T_1}\right]. \tag{38}$$

Fig. 38.



Es verdient hier eingeschaltet zu werden, dass man auch für die wirklich ausgeführte Maschine, wie es früher in Fig. 35 auf S. 366 für die vollkommene Maschine geschehen ist, das Indicatordiagramm, welches in Fig. 38^a als Differenz der Diagramme der Fig. 37 dargestellt ist, abbilden kann. Setzt man als arbeitende Masse die Gewichtseinheit Wasser und Dampf, also $G = 1$ voraus, so ist die Gewichtseinheit Wasser im Kessel erst von t_0 auf t_1 zu erwärmen und dann die Dampfmenge x_1 bei constantem Druck p_1 oder constanter Temperatur t_1 zu erzeugen.

Nun ist das Wärmegewicht P der Gewichtseinheit Wasser bei der Temperatur T (vergl. Gl. (4) S. 367)

$$P = \frac{r}{A} \cdot$$

Trägt man daher P als Abscisse und T als Ordinate auf, so erhält man in der Curve $a'e'b'$ (Fig. 38[b]) die Abbildung der Druckcurve ab (Fig. 38[a]). Der Anfangs- und Endtemperatur T_0 und T_1 entsprechen die Abscissen

$$\overline{O_1P_0} = \frac{r_0}{A} \quad \text{und} \quad \overline{O_1P_1} = \frac{r_1}{A},$$

und die unter der Curve $a'b'$ liegende schraffirte Fläche ergiebt daher die Wärmemenge $q_1 - q_0$ in Arbeitseinheiten gemessen.

Macht man ferner in der Figur:

$$\overline{O_1P_2} = \frac{1}{A}\left(r_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}\right),$$

so folgt nach früher entwickelten Sätzen weiter, dass die unter der horizontalen Linie $b'c'$ liegende schraffirte Rechteckfläche $P_1b'c'Pv$ die Wärmemenge $x_1 r_1$, in Arbeitseinheiten gemessen, darstellt. Hiernach repräsentirt die ganze schraffirte Fläche der Fig. 38[b] den Werth $Q_1 : A$ oder $424 Q_1$, wobei Q_1 die Wärmemenge darstellt, welche bei der ausgeführten Maschine pro Kolbenschub dem Dampfkessel zuzuführen ist.

Ebenso leicht ist nun einzusehen, dass der unter dem Curvenzuge $a'e'd'$ liegende Theil der schraffirten Fläche die Wärmemenge Q_2, in Arbeitseinheiten gemessen, darstellt, die bei dem Processe abzuleiten ist, wobei vorausgesetzt wird, dass das Wasser, welches bei der Condensation entstanden ist, nachträglich noch von der Condensatortemperatur t_2 auf die Temperatur t_0 abgekühlt wird.

Entnimmt die Speisepumpe das Wasser direct dem Condensator, wie das bei Condensationsmaschinen geschieht, so fällt in Fig. 38[b] der Punkt a' mit dem Punkte e' zusammen.

In beiden Fällen repräsentirt die Fläche $e'b'c'd'$ die indicirte Arbeit; der Flächeninhalt ist mit dem der schraffirten Fläche in Fig. 38[a] identisch.

Kehren wir zur Betrachtung der Gleichungen (36) und (38) zurück. Die erstere ergab die Arbeit, welche bei der wirklichen Maschine pro Schub gewonnen wird, während die andere die Arbeit liefert, welche bei Ausnutzung der gleichen zuge-

führten Wärmemenge Q_1 gewonnen würde; die Differenz $L_m - L$ stellt demnach den Arbeitsverlust dar, welcher der Unvollkommenheit des Processes der ausgeführten Maschine entspricht; wird dieser Arbeitsverlust mit L_1 bezeichnet und das Verhältniss desselben zur disponibeln Arbeit L_m mit ζ_1 bezeichnet, welcher Werth der Effectverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes genannt werden soll, so findet sich unter Benutzung der Gln. (36) und (38) der Arbeitsverlust:

$$L_1 = \frac{G}{AT_1}\left[(q_1 - q_0)(T_1 - T_2) - T_1(q_1 - q_2) + T_1 T_2(\tau_1 - \tau_2)\right], \quad (39)$$

und der Effectverlust:

$$\zeta_1 = \frac{(q_1 - q_0)(T_1 - T_2) - T_1(q_1 - q_2) + T_1 T_2(\tau_1 - \tau_2)}{(x_1 r_1 + q_1 - q_0)(T_1 - T_2)}. \quad (40)$$

Setzt man, was bei Dampfmaschinenberechnungen wegen der bei denselben vorkommenden nicht allzugrossen Temperaturdifferenzen immer gestattet ist, für die specifische Wärme c des Wassers einen constanten Mittelwerth ein, so schreibt sich

$$q_1 - q_0 = c(T_1 - T_0) \quad \text{und} \quad q_1 - q_2 = c(T_1 - T_2),$$

daher folgt aus Gl. (39) für den Arbeitsverlust L_1 der Näherungswerth:

$$L_1 = \frac{G}{AT_1}\left[T_1 T_2(\tau_1 - \tau_2) - T_0(q_1 - q_2)\right], \quad (39^a)$$

und ebenso aus Gl. (40) für den Effectverlust:

$$\zeta_1 = \frac{T_1 T_2(\tau_1 - \tau_2) - T_0(q_1 - q_2)}{(x_1 r_1 + q_1 - q_0)(T_1 - T_2)}. \quad (40^a)$$

Ist die Differenz der Grenztemperaturen nicht beträchtlich, so schreibt sich auch, wenn man in der Näherungsrechnung weiter geht,

$$\tau_1 - \tau_2 = c \log \frac{T_1}{T_2} = c \operatorname{logn}\left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_2}\right),$$

oder mit hinreichender Genauigkeit

$$\tau_1 - \tau_2 = \frac{c(T_1 - T_2)}{T_2} = \frac{q_1 - q_2}{T_2},$$

wonach an Stelle der Gleichungen (39) und (40) folgende Formeln treten.

Für den Arbeitsverlust:

$$L_1 = \frac{G}{AT_1}(q_1 - q_2)(T_1 - T_0)\,, \tag{39^b}$$

und für den Effectverlust:

$$\zeta_1 = \frac{q_1 - q_0}{x_1 r_1 + q_1 - q_0}\,. \tag{40^b}$$

Diese Näherungsformeln zeigen wenigstens, welche Grössen den Effectverlust am meisten beeinflussen.

Die vorstehenden Formeln sind abgeleitet worden unter der Voraussetzung, dass die Speisung des Kessels durch eine gewöhnliche Speisepumpe erfolgt, welche das Wasser mit der Temperatur t_0 dem Kessel zuführt, in welchem dann vor Beginn der Verdampfung das Wasser zuerst auf die Temperatur t_1 des Kesselwassers erwärmt werden muss. Jedes Kilogramm Speisewasser erfordert also im Kessel eine Wärmemenge $(q_1 - q_0)$, die für den Arbeitsbetrieb der Maschine unverwerthbar ist.

Genau dasselbe Resultat erhält man aber auch unter der Voraussetzung, dass die Speisung des Kessels durch einen Giffard-schen Injector erfolgt; der Betrieb desselben erfordert, nach der oben in § 19 S. 134 vorgeführten Untersuchung zufolge Gl. (52) genau die gleiche Wärmemenge, auf die Gewichtseinheit Speisewasser bezogen, — wobei allerdings, wie auch bei der Annahme des Vorhandenseins einer gewöhnlichen Speisepumpe, die auf S. 134 und S. 136 aufgeführten Glieder $A[\sigma(p_1 - p_0) + h]$ als klein genug vernachlässigt werden.

Bei der vollkommenen Maschine aber tritt das Speisewasser durch Vermittelung des Speisecylinders mit der Temperatur t_1 in den Kessel ein, braucht also daselbst nicht erst durch besondere Wärmezuführung auf die Kesseltemperatur gebracht zu werden. Das Vorwärmen geschieht hierbei durch adiabatische Compression einer bestimmt vorgeschriebenen Mischung von Wasser und Dampf, welche dem Condensator entnommen wird.

Könnte man bei der wirklich ausgeführten Maschine das von der Speisepumpe angesaugte Wasser vorher auf die Kesseltemperatur erwärmen, was aber durch Zuleitung von Wärme geschehen müsste, die für die Kesselheizung von vornherein unverwerthbar ist, so wäre in den vorstehenden Gleichungen $t_1 = t_0$, also auch $q_1 = q_0$ zu setzen, und man erhielte

nach Gl. (40[b]) den Effectverlust $\zeta_1 = 0$, oder nach der genauen Formel (40) so klein, dass die ausgeführte Maschine mit der vollkommenen nahezu identisch würde. Eine solche Voraussetzung ist aber unerfüllbar und noch weniger würde hier der Injector zum Ziele führen, da derselbe überhaupt nur mit Speisewasser von verhältnissmässig niedriger Temperatur betrieben werden kann.

Aus Allem folgt, dass eine Verbesserung des Processes der ausgeführten Maschine nur damit erreichbar ist, dass man den Process derselben dem der vollkommenen Maschine näher zu bringen sucht.

Ob hierzu aber überhaupt ein Bedürfniss vorliegt, entscheidet sich durch die Verfolgung der Frage, ob der durch Gl. (40) bez. Gl. (40[a]) für die bei den gebräuchlichen Maschinen vorkommenden Temperaturwerthe hervortretende Effectverlust ζ_1 so beträchtlich ausfällt, dass man auf eine Abminderung desselben bedacht sein sollte. Die Frage erledigt sich am besten durch besondere Beispiele.

Beispiel 1. Eine Dampfmaschine ohne Condensation arbeitet mit $p_1 = 7$ kg Admissionsdruck; es ist daher nach Tab. 12 des Anhanges $t_1 = 164{,}^{\circ}03$, $q_1 = 165{,}89$, $r_1 = 490{,}64$ und $\tau_1 = 0{,}47531$.

Die untere Temperaturgrenze ist $t_2 = 100^{\circ}$, also $p_2 = 1{,}0333$ kg und diesen Werthen entsprechend $q_2 = 100{,}50$ und $\tau_2 = 0{,}31356$.

Wird nun vorausgesetzt, die Maschine arbeite mit trockenem Dampf, es sei also $x_1 = 1$, und die Temperatur des Speisewassers sei $t_0 = 15^{\circ}$, so ergiebt sich für die ausgeführte Maschine nach Gl. (36)

$$AL = 76{,}939\, G \text{ Cal.}$$

und für die disponible Arbeit L_m oder für die Arbeit einer vollkommenen Maschine unter gleichen Umständen nach Gl. (38)

$$AL_m = 93{,}984\, G \text{ Cal.}$$

und demnach der Arbeitsverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes:

$$AL_1 = A(L_m - L) = 17{,}045\, G$$

und der entsprechende Effectverlust

$$\zeta_1 = \frac{L_1}{L_m} = 0{,}181\,.$$

Hätte man dagegen angenommen, dass die Maschine mit nassem Dampf arbeitet und dass die specifische Dampfmenge bez. $x_1 = 0{,}90$ oder $x_1 = 0{,}80$ zu setzen sei, so hätte sich auf demselben Wege ergeben:

$$\zeta_1 = 0{,}196 \quad \text{bez.} \quad \zeta_1 = 0{,}214\,.$$

Man erkennt, dass der Effectverlust mit der Nässe des Betriebsdampfes zunimmt, was übrigens auch schon ein Blick auf die Gln. (40), (40[a]) und (40[b])

erkennen lässt; man ersieht aber weiter auch, dass der Effectverlust sehr bedeutend ist und dass der Process der ausgeführten Maschine als recht unvollkommen bezeichnet werden müsste.

Zieht man aber die angezogenen Gleichungen in näheren Betracht, so zeigt sich, dass die Temperatur t_0 des Speisewassers von wesentlichem Einfluss auf den Effectverlust ist.

Wollte man im vorliegenden Beispiele annehmen, dass durch die abziehenden Feuergase das Speisewasser auf $t_0 = 80^\circ$ vorgewärmt würde, so fände sich der Effectverlust ζ_1 nach Gl. (40a), die für praktische Zwecke hinreichend genau ist,

$$\text{für } x_1 = 1 \quad ; \quad 0{,}90 \quad ; \quad 0{,}80 \quad ;$$
$$\zeta_1 = 0{,}089 \; ; \quad 0{,}097 \; ; \quad 0{,}107 \, .$$

Der Vergleich mit den oben gefundenen Resultaten ergiebt also, dass durch Vorwärmen des Speisewassers allein schon wesentlicher Vortheil erzielt wird, da hier der Effectverlust durch das Vorwärmen auf die Hälfte herabgezogen wird.

Beispiel 2. Eine Maschine mit Condensation arbeitet mit $p_1 = 7$ kg Admissionsdruck und der Condensationsdruck beträgt $p_2 = 0{,}1$ kg; wird ferner trockner Admissionsdampf, also $x_1 = 1$ vorausgesetzt, so geben unter Benutzung der entsprechenden Werthe der Tabelle 12 des Anhanges die Gln. (36) und (38), wobei $q_0 = q_2$ ist:

$$AL = 151{,}06\,G \quad \text{und} \quad AL_m = 165{,}57\,G \, .$$

Der Arbeitsverlust folgt

$$AL_1 = 14{,}51\,G$$

und der Effectverlust

$$\zeta_1 = \frac{L_1}{L_m} = 0{,}087 \, .$$

Unter der Voraussetzung, dass die specifische Dampfmenge des Admissionsdampfes $x_1 = 0{,}90$ oder $0{,}80$ beträgt, ergiebt die Rechnung:

$$\zeta_1 = 0{,}095 \quad \text{bez.} \quad \zeta_1 = 0{,}104 \, .$$

Der Einblick in vorstehende Rechnungsresultate, sowie die nähere Betrachtung der den Rechnungen zu Grunde gelegten Formeln, zeigt, dass der Effectverlust, welcher der Unvollkommenheit des wirklichen Processes unserer Dampfmaschinen entspricht, nicht unbedeutend ist.

Bei Maschinen ohne Condensation wird er durch Vorwärmen des Speisewassers schon ansehnlich vermindert, und die theoretische Untersuchung ergiebt, dass dieses Vorwärmen (durch die abziehenden Feuergase), das man allerdings schon längst als vortheilhaft erkannt hat, nützlicher ist, als man es im Allgemeinen bis jetzt angenommen hat. Im Uebrigen erscheint der Effectverlust ζ_1 immer noch gross genug, sowohl in dem ersten der vorstehenden

Beispiele, als auch bei der Condensationsmaschine des zweiten Beispieles; der Arbeitsverlust stellt sich in beiden Fällen auf nahezu 10 % der disponibeln Arbeit und würde, wie ein Blick auf die Gln. (40), (40ᵃ) und (40ᵇ) zeigt, bei höherem Admissionsdruck noch bedeutender ausfallen.

Da im Dampfmaschinenbetrieb der Neuzeit der Admissionsdruck, und zwar mit Recht, mehr und mehr vergrössert wird, so gewinnt die hier in Betrachtung stehende Frage erhöhte Bedeutung. Es dürfte sich demnach erwarten lassen, dass man mit der Zeit darauf Bedacht nehmen wird, den Process in unseren heutigen Maschinen dahin abzuändern, dass derselbe dem Carnot'schen Process, welchen die vollkommene Maschine ausführt, näher kommt, wenn nicht, so weit es praktisch denkbar erscheint, den Process vollständig durchführt, und zwar durch Anwendung des in Fig. 36 S. 390 dargestellten Speise- oder Compressionscylinders D*). In § 48 und 49 (s. oben S. 364 und S. 374) ist die Frage so vollständig behandelt, dass im Uebrigen hier auf jene Darlegungen verwiesen werden kann.

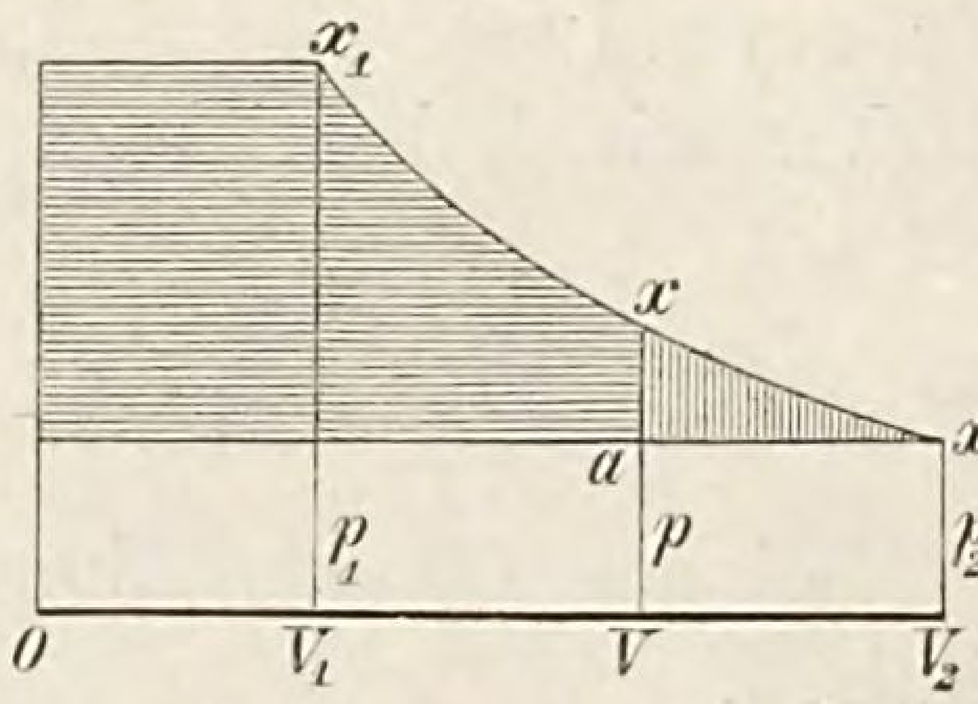
§ 52. Arbeitsverlust in Folge unvollständiger Expansion.

Bei den vorstehenden Untersuchungen ist vorausgesetzt worden, dass die Expansion des Dampfes im Dampfcylinder bis zur unteren Temperaturgrenze, also bis zu dem derselben entsprechenden Druck p_2 erfolge. In Wirklichkeit ist das aber nicht der Fall, vielmehr ist allezeit der Enddruck der Expansion grösser

*) Auf die Möglichkeit der principiellen Verbesserung der Dampfmaschinen ist bereits in der 2. Auflage dieses Buches (1866) hingewiesen worden. Seit jener Zeit ist in der von dem Engländer R. M. Marchant vorgeschlagenen neuen Dampfmaschine nur ein Versuch hervorgetreten, die gebräuchliche Kesselspeisung abzuändern, und bei der Besprechung dieser Maschine in englischen Zeitschriften wird gelegentlich auch meines Vorschlages gedacht. In der zweiten Hälfte des Jahrganges 1886, Vol. 62 der Zeitschrift »The Engineer« wird in abweisendem Sinne die Marchant-sche Maschine wiederholt besprochen und dabei auch mein Vorschlag, der von dem Marchant's wesentlich abweicht, als theoretisch unhaltbar hingestellt; die betreffenden Ausführungen beruhen aber auf Missverständniss meiner Darlegungen und auf Unkenntniss des Verhaltens nasser Dämpfe bei der Compression. Sachgemässe Widerlegungen finden sich übrigens schon in der englischen Zeitschrift »Industries etc.« Vol. I. 1886. Nr. 12 und 19.

und daher wird nicht die volle Arbeit ausgenutzt. Erfolgt dieselbe (vergl. Fig. 39) nur vom Volumen V_1 auf das Volumen V, statt von V_1 auf V_2, so bleibt eine Arbeit unausgenutzt, welche durch die vertical schraffirte Fläche des Curvendreieckes $x x_2 a$ dargestellt wird; der entsprechende Arbeitsverlust L_2 lässt sich leicht berechnen. Es sei p der wirkliche Enddruck der Expansion und x die specifische Dampfmenge am Ende derselben, so ergiebt sich, da die Expansionscurve als Adiabate angesehen wird, für den Verlauf $x_1 x$ die Beziehung

Fig. 39.



$$\tau + \frac{xr}{T} = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}, \tag{41}$$

und für den ganzen Verlauf $x_1 x_2$

$$\tau_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}, \tag{42}$$

wonach sich die beiden Werthe x und x_2 der specifischen Dampfmenge berechnen lassen, sofern die specifische Dampfmenge x_1 im Anfange der Expansion und die Drucke p_1, p und p_2 als gegeben angesehen werden. Für die Strecke $x x_2$ (Fig. 39) würde nach Gl. (15^a) S. 372 die gewonnene Expansionsarbeit, in Wärmeeinheiten gemessen, sein

$$G(q - q_2 + x\varrho - x_2\varrho_2),$$

wenn, wie früher, unter G das Gewicht der im Cylinder eingeschlossenen Dampf- und Flüssigkeitsmenge verstanden wird; subtrahirt man von vorstehender Arbeit diejenige Arbeit, welche dem Rückdruck p_2 auf dem Wege $V_2 - V$ entspricht und, in Wärmeeinheiten gemessen, beträgt

$$A(V_2 - V)p_2 = AG(x_2 u_2 - xu)p_2,$$

so folgt der aus der unvollständigen Expansion hervorgehende Arbeitsverlust, der mit L_2 bezeichnet werden mag,

$$AL_2 = G[q - q_2 + x\varrho - x_2\varrho_2 - Ap_2(x_2 u_2 - xu)],$$

oder auch

$$AL_2 = G[q - q_2 + xr - x_2 r_2 - Axu(p - p_2)], \quad (43)$$

worin x und x_2 durch die Gln. (41) und (42) bestimmt werden.

Die disponible Arbeit L_m der Maschine ermittelt sich nach Gl. (38) S. 392; dividirt man mit L_m in Gl. (43), so folgt der Effectverlust in Folge unvollständiger Expansion, welcher mit ζ_2 bezeichnet werde:

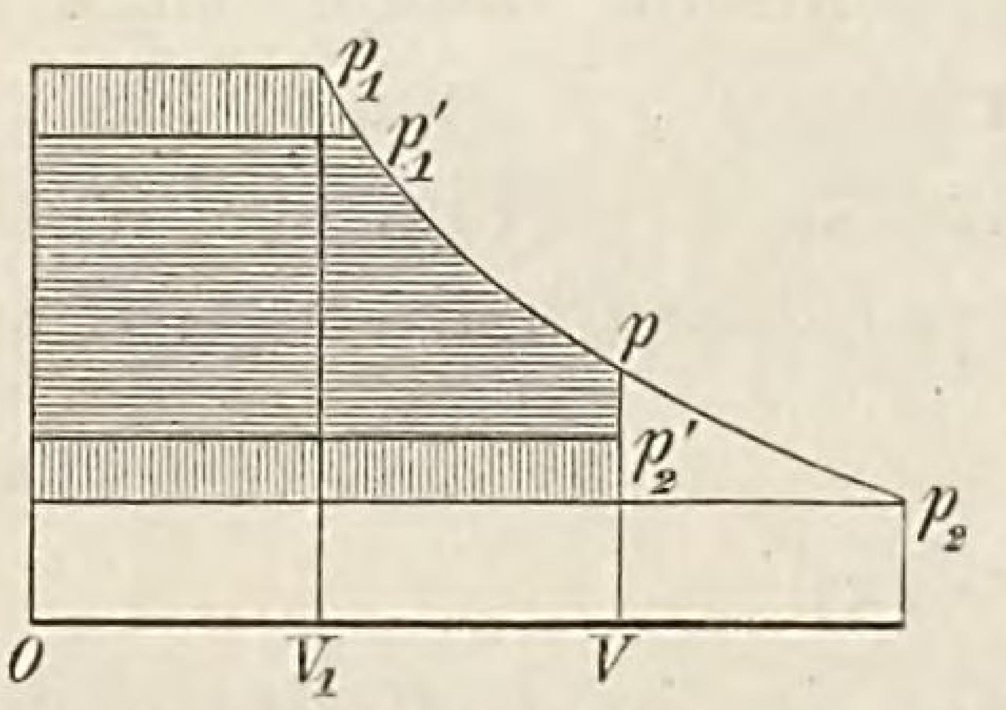
$$\zeta_2 = \frac{T_1[q - q_2 + xr - x_2 r_2 - Axu(p - p_2)]}{(x_1 r_1 + q_1 - q_0)(T_1 - T_2)}. \quad (44)$$

Bei den Condensationsmaschinen ist hierbei $q_0 = q_2$ zu substituiren.

An das Vorstehende mag sich sofort die Bestimmung zweier weiterer Arbeits- bez. Effectverluste anschliessen.

Die obigen Rechnungen gelten unter der Voraussetzung, dass der Admissionsdruck mit dem Kesseldruck p_1 identisch sei und dass ebenso der Gegendruck im Cylinder beim Austritt gleich dem äusseren oder Condensator-Druck p_2 sei. Bei den ausgeführten Maschinen ist diese Voraussetzung nicht erfüllt; bezeichnet p_1' den wirklichen Admissionsdruck und p_2' den Gegendruck, so stellen die in Fig. 40 durch verticale Schraffur ausgezeichneten Flächen die beiden entsprechenden Arbeitsverluste dar. Der Arbeitsverlust L_3, welcher der Differenz zwischen Kessel- und Admissionsdruck entspricht, bestimmt sich mit hinreichender Genauigkeit durch die Gleichung

Fig. 40.



$$AL_3 = V_1(p_1 - p_1') = AGx_1 u_1 (p_1 - p_1') \quad (45)$$

und der Arbeitsverlust L_4, welcher der Differenz zwischen Gegendruck und äusserem Druck entspricht, ist durch die Gleichung

$$AL_4 = V(p_2' - p_2) = AGxu(p_2' - p_2) \quad (46)$$

gegeben. Dividirt man beide Gleichungen durch den Ausdruck (38) S. 392, welcher die disponible Arbeit der Maschine darstellt, so folgen die beiden entsprechenden Effectverluste ζ_3 und ζ_4, und zwar ist

$$\zeta_3 = \frac{A x_1 u_1 (p_1 - p_1') T_1}{(x_1 r_1 + q_1 - q_0)(T_1 - T_2)} \tag{45^a}$$

und

$$\zeta_4 = \frac{A x u (p_2' - p_2) T_1}{(x_1 r_1 + q_1 - q_0)(T_1 - T_2)} \,. \tag{46^a}$$

Beide Formeln sind zwar nur Näherungsausdrücke, sie dürften aber für die vorliegenden Untersuchungen als hinreichend genau angesehen werden können.

Bei Maschinen ohne Condensation rechnet man gewöhnlich $p_2' = 1{,}1 p_2$ und bei Condensationsmaschinen $p_2' = 2 p_2$, während man die Beziehung zwischen Admissions- und Kesseldruck zu $p_1' = 0{,}80 p_1$ bis $0{,}90 p_1$ annimmt, wenn nicht Drosselung vorausgesetzt wird.

Beispiel. Eine Condensationsmaschine arbeitet mit $p_1 = 7$ kg Druck, der Enddruck der Expansion sei $p = 0{,}6$ kg, während der Condensatordruck $p_2 = 0{,}1$ kg beträgt.

Hier ergiebt sich nun, wenn die specifische Dampfmenge bei Beginn der Expansion zu $x_1 = 1$ bez. $0{,}9$ oder $0{,}8$ angenommen, die disponible Arbeit L_m nach Gl. (38) S. 392 berechnet und $q_0 = q_1$ gesetzt wird, unter Benutzung der entsprechenden Werthe der Tab. 12 des Anhanges bez. für

$$x_1 = 1\,; \qquad 0{,}90\,; \qquad 0{,}80\,;$$
$$A L_m = 165{,}57\,G\,; \quad 152{,}27\,G\,; \quad 138{,}97\,G\,.$$

Die Gln. (41) und (42) ergeben bez.

$$x = 0{,}8684\,; \qquad 0{,}7948\,; \qquad 0{,}7212\,;$$
$$x_2 = 0{,}7997\,; \qquad 0{,}7375\,; \qquad 0{,}6752\,.$$

Dann folgt nach Gl. (43) der Arbeitsverlust L_2 in Folge der unvollständigen Expansion:

$$A L_2 = 27{,}138\,G\,; \quad 25{,}037\,G\,; \quad 22{,}893\,G\,,$$

und der Effectverlust ζ_2, welcher aus der unvollständigen Expansion entspringt:

$$\zeta_2 = 0{,}164\,; \qquad 0{,}164\,; \qquad 0{,}165\,.$$

Wollte man bei $p_1 = 7$ kg Kesseldruck den Admissionsdruck zu $p_1' = 0{,}9 \cdot p_1 = 6{,}3$ kg voraussetzen, so ergäben sich der Arbeitsverlust L_3 und der Effectverlust ζ_3, welcher der Differenz zwischen Kessel- und Admissionsdruck entspricht, nach den Gln. (45) und (45a) bez.

$$A L_3 = 4{,}499\,G\,; \quad 4{,}049\,G\,; \quad 3{,}599\,G\,;$$
$$\zeta_3 = 0{,}027\,; \qquad 0{,}027\,; \qquad 0{,}026\,.$$

Wäre endlich der Gegendruck am Kolben auf der Austrittsseite $p_2' = 2 p_2 = 0{,}2$ kg, so fänden sich der Arbeitsverlust L_4 und der Effectverlust ζ_4, welcher der Differenz zwischen Gegendruck und Condensatordruck entspricht, nach den Gln. (46) und (46a) bez.

$$AL_4 = 5{,}194\,G\,; \quad 4{,}790\,G\,; \quad 4{,}694\,G\,;$$
$$\zeta_4 = 0{,}031\ ; \quad 0{,}032\ ; \quad 0{,}034\ .$$

Für die gleiche Maschine ergab das Beispiel 2 S. 397 den Effectverlust ζ_1, welcher aus der Unvollkommenheit des Processes entspringt, bez.

$$\zeta_1 = 0{,}087\ ; \quad 0{,}095\ ; \quad 0{,}104\ .$$

Von den vier Effectverlusten ist derjenige, welcher der unvollständigen Expansion entspricht, der grösste; es ist daher vollständig gerechtfertigt, dass man in der neueren Praxis mit dem Enddruck der Expansion mehr und mehr herabgegangen ist.

Bei vorliegendem Beispiele ist an die Verhältnisse bei einer Woolfschen Maschine oder einer Verbundmaschine gedacht worden. Bei einer Maschine mit einem Cylinder würde der Enddruck p grösser gehalten werden müssen und daher auch der Effectverlust ζ_2 noch beträchtlicher, als im Vorstehenden gefunden wurde, ausfallen.

Würden bei der vorliegenden Maschine keine anderen Arbeitsverluste vorliegen, so wäre die indicirte Arbeit L_i derselben:

$$L_i = L_m - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4)\,,$$

also ihr thermischer Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_i}{L_m} = 1 - (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 + \zeta_4)\,;$$

im vorliegenden Falle wäre daher für

$$x_1 = 1\ ; \quad 0{,}90\ ; \quad 0{,}80\ ;$$
$$\eta = 0{,}691\ ; \quad 0{,}682\,; \quad 0{,}671\ ,$$

wonach der Wirkungsgrad mit zunehmender Dampfnässe abnimmt, also der Betrieb der Maschine mit möglichst trockenem Dampfe angestrebt werden muss.

Die vorstehenden Schlussresultate sind aber noch unvollständig, da ausser den genannten Arbeitsverlusten noch andere in Betracht gezogen werden müssen.

§ 53. Arbeitsverlust in Folge des schädlichen Raumes. Wirkung der Compression.

Bei der Untersuchung der Wirkung des schädlichen Raumes auf die Dampfausnutzung stösst man selbst unter den einfachsten Voraussetzungen auf sehr complicirte Formeln; die Sätze der Thermodynamik gestatten zwar eine genaue Verfolgung der Aufgabe, die entsprechenden Formeln enthalten aber eine Grösse, über die man im Falle numerischer Rechnungen eine willkürliche Annahme zu machen genöthigt ist; es ist das die specifische Dampfmenge, welche der frische aus dem Kessel kommende Dampf im schädlichen Raume vorfindet. Auch bei der unten folgenden calorimetrischen Untersuchung der Dampfmaschine im

Allgemeinen tritt die gleiche Unsicherheit hervor, die wohl erst durch sorgfältige Versuche an Dampfmaschinen gehoben werden wird.

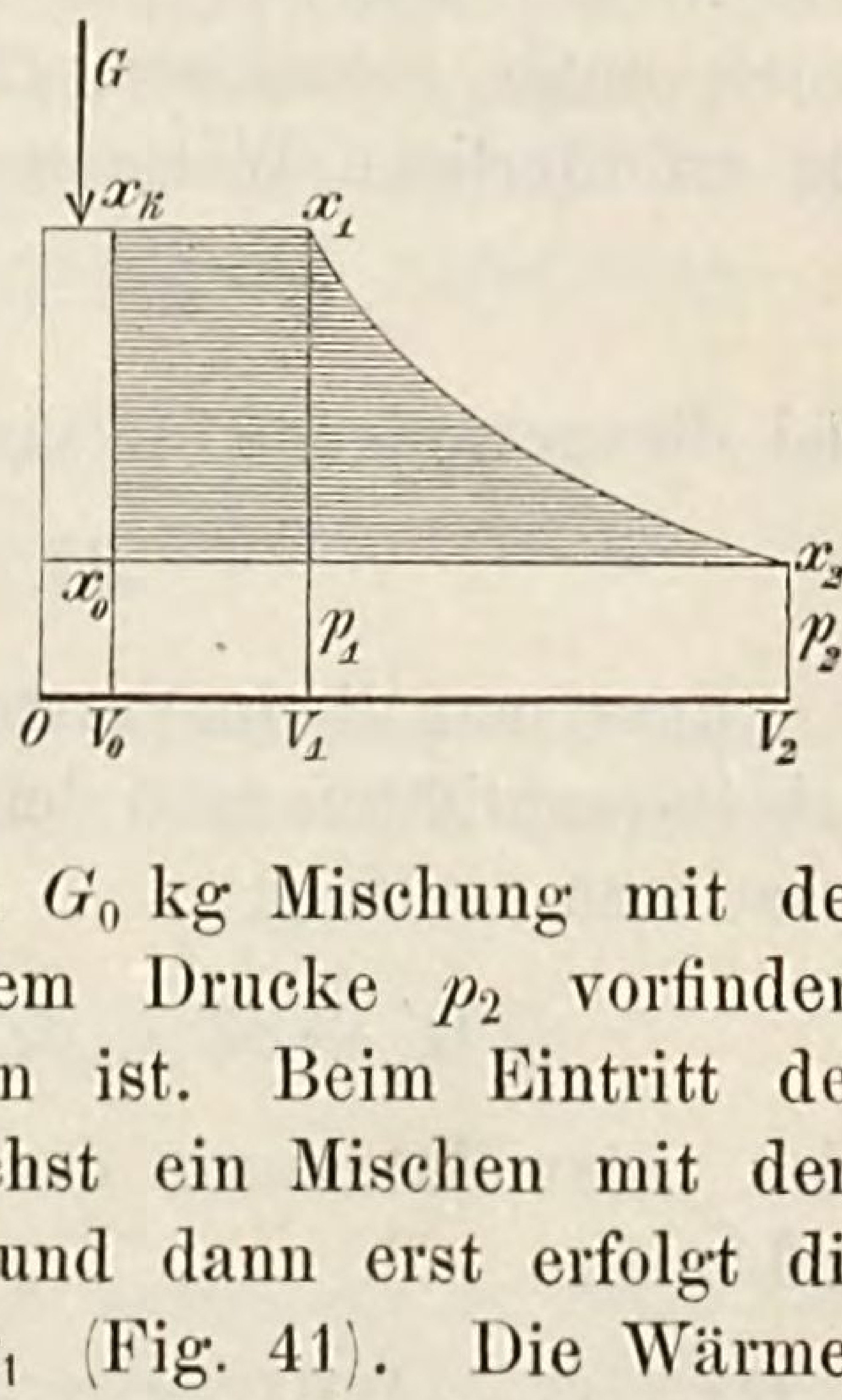
Wegen dieser Unsicherheit soll die folgende Betrachtung der Wirkung des schädlichen Raumes auch nur so weit durchgeführt werden, als es gerade erforderlich ist, die obigen Untersuchungen zu ergänzen.

Es möge vorausgesetzt werden, dass die Maschine den Process der wirklichen Maschine vollständig durchführe, dass also der Admissionsdruck mit dem Kesseldruck p_1, der Austrittsdruck p_2 mit dem äusseren Druck identisch ist, demnach vollständige Expansion vorliegt; dass fernerhin keine Compression stattfindet und der Einfluss der Cylinderwandungen auf den Dampf unberücksichtigt bleibt.

In Fig. 41 ist das entsprechende Indicatordiagramm dargestellt.

V_0 sei das Volumen des schädlichen Raumes, V_1 das Volumen, welches der Kolben während der Admission zurücklegt, also $V_0 + V_1$ das Admissionsvolumen, d. h. der Raum, welcher von der Dampf- und Flüssigkeitsmischung bei Beginn der Expansion eingenommen wird; x_1 sei die specifische Dampfmenge der Mischung in diesem Augenblicke, während für den aus dem Kessel kommenden und in den Cylinder eintretenden Dampf die specifische Dampfmenge x_k betrage und per Schub G kg Mischung eintreten.

Fig. 41.



Im schädlichen Raume sollen sich G_0 kg Mischung mit der specifischen Dampfmenge x_0 unter dem Drucke p_2 vorfinden, da Compression ausgeschlossen worden ist. Beim Eintritt des Dampfes in den Cylinder findet zunächst ein Mischen mit dem dort zurückgebliebenen Dampf statt, und dann erst erfolgt die Admissionswirkung bis zum Punkte x_1 (Fig. 41). Die Wärmemenge Q', welche hierbei dem Kessel mitzutheilen ist, beträgt

$$Q' = G x_k r_1 \tag{47}$$

und die während der Admission gewonnene Arbeit L', in Wärmeeinheiten gemessen,

$$AL' = A[(G + G_0)(x_1 u_1 + \sigma) - G_0(x_0 u_2 + \sigma)]p_1 \,. \tag{48}$$

Der hier besprochene Process ist ein nicht umkehrbarer; um die Beziehung zwischen den einzelnen Grössen vorstehender Formeln festzustellen, denke man sich jetzt die ganze Masse auf umkehrbaren Wegen in den Anfangszustand zurückgeführt und von den Sätzen in § 15 Bd. I S. 72 und insbesondere von Gl. (54) Bd. I S. 75 Gebrauch gemacht.

Man denke sich zu diesem Zwecke die Masse vom Punkte x_1 aus bei constantem Drucke p_1 comprimirt und in Wasser verwandelt, davon aber G kg in den Kessel zurückgeschoben. Die Wärmemenge Q'', welche hierbei abzuleiten ist, beträgt

$$Q'' = -(G + G_0)x_1 r_1 \, , \tag{49}$$

und die Arbeit, welche aufzuwenden ist,

$$AL'' = -A(G + G_0)x_1 p_1 u_1 - AG\sigma p_1 \, . \tag{50}$$

Im Cylinder sind G_0 kg Wasser von der Temperatur t_1 zurückgeblieben; diese sollen zunächst auf die Temperatur t_2 des schädlichen Raumes abgekühlt und dann sollen $G_0 x_0$ kg von ihnen unter constantem Druck p_2 in Dampf verwandelt werden; die erforderliche Wärmemenge Q''' beträgt

$$Q''' = -G(q_1 - q_2) + G_0 x_0 r_2 \, , \tag{51}$$

und die gewonnene Arbeit L'''

$$AL''' = AG_0 x_0 p_2 u_2 \, . \tag{52}$$

Fasst man die im Vorstehenden aufgeführten Wärmemengen und Arbeitsquantitäten nach der angezogenen Gleichung $\Sigma(Q) = \Sigma(AL)$ zusammen, so folgt

$$Q' + Q'' + Q''' = AL' + AL'' + AL''' \, ,$$

oder unter Benutzung der vorstehenden Formeln nach einfacher Reduction:

$$G r_1 (x_k - x_1) = G_0[x_1 r_1 - x_0 r_2 + q_1 - q_2 - A x_0 u_2 (p_1 - p_2)] \tag{53}$$

als erstes Ziel der vorstehenden Betrachtungen.

Bei der Bestimmung des specifischen Volumens der Gewichtseinheit Mischung aus der Formel $v = xu + \sigma$ kann man unbedenklich die Grösse σ als sehr klein vernachlässigen; man erhält daher $v = xu$ und im vorliegenden Falle

$$V_1 + V_0 = (G + G_0) x_1 u_1 \tag{54}$$

und

$$V_0 = G_0 x_0 u_2 \,. \tag{55}$$

Benutzt man diese beiden Formeln in Gl. (53), so ergiebt sich nach einigen Reductionen auch die Gleichung:

$$G x_k r_1 = V_1 \frac{r_1}{u_1} + V_0 \left[\frac{\varrho_1}{u_1} - \frac{\varrho_2}{u_2} + \frac{q_1 - q_2}{x_0 u_2} \right] . \tag{53^a}$$

Aus Gl. (53) ist ersichtlich, dass wegen des Mischens und während der Admission eine Veränderung der specifischen Dampfmenge von x_k auf x_1 stattfindet; ist kein schädlicher Raum vorhanden, also $G_0 = 0$, so liegt eine derartige Aenderung nicht vor, weil sich $x_1 = x_k$ herausstellt.

Aus Gl. (53ª) ist ferner ersichtlich, dass bei Maschinen mit schädlichem Raum der Dampfverbrauch $G x_k$ immer grösser ist, als bei Maschinen ohne einen solchen, weil hier das zweite Glied der rechten Seite der Gleichung immer positiv ausfällt. Ist bei einer gegebenen Maschine die specifische Dampfmenge x_0 im schädlichen Raum bekannt und ebenso die des Kesseldampfes (x_k), so berechnet sich aus Gl. (53ª) das Gewicht G und ebenso G_0 aus Gl. (55), worauf dann aus Gl. (54) die specifische Dampfmenge x_1 am Ende der Admission sich ergiebt*).

Zu der im Vorstehenden behandelten Frage tritt nun noch eine zweite, nämlich die nach der indicirten Arbeit der Maschine.

Unter Zugrundelegung von Fig. 41 findet sich die Admissionsarbeit L', in Wärmeeinheiten gemessen, wie oben bereits angegeben wurde,

$$A L' = A[(G + G_0)(x_1 u_1 + \sigma) - G_0 (x_0 u_2 + \sigma)] p_1 \,.$$

*) Das oben behandelte Problem habe ich allgemeiner in einem Aufsatze »Ueber die Wirkung des Drosselns und den Einfluss des schädlichen Raumes auf die bei Dampfmaschinen verbrauchte Dampfmenge« im Civilingenieur, Bd. 21. Jahrg. 1875. S. 1 behandelt und dort noch den Einfluss künstlich erzeugter Differenz zwischen Kessel- und Admissionsdruck, des Drosselns, der Untersuchung unterzogen, auch die Frage auf überhitzte Dämpfe ausgedehnt. Die Ergebnisse bieten allerdings nur theoretisches Interesse, weil der Einfluss der Cylinderwandungen, wie zunächst auch oben im Text, ausser Betracht gelassen wurde.

Die Expansionsarbeit L'' findet sich nach früher angegebenen Sätzen

$$AL'' = (G + G_0)[q_1 - q_2 + x_1\varrho_1 - x_2\varrho_2] .$$

Die Gegendruckarbeit L''' findet sich

$$AL''' = -[A(G + G_0)(x_2 u_2 + \sigma)p_2 - AG_0(x_0 u_2 + \sigma)p_2] .$$

Endlich ist die Arbeit L^{IV}, welche zur Speisung des Kessels erforderlich ist,

$$AL^{IV} = - AG\sigma(p_1 - p_2) .$$

Die Summe der vorstehenden Arbeitsquantitäten giebt nun nach einigen Reductionen die indicirte Arbeit L der Maschine unter den hier vorliegenden Voraussetzungen:

$$AL = (G + G_0)(q_1 - q_2 + x_1 r_1 - x_2 r_2) - AG_0 x_0 u_2 (p_1 - p_2) , \tag{56}$$

oder unter Benutzung von Gl. (53)

$$AL = G[q_1 - q_2 + x_k r_1 - x_2 r_2] + G_0 r_2 (x_0 - x_2) , \tag{56a}$$

wobei man noch das Product $x_2 r_2$ aus der bekannten Gleichung

$$\tau_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1}$$

ermitteln kann. Liegt kein schädlicher Raum vor, ist also $G_0 = 0$, so geht Gl. (56) in Gl. (36) S. 391 über.

Wird der Kessel mit Wasser von der Temperatur t_0 gespeist, so ist die demselben zuzuführende Wärmemenge

$$Q_1 = G(x_k r_1 + q_1 - q_0) ,$$

und daher die disponible Arbeit L_m der Maschine

$$AL_m = G\frac{(x_k r_1 + q_1 - q_0)(T_1 - T_2)}{T_1} . \tag{57}$$

Unter Benutzung der Gln. (56), (57) und (53) folgt dann, wenn die specifischen Dampfmengen x_k und x_0 als bekannt vorausgesetzt werden, der Arbeitsverlust

$$AL_m - AL ,$$

und der Effectverlust

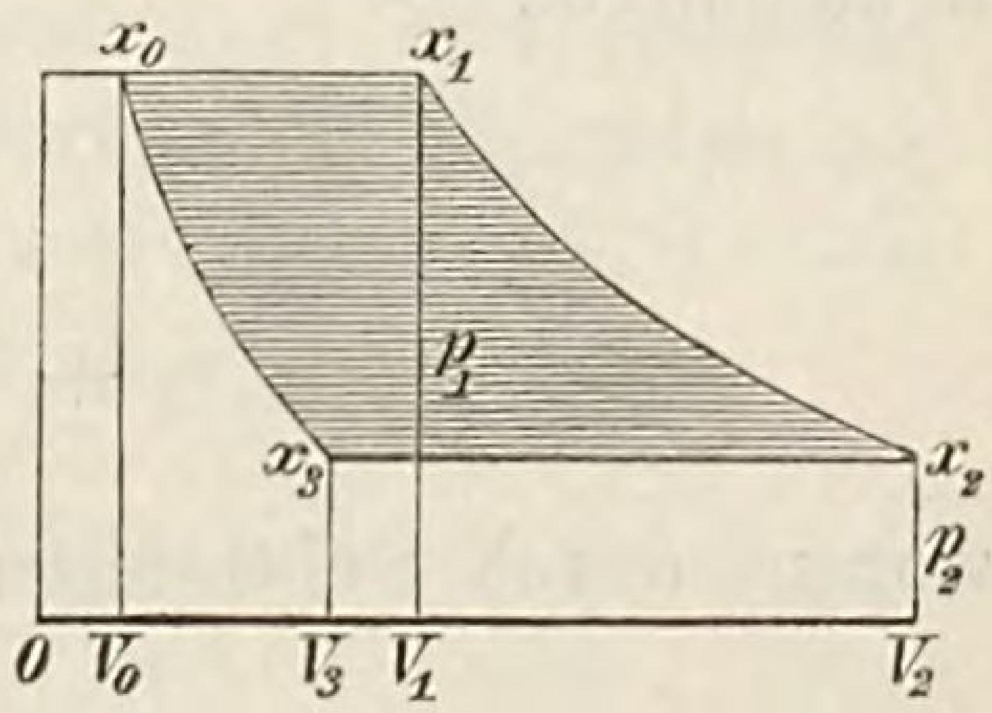
$$\zeta = \frac{L_m - L}{L_m} ,$$

welche Grössen der Unvollkommenheit des Processes der wirklichen Maschine unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Wirkung des schädlichen Raumes entsprechen; im besonderen Falle kann man dann leicht den Effectverlust ζ in zwei Theile spalten, so dass man unterscheiden kann, welcher Theil der Unvollkommenheit des Processes, und welcher der Anwesenheit des schädlichen Raumes entspringt. Die Untersuchung lässt sich dann auch auf die Ermittelung des Effectverlustes ausdehnen, welcher unvollständiger Expansion entspricht, überhaupt in der Weise erweitern, wie es in § 52 geschehen ist.

Ist die Expansion, wie es im Vorstehenden nach Fig. 41 S. 403 angenommen wurde, eine vollständige, so dürfte man wohl x_0 mit x_2 vertauschen, weil beim Austritt ein ruhiges Hinausschieben der Masse aus dem Cylinder stattfindet; bei unvollständiger Expansion dagegen ist der Austritt stürmisch, und es giebt kein Mittel, auf dem Wege der Rechnung die specifische Dampfmenge x_0 im schädlichen Raume im Momente der Absperrung zu bestimmen. Will man hierbei die Annahme machen, dass der Dampf im schädlichen Raume als trocken gesättigt, also $x_0 = 1$ vorausgesetzt werden dürfe, so lassen sich die oben entwickelten Formeln leicht zur Lösung bestimmter Zahlenbeispiele verwerthen.

Es ist nun aber von grösserer praktischer Bedeutung, den Einfluss der Compression, die im Vorstehenden ausser Acht gelassen wurde, zu untersuchen und das möge im Folgenden unter der speciellen Voraussetzung geschehen, dass die Compression eine vollständige, also der Dampfdruck im schädlichen Raume am Ende der Compression mit dem Druck p_1 des eintretenden Dampfes identisch sei; Fig. 42 zeigt das Indicatordiagramm für den vorgelegten Fall.

Fig. 42.



Ist x_0 die specifische Dampfmenge im schädlichen Raume am Ende der Compression, x_1 diejenige am Ende der Admission und x_k die des Kesseldampfes, so findet sich hier ohne Weiteres, weil während der Admission ein einfaches Mischen unter constantem Druck vorliegt:

$$(G + G_0)x_1 = Gx_k + G_0x_0\,, \qquad (58)$$

eine Gleichung, die auch auf dem S. 404 gegebenen Wege hätte abgeleitet werden können.

Die Bestimmung der indicirten Arbeit, in Wärmeeinheiten gemessen, erfolgt nun leicht wie nachstehend, wobei die bisher gebrauchte Bezeichnung, wie die in Fig. 42 gegebene benutzt wird.

Die Admissionsarbeit L' ist

$$AL' = A[(G + G_0)(x_1 u_1 + \sigma) - G_0 (x_0 u_1 + \sigma)]p_1 \,.$$

Die Expansionsarbeit L'' für vollständige Expansion ist

$$AL'' = (G + G_0)[q_1 - q_2 + x_1 \varrho_1 - x_2 \varrho_2] \,.$$

Die Gegendruckarbeit L''' auf dem Wege $x_2 x_3$ folgt

$$AL''' = A[(G + G_0)(x_2 u_2 + \sigma) - G_0 (x_3 u_2 + \sigma)]p_2 \,,$$

und die Compressionsarbeit L^{IV}

$$AL^{IV} = G_0 [q_1 - q_2 + x_0 \varrho_1 - x_3 \varrho_2] \,.$$

Hieraus ergiebt sich die indicirte Arbeit L durch

$$L = L' + L'' - L''' - L^{IV}$$

und unter Benutzung vorstehender Formeln nach einigen Reductionen

$$AL = G(q_1 - q_2 + x_1 r_1 - x_2 r_2) + G_0 [(x_1 - x_0) r_1 - (x_2 - x_3) r_2] \,, \tag{59}$$

nachdem vorher auch noch die Speisearbeit

$$AG\sigma(p_1 - p_2)$$

in Abzug gebracht worden ist; da die beiden Curven $x_1 x_2$ und $x_0 x_3$ als Adiabaten angesehen werden, so gelten die bekannten Beziehungen

$$\tau_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} = \tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1} \,,$$

$$\tau_2 + \frac{x_3 r_2}{T_2} = \tau_1 + \frac{x_0 r_1}{T_1} \,,$$

woraus durch Subtraction folgt

$$(x_2 - x_3) r_2 = (x_1 - x_0) r_1 \,, \tag{60}$$

so dass Gl. (59) in die folgende übergeht:

$$AL = G\left[\frac{x_1 r_1}{T_1}(T_1 - T_2) + q_1 - q_2 - T_2(\tau_1 - \tau_2)\right] . \tag{59a}$$

Diese Gleichung liefert ein interessantes Resultat: die Grössen, welche sich auf den schädlichen Raum beziehen, sind aus der Formel verschwunden, und die Gleichung ist identisch mit Gl. (36), welche die indicirte Arbeit einer Maschine ohne schädlichen Raum ergab. Bei diesem Vergleich wird allerdings vorausgesetzt, dass in beiden Fällen die specifische Dampfmenge x_1 am Ende der Admission dieselbe sei. Da man aber bei vollständiger Expansion $x_3 = x_2$ setzen darf, so findet sich nach Gl. (60) auch $x_0 = x_1$ und nach Gl. (58) $x_k = x_1$, die Identität der beiden angezogenen Gleichungen ist also vollständig.

Die Compression des Dampfes im Dampfmaschinencylinder bis zur Admissionspressung ist demzufolge empfehlenswerth, weil dadurch die Arbeitsverlust erzeugende Wirkung des schädlichen Raumes beseitigt wird; eine Verbesserung des Processes unserer ausgeführten Maschine, d. h. ein Näherrücken an den Process der vollkommenen Maschine wird aber damit nicht erzielt, wenn auch äusserlich das Indicatordiagramm in Fig. 42 mit dem Diagramme einer vollkommenen Maschine (vergl. Fig. 35[a], S. 366) dieselbe Form zeigt. Der Process auf der Compressionsseite des Kolbens ist in beiden Fällen wesentlich verschieden; die Untersuchung hat aber gezeigt, dass die beiden Diagramme Fig. 42 und Fig. 41, S. 403, wovon letzteres für eine Maschine ohne schädlichen Raum gültig ist, auf die gleiche indicirte Arbeit führen.

Als Abschluss der Untersuchungen mögen noch für den in Fig. 42 dargestellten Fall zwei Näherungsformeln für die indicirte Arbeit L angegeben werden, da von denselben unten Gebrauch gemacht werden wird.

Sind die beiden Adiabaten $x_1 x_2$ und $x_0 x_3$ dem Gesetze $pv^\varkappa = \text{Const.}$ unterworfen, so findet sich, wenn die Bezeichnung in Fig. 42 zu Grunde gelegt wird, nach den Sätzen auf S. 135, Bd. I die Expansionsarbeit

$$\frac{(V_1 + V_0) p_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right],$$

und die Compressionsarbeit:

$$\frac{V_0 p_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right].$$

Die Admissionsarbeit ist $V_1 p_1$ und die Gegendruckarbeit auf dem Wege $x_2 x_3$

$$(V_2 - V_3) p_2 .$$

Fasst man diese Arbeitsquantitäten in entsprechender Weise zusammen, indem man noch die Beziehungen

$$(V_1 + V_0)^\varkappa p_1 = (V_2 + V_0)^\varkappa p_2 \quad \text{und} \quad V_0^\varkappa p_1 = (V_0 + V_3)^\varkappa p_2$$

benutzt, so findet sich nach einigen Reductionen die indicirte Arbeit

$$L = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} V_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right] . \tag{61}$$

Hätte man dagegen mit Poncelet (vergl. S. 102) die Voraussetzung gemacht, dass die beiden Curven $x_1 x_2$ und $x_0 x_3$ gleichseitige Hyperbeln, also dem Gesetze $pv = \text{Const.}$ unterworfen seien, so fände sich die Expansionsarbeit

$$(V_1 + V_0) p_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p_2} .$$

Die Compressionsarbeit wäre

$$V_0 p_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p_2} ,$$

ferner die Admissionsarbeit $V_1 p_1$ und die Gegendruckarbeit $(V_2 - V_3) p_2$. Fasst man die vier Werthe zusammen unter Beachtung der Beziehungen

$$(V_1 + V_0) p_1 = (V_2 + V_0) p_2 \quad \text{und} \quad V_0 p_1 = (V_3 + V_0) p_2 ,$$

so findet sich nach einigen Reductionen die indicirte Arbeit L, welche durch die schraffirte Fläche in Fig. 42 dargestellt wird,

$$L = V_1 p_1 \operatorname{logn} \frac{p_1}{p_2} ; \tag{62}$$

welche Gleichung sich auch aus Gl. (61) unter der Annahme $\varkappa = 1$ hätte ableiten lassen.

Die beiden Formeln (61) und (62) gelten nun ebenfalls zugleich unter der Annahme, dass weder ein schädlicher Raum, noch Compression vorliegt, der Dampfaustritt also während des ganzen Kolbenweges stattfindet (vergl. Fig. 38[a] S. 392).

§ 54. Arbeitsverlust in Folge der Einwirkung der Cylinderwandungen. Calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen.

Bei allen vorstehenden Untersuchungen ist vorausgesetzt worden, dass die Wandungen des Dampfcylinders sich gegenüber den Temperaturänderungen, welchen der im Cylinder befindliche Dampf während seiner Zustandsänderungen unterworfen ist, vollständig indifferent verhalten sollten. In Wirklichkeit ist natürlich diese Annahme unzutreffend und vielmehr anzunehmen, dass zwischen Cylinderwandung und Dampf ein eigenthümlicher Wärmeaustausch vorliegen wird, in der Art, dass die Wandung dem Dampfe während gewisser Theile seiner Zustandsänderungen Wärme entziehen wird, nämlich so lange ihre Temperatur geringer, als die des Dampfes ist, und umgekehrt Wärme an den Dampf abgeben wird in denjenigen Theilen seiner Druckänderungen, in denen ihre Temperatur eine höhere ist. Ist die Maschine im Beharrungszustand, so wird innerhalb eines vollen Kolbenspieles der Ausgleich in der Art eingetreten sein, dass die Wandung die Wärmemenge, welche sie in dem einen Theile des Processes dem Dampfe entzogen hatte, im anderen Theile wieder zurückliefert, abgesehen von derjenigen Wärmemenge, welche inzwischen, durch Ausstrahlung nach aussen hin, verloren gegangen ist.

Die besprochene Einwirkung der Cylinderwandung wird im Indicatordiagramm durch veränderten Verlauf einzelner Curvenstrecken gewissermassen sichtbar zum Ausdruck gelangen, insbesondere in der Expansions- und Compressionsperiode, während welcher der Dampf abgeschlossen im Cylinder seine Zustandsänderungen durchläuft; damit ist aber auch eine Veränderung der indicirten Arbeit der Maschine verbunden, und es wird zu erwarten sein, dass gewisse Arbeits- bez. Effectverluste hervortreten, zu deren Bestimmung ein gründlicheres Studium der hierher gehörigen Fragen nöthig ist.

Das Verdienst, zuerst mit Entschiedenheit darauf hingewiesen zu haben, dass bei der speciellen Untersuchung der Dampfmaschine der Einfluss der Wandungen auf den arbeitenden Dampf nicht ausser Betracht fallen dürfe, gebührt Hirn, von welchem auch die ersten Versuche an einer grösseren Maschine ausgeführt wurden und von dem die Anregung zu einer Reihe weiterer Versuche

ausging, die unter seiner Leitung und Mitwirkung im Elsass von Hallauer, Leloutre u. A. zur Durchführung gelangten. Im »Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse« finden sich vom Jahre 1855 ab eine Reihe von Aufsätzen und Berichten über derartige Versuche, die sämmtlich das gleiche Ziel verfolgten und bei deren Berechnung nicht nur meine Formeln über den Wärmeinhalt von Dampf- und Flüssigkeitsmischungen, sondern auch meine Dampftabellen mit Vortheil Verwendung fanden.

Auf analytischem Wege die hier in Betracht stehenden Vorgänge von vorn herein zu verfolgen, ist nicht möglich, und daher war es erforderlich, die Aufgabe umzukehren und die Versuchsergebnisse in ihrem Zusammenhange zum Zwecke der Discussion durch analytische Ausdrücke deutlich vor Augen treten zu lassen; für diese Art der Untersuchungsmethode ist von Gustav Schmidt die passende Bezeichnung »calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen« eingeführt worden.

Unter Zugrundelegung der entsprechenden Sätze der Thermodynamik hat zuerst Ledoux*) die Frage berührt, ohne sich allerdings unmittelbar an die Hirn'schen Darlegungen und Versuchsergebnisse anzuschliessen; in vollständigerer Weise und durch Aufstellung gewisser analytischer Ausdrücke geschah dies zuerst von Dwelshauvers-Dery**); die betreffenden Gleichungen sind aber ihrer allgemeinen Form wegen nicht geeignet, vorhandene Versuchsergebnisse rechnungsmässig zur Aufklärung der hier auftretenden Fragen zu benutzen, sondern geben nur im Allgemeinen einen Anhalt, die complicirten Vorgänge zu verfolgen. Zum Zweck directer praktischer Verwerthung habe ich zur näheren Erläuterung des Hirn'schen Gedankenganges dann die Grundgleichungen in besonderer Form aufgestellt***) und zugleich darauf hingewiesen, dass hierbei noch einige Fragen in Betracht gezogen werden müssen, welche bis dahin bei der Berechnung der Elsasser Versuche ausser Acht gelassen wurden.

*) Ledoux, »De la condensation de la vapeur à l'intérieur des cylindres des machines«. Annales des mines 1877.

**) Dwelshauvers-Dery, »Exposé succint de la théorie pratique des moteurs à vapeurs. Revue universelle des mines. 1880.

***) Calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen. Civilingenieur Bd. 27. 1881. S. 385 und Bd. 28. 1882. S. 353.

Die von mir aufgestellten Grundgleichungen sind seitdem allgemein in Gebrauch gekommen; nur über die erwähnten Erweiterungen, von denen in der Folge die Rede sein wird, herrschen noch verschiedene Meinungen, über welche wohl erst durch weitere Versuche an ausgeführten Maschinen eine Einigung sich erzielen lassen wird.

Den folgenden Untersuchungen mag nun eine Maschine mit einem Cylinder zu Grunde gelegt und vor dem Eintreten in die Betrachtung der im Cylinder selbst stattfindenden Vorgänge, die Wärmemenge Q bestimmt werden, welche dem Dampfkessel pro Schub mitzutheilen ist. Es sei mit G das Gewicht der Mischung von Dampf und Wasser bezeichnet, welche bei jedem Kolbenschube mit der specifischen Dampfmenge x in den Cylinder eintritt und unter dem Drucke p und der zugehörigen Temperatur t im Kessel gebildet wird. Setzt man der Einfachheit wegen weiter voraus, weil damit für die folgenden Untersuchungen eine Einschränkung nicht verbunden ist, der Kessel werde mit Wasser von der Temperatur 0° gespeist, so ist die Wärmemenge Q, welche dem Kessel pro Schub zuzuführen ist,

$$Q = G(q + xr) \,. \tag{63^a}$$

Sollte bei den vorausgesetzten Versuchen sich im Dampfrohre wegen der Wärmeausstrahlung die Dampfmenge G' kg niederschlagen, so müsste dieselbe, um sie nicht besonders in Rechnung stellen zu müssen, nach aussen abgelassen und nicht wieder zum Zwecke der Speisung in den Kessel zurückgeführt werden, wie es sonst wohl geschieht. In Gl. (63ª) bezieht sich Q ausdrücklich nur auf das Dampfgemisch G, welches wirklich in den Cylinder eintritt.

Würde dagegen die Dampfmaschine mit überhitztem Dampf arbeiten und die Temperatur desselben beim Eintritte in den Cylinder mit t_x bezeichnet werden, so wäre die zur Erzeugung des Dampfes erforderliche Wärmemenge:

$$Q = G[q + r + c_p(t_x - t)] \,, \tag{63^b}$$

wo $c_p = 0{,}4805$ für Wasserdampf die specifische Wärme bei constantem Druck darstellt.

Es mag in der Folge, im einen, wie im anderen Falle, die in den Kessel einzuführende Wärmemenge einfach durch

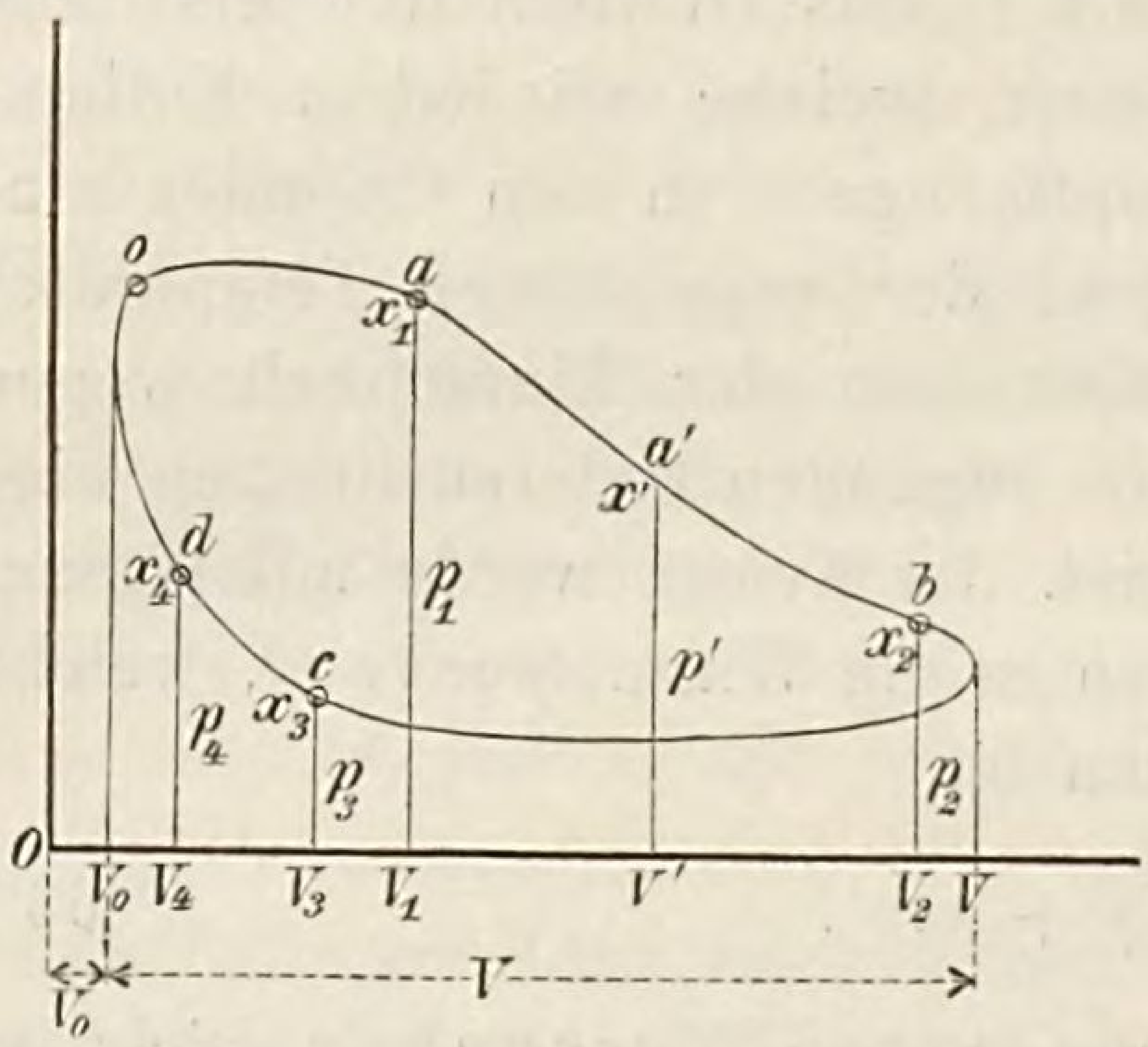
$$Q = \lambda G \tag{63}$$

bezeichnet werden, wobei die Bedeutung von λ aus dem Vergleiche mit den Gln. (63^a) und (63^b) folgt.

Nach dieser Vorbereitung kann nun zu näherer Betrachtung der Vorgänge im Innern des Dampfcylinders einer Condensationsmaschine übergegangen werden.

Fig. 43 giebt die Skizze eines mit dem Indicator gewonnenen Indicatordiagrammes.

Fig. 43.



Im Punkte a liegt das Ende der Admission, also Expansionsbeginn vor; im Punkte b das Ende der Expansion, also der Beginn des Dampfaustrittes; in diesem Augenblicke habe der Kolben im Cylinder das Volumen V_2 zurückgelegt, während das im Verlaufe der Admission zurückgelegte Volumen mit V_1 bezeichnet werden mag. Das Volumen, welches der Kolben während des gesammten Schubes zurücklegt, ist mit V bezeichnet, und da in der Figur $V_2 < V$ angenommen worden ist, so findet hier Vordampfaustritt statt.

Im Punkte c wird der Austrittskanal geschlossen und es beginnt die Compression. Auf dem Wege bc steht das Innere des Dampfcylinders fortwährend mit dem Condensator in Verbindung, während auf dem Wege cd Compression vorliegt und im Punkte d bereits die Eröffnung für den Dampfeintritt (Voreintritt) erfolgt. Der Raum, welchen der Dampfkolben vom Dampfabschlusse im Punkte c an noch bis zum Hubende zurückzulegen hat, sei mit V_3 bezeichnet, und V_4 sei der Kolbenweg vom Beginn des Vordampfeintrittes bis zum Ende des Kolbenhubes; der schädliche Raum werde mit V_0 und das Gewicht der Mischung von Dampf und Wasser, welche während der Compression auf dem Wege cd im Cylinder abgesperrt ist, mit G_0 bezeichnet.

Bei den weiteren Untersuchungen wird vorausgesetzt, dass das durch Fig. 43 dargestellte Diagramm durch bestimmte Indi-

catorversuche gegeben sei und es nun darauf ankomme, an der Hand desselben und durch entsprechende Abmessungen über den zwischen Cylinderwandungen und Dampf stattfindenden Wärmeaustausch ins Klare zu kommen.

In den vier Punkten a, b, c und d findet sich durch Abmessung der Druck bez. p_1, p_2, p_3 und p_4 und das Volumen des Dampfes in jedem der vier Punkte bez. $V_1 + V_0$, $V_2 + V_0$, $V_3 + V_0$ und $V_4 + V_0$.

Nimmt man jetzt zunächst an, der Dampf wäre während des ganzen Kreisprocesses in allen Theilen nass, und die specifische Dampfmenge in den vier Cardinalpunkten wäre bez. x_1, x_2, x_3 und x_4, so ergeben sich zunächst folgende Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} V_1 + V_0 &= (G + G_0)(x_1 u_1 + \sigma) \\ V_2 + V_0 &= (G + G_0)(x_2 u_2 + \sigma) \\ V_3 + V_0 &= G_0 (x_3 u_3 + \sigma) \\ V_4 + V_0 &= G_0 (x_4 u_4 + \sigma) \end{aligned}\right\} . \tag{64}$$

Bezeichnet man ferner mit J_1, J_2, J_3 und J_4 den Wärmeinhalt der Dampf- und Flüssigkeitsmischung in den vier Punkten, so ist nach wiederholt benutztem Satze:

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= (G + G_0)(q_1 + x_1 \varrho_1) \\ J_2 &= (G + G_0)(q_2 + x_2 \varrho_2) \\ J_3 &= G_0 (q_3 + x_3 \varrho_3) \\ J_4 &= G_0 (q_4 + x_4 \varrho_4) \end{aligned}\right\} . \tag{65}$$

Aus der Verbindung zweier zusammengehöriger Gleichungen (64) und (65) ergiebt sich auch unter Beachtung der auf S. 69 besprochenen Umformung:

$$\left.\begin{aligned} J_1 &= (G + G_0)\omega t_1 + (V_1 + V_0)\frac{\varrho_1}{u_1} \\ J_2 &= (G + G_0)\omega t_2 + (V_2 + V_0)\frac{\varrho_2}{u_2} \\ J_3 &= G_0 \omega t_3 + (V_3 + V_0)\frac{\varrho_3}{u_3} \\ J_4 &= G_0 \omega t_4 + (V_4 + V_0)\frac{\varrho_4}{u_4} \end{aligned}\right\} , \tag{65a}$$

wobei (a. a. O.) für Wasserdampf $\omega = 1$ zu setzen ist.

Endlich schreiben sich auch die Gln. (64) etwas einfacher, wenn man σ als klein vernachlässigt und das specifische Gewicht γ trocken gesättigter Dämpfe einführt:

$$\left.\begin{aligned} (G+G_0)x_1 &= (V_1+V_0)\gamma_1 \\ (G+G_0)x_2 &= (V_2+V_0)\gamma_2 \\ G_0x_3 &= (V_3+V_0)\gamma_3 \\ G_0x_4 &= (V_4+V_0)\gamma_4 \end{aligned}\right\} . \qquad (64^a)$$

Wäre dagegen der Dampf im Dampfcylinder im überhitzten Zustande, was der Fall ist, wenn in einzelnen oder in allen vier Cardinalpunkten die vorstehenden Gleichungen den unmöglichen Werth $x > 1$ ergeben, so tritt an die Stelle von x die Temperatur T.

Nach S. 238 ist die Zustandsgleichung für Wasserdampf, auf die Gewichtseinheit bezogen:

$$pv = BT - C\sqrt[4]{p},$$

wobei, wenn p in Kilogrammen auf das Quadratmeter gegeben ist, gesetzt werden soll:

$$B = 50{,}933 \quad \text{und} \quad C = 192{,}50 .$$

Der Wärmeinhalt der Gewichtseinheit überhitzten Wasserdampfes berechnete sich dagegen nach Gl. (62) S. 250 aus:

$$J = J_0 + \frac{Apv}{\varkappa - 1} \cdot$$

Schreibt man hierfür $J = \alpha + \beta pv$, wobei nach den früher (S. 250) angegebenen Werthen von J_0 und $\varkappa$ zu setzen ist $\alpha = 476{,}11$ und $\beta = 0{,}007075$, so folgt nun an Stelle der Gln. (64)

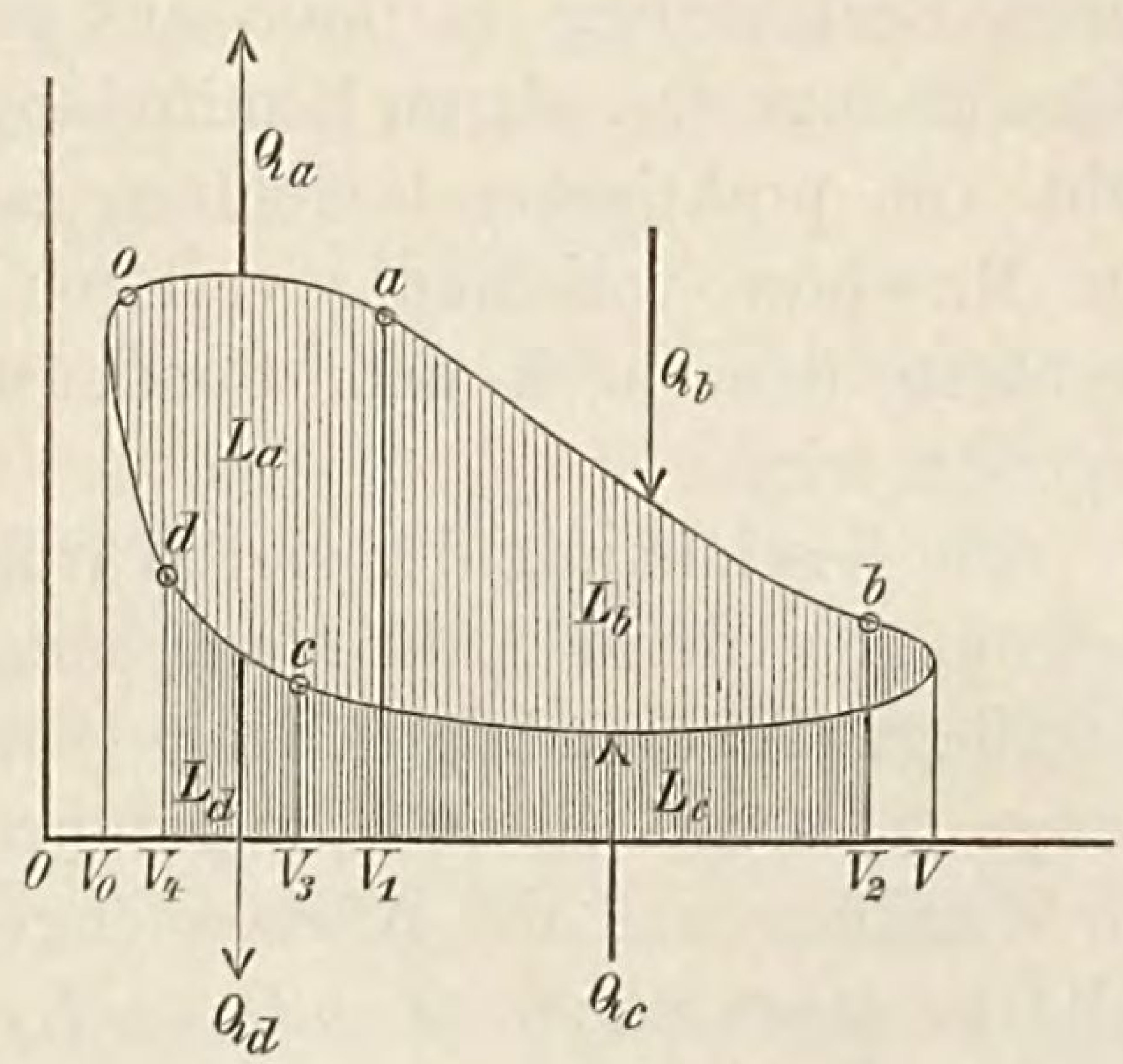
$$\left.\begin{aligned} (V_1+V_0)p_1 &= (G+G_0)\left[BT_1 - C\sqrt[4]{p_1}\right] \\ (V_2+V_0)p_2 &= (G+G_0)\left[BT_2 - C\sqrt[4]{p_2}\right] \\ (V_3+V_0)p_3 &= G_0\left[BT_3 - C\sqrt[4]{p_3}\right] \\ (V_4+V_0)p_4 &= G_0\left[BT_4 - C\sqrt[4]{p_4}\right] \end{aligned}\right\} , \qquad (66)$$

und für den Wärmeinhalt ergeben sich an Stelle der Gln. (65) oder (65^a) die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}J_1 &= \alpha(G + G_0) + \beta(V_1 + V_0)p_1 \\ J_2 &= \alpha(G + G_0) + \beta(V_2 + V_0)p_2 \\ J_3 &= \alpha G_0 + \beta(V_3 + V_0)p_3 \\ J_4 &= \alpha G_0 + \beta(V_4 + V_0)p_4\end{aligned}\right\} . \quad (67)$$

In Fig. 44 ist das Indicatordiagramm von Fig. 43 wiederholt, hier aber unter Andeutung des stattfindenden Wärmeaustausches erweitert worden. Während der Admission auf dem Wege *oa* wird eine Arbeit L_a gewonnen, welche durch die gesammte unter *oa* liegende schraffirte Fläche bestimmt ist und sich nach dem Diagramm leicht durch Planimetriren in Meterkilogrammen oder, wenn man den Werth durch 424 dividirt, in Wärmeeinheiten ausdrücken lässt. Im Weiteren sollen, um die Formeln einfacher schreiben zu können, die im Diagramm auftretenden Arbeitsquantitäten immer in Wärmeeinheiten ausgedrückt werden.

Fig. 44.



Es wird nun, so schliesst Hirn zunächst, beim Austritt aus dem Cylinder, also bei der Verbindung des Cylinderinnern mit dem Condensator auf dem Wege *bc* der Dampf wegen seiner gegeringen Temperatur die Cylinderwandung abkühlen, und diese daher insbesondere während der Admission wiederum abkühlend auf den vom Kessel kommenden Dampf einwirken; die Wärmemenge, die hierbei an die Cylinderwandung übergeht, sei mit Q_a bezeichnet; die in Fig. 44 bei Q_a angegebene Pfeilrichtung soll andeuten, dass die Wärme vom Dampfe nach der Cylinderwandung übergeht.

Bei der Expansion auf dem Wege *ab* möge die Arbeit L_b gewonnen werden; sie ist in der Figur durch die gesammte schraffirte Fläche bezeichnet, die unterhalb der Curvenstrecke *bc* liegt; hierbei wird im Allgemeinen die Wärmemenge Q_b von der

Wandung an den expandirenden Dampf abgegeben, was durch die umgekehrte Pfeilrichtung angedeutet ist.

Beim Dampfaustritt wird die Wärmemenge Q_c an den Dampf abgegeben, und die aufgewandte Arbeit, die durch die unter bc liegende engschraffirte Fläche gemessen ist, betrage L_c.

Endlich wird bei der Compression auf dem Wege cd die Arbeit L_d, welche durch die unter cd liegende eng schraffirte Fläche gemessen wird, aufgewendet und dabei eine gewisse Wärmemenge Q_d vom Dampfe an die Cylinderwandung abgegeben.

Die vier Wärmequantitäten Q_a, Q_b, Q_c und Q_d sind es, auf deren Bestimmung es hier ankommt, insbesondere ist es die Wärmemenge Q_c, deren Ermittelung, wie Hirn mit Recht hervorhebt, von praktischer Bedeutung ist; dieselbe ist für den Betrieb der Maschine vollständig verloren, weil sie von der Cylinderwandung dem nach dem Condensator austretenden Dampf mitgegeben wird.

Die Bestimmung der vier Wärmemengen erfordert vier Grundgleichungen, deren Aufstellung nun keinen Schwierigkeiten weiter unterliegt. Während der Admission wurde dem Kessel die Wärmemenge Q, vergl. Gl. (63), zugeführt, die Wärmemenge Q_a trat in die Wandung und die Wärmemenge L_a wurde in Arbeit verwandelt; es muss daher $Q - Q_a - L_a$ zur Vermehrung des Wärmeinhaltes des Dampfes im Cylinder verwendet worden sein; nun ist J_1 der Wärmeinhalt am Ende der Admission (im Punkte a), sowie J_4 beim Beginn des Dampfeintrittes (im Punkte d) und daher $J_1 - J_4$ die Vermehrung des Wärmeinhaltes; es ergiebt sich demnach als erste Hauptgleichung

$$L_a + Q_a = \lambda G + J_4 - J_1 , \qquad \text{(I)}$$

in welcher Gleichung die Glieder auf der rechten Seite durch die Gln. (63^a) bez. (63^b) und durch die entsprechenden Gleichungen (65), (65^a) oder (67) ersetzt werden können.

Während der Expansion wird die Wärmemenge L_b als Arbeit gewonnen, die Wärmemenge Q_b zugeführt, die Differenz muss daher der Abnahme $J_1 - J_2$ des Wärmeinhaltes entsprechen; man erhält also

$$L_b - Q_b = J_1 - J_2 \qquad \text{(II)}$$

als zweite Hauptgleichung.

Für die Periode des Dampfaustrittes sind die Vorgänge

im Condensator mit in Betracht zu ziehen. Es sei G_i die Kühlwassermenge in Kilogrammen pro Kolbenschub, welche mit der Temperatur t_5 herbeitritt und, wenn an einen Oberflächencondensator gedacht wird, mit der Temperatur t_6 abströmt; die Temperatur im Condensator selbst sei t_0 und daselbst am Ende die Dampf- und Wassermenge G vollständig in Wasser verwandelt.

Nun ist der Wärmeinhalt bei Beginn der Compression, d. h. am Ende des Austrittes im condensirten Wasser Gq_0, im Kühlwasser $G_i q_6$, in der im Cylinder zurückgebliebenen Masse J_3; dagegen ist der Wärmeinhalt beim Beginn des Austrittes im Kühlwasser $G_i q_5$ und in der im Cylinder enthaltenen Masse J_2. Es folgt demnach die Zunahme J' des Wärmeinhaltes

$$J' = Gq_0 + G_i(q_6 - q_5) + J_3 - J_2 \,.$$

Nun ist aber während des Austrittes die Wärmemenge Q_c der Masse mitgetheilt und die Arbeit L_c in Wärme verwandelt worden; nimmt man der Vollständigkeit wegen noch an, dass am Verbindungsrohre nach dem Condensator, am Condensator und an der Luftpumpe die Wärmemenge Q_i durch Ausstrahlung verloren geht, so folgt auch

$$J' = L_c + Q_c - Q_i \,,$$

und daher ergiebt sich durch Gleichsetzen als dritte Hauptgleichung:

$$L_c + Q_c = Gq_0 + G_i(q_6 - q_5) + J_3 - J_2 + Q_i \,. \qquad \text{(III)}$$

Würde an Stelle des Oberflächencondensators ein Einspritzcondensator vorliegen, so wäre in dieser Gleichung $q_6 = q_0$ zu substituiren.

Endlich findet man für die Periode der Compression, wie sich ohne Weiteres übersehen lässt,

$$L_d - Q_d = J_4 - J_3 \qquad \text{(IV)}$$

als vierte Hauptgleichung.

Zu den im Vorstehenden abgeleiteten Hauptgleichungen lassen sich noch zwei andere hinzufügen.

Zunächst findet sich die indicirte Arbeit L_i der Maschine, in Wärmeeinheiten gemessen,

$$L_i = L_a + L_b - L_c - L_d \,; \qquad \text{(V)}$$

und dann besteht noch zwischen den eingeführten Wärmemengen eine einfache Beziehung. Bezeichnet man mit Q_v die Wärme-

menge, welche am Dampfcylinder während eines Kolbenschubes durch Ausstrahlung verloren geht, mit Q_r die Wärmemenge, welche gleichzeitig durch die Kolbenreibung erzeugt wird, sowie endlich, die Anwesenheit eines Dampfmantels vorausgesetzt, mit Q_m die Wärmemenge, welche vom Mantel in den Cylinder tritt, so besteht im Beharrungszustand die Beziehung

$$Q_a - Q_b - Q_c + Q_d + Q_r + Q_m - Q_v = 0\,. \qquad \text{(VI)}$$

Verbindet man die ersten vier Hauptgleichungen in der Art (I + II — III — IV), so ergiebt sich auch noch unter Benutzung von (V) und (VI):

$$L_i = G(\lambda - q_0) - G_i(q_6 - q_5) + (Q_m + Q_r - Q_v - Q_i)\,, \qquad (\mathrm{V^a})$$

eine Gleichung, welche sich unmittelbar hätte hinschreiben lassen.

§ 55. Discussion der Gleichungen für den Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinderwandung.

Die im Vorstehenden entwickelten Formeln lassen sich nun unter Umständen verwerthen, um aus den an einer Dampfmaschine angestellten Versuchen den Wärmeaustausch zwischen Dampf- und Cylinderwandung zu bestimmen.

Aus den Abmessungen an der Maschine und den aufgenommenen Indicatordiagrammen bestimmen sich zunächst (vergl. Fig. 43 und 44) die Grössen:

$$V\ V_0\ V_1\ V_2\ V_3\ V_4\,.$$

Ferner ist bekannt der Kesseldruck p, und aus dem Indicatordiagramm ergeben sich in den vier Hauptpunkten die Pressungen:

$$p_1\ p_2\ p_3\ p_4\,.$$

Weiter bestimmen sich aus dem Indicatordiagramm durch Planimetriren die Grössen:

$$L_a\ L_b\ L_c\ L_d \text{ und } L_i\,.$$

Beobachtet wird ferner die Kühlwassermenge G_i am Condensator und die Speisewassermenge für den Dampfkessel, beide in Kilogrammen gemessen und auf einen Kolbenschub bezogen. Wird nun durch Ablassen in gewissen Zeiträumen die Dampfmenge G' gemessen, welche sich im Dampfrohre niederschlägt, und

ebenso, sofern der Cylinder mit einem Dampfmantel versehen ist, die Dampfmenge G_m, welche im Mantel condensirt wird, beide Werthe wieder auf den Kolbenschub bezogen, und bezeichnet G_k die Speisewassermenge, so bestimmt sich der in den obigen Formeln mit G bezeichnete Werth durch die Beziehung:

$$G = G_k - G' - G_m , \qquad (68)$$

wobei aber die aufgestellten Formeln unter der Voraussetzung gelten, dass die genannten Condensationswässer bei den Versuchen nicht in den Kessel zurückgeführt werden.

Ist q die der Kesseltemperatur entsprechende Flüssigkeitswärme, so kann man mit hinreichender Genauigkeit die Wärmemenge, welche am Dampfrohre durch Ausstrahlung verloren geht, durch $G'q$ berechnen und ebenso die Wärmemenge Q_m, welche aus dem Mantel in den Cylinder tritt, aus der Beziehung

$$Q_m = G_m q \qquad (69)$$

bestimmen, mag der Kesseldampf durch den Mantel nach dem Cylinder strömen oder sich im Mantel stagnirender Kesseldampf befinden.

Macht man nun vorübergehend die Annahme, dass das Gewicht G_0 des Gewichtes von Dampf und Wasser, welches beim Dampfabschluss, also beim Beginn der Compression (im Punkte d Fig. 44) im Cylinder enthalten ist, bekannt sei, so lassen sich aus den Gln. (64) oder (64[a]) die Grössen

$$x_1 \; x_2 \; x_3 \; x_4$$

berechnen, vorausgesetzt, dass der Dampf während des ganzen Processes im Inneren des Cylinders in allen Theilen nass ist; dann finden sich nach den Dampftabellen für die Pressungen $p_1 \; p_2 \; p_3 \; p_4$ die entsprechenden Werthe von $u_1 \; u_2 \; u_3 \; u_4$, sowie von $\varrho_1 \; \varrho_2 \; \varrho_3 \; \varrho_4$ oder auch von $\gamma_1 \; \gamma_2 \; \gamma_3 \; \gamma_4$.

Ist dagegen der Dampf in den vier Hauptpunkten oder in einzelnen derselben überhitzt, so berechnen sich die entsprechenden Temperaturen $T_1 \; T_2 \; T_3$ oder T_4 des überhitzten Dampfes nach den Gln. (66), und hierauf bestimmen sich dann im ersten Fall die Werthe der vier Wärmeinhalte $J_1 \; J_2 \; J_3$ und J_4 nach den Gln. (65) oder (65[a]), im anderen Falle nach den Gln. (67). Nun kann man an die Benutzung der vier Hauptgleichungen (I) bis

(IV) gehen und mit Hülfe derselben die Wärmemengen Q_a Q_b Q_c und Q_d ermitteln, worin ja das Hauptziel der ganzen Untersuchungen besteht.

Dabei stösst man aber, sofern die Maschine mit nassen Dämpfen arbeitet, auf eine Schwierigkeit in Betreff der Bestimmung des Werthes λ in Gl. (I), welche nach Gl. (63^a) vorzunehmen ist: die Gleichung enthält die Grösse x, für deren Beobachtung noch kein sicheres Mittel bekannt ist; man kann nur soviel behaupten, dass bei ruhig und nicht zu rasch laufenden Maschinen die specifische Dampfmenge x nur wenig kleiner als Eins sein wird.

Eine andere Schwierigkeit tritt bei der Benutzung von Gl. (III) bezüglich der Bestimmung der Wärmemenge Q_i hervor. Doch kann man letztere wohl mit hinreichender Genauigkeit aus Gl. (V^a) erhalten, wenn man die übrigen in dieser Gleichung vorkommenden Wärmequantitäten Q_m, Q_r und Q_v sich ermittelt denkt. Der Werth Q_m wäre nach Gl. (69) bestimmbar, Q_r liesse sich aus der Kolbenreibung berechnen und Q_v nach Grashof*) bei Maschinen mit Dampfmantel dadurch bestimmen, dass man beim

*) Grashof, Calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 27. 1883. S. 161.

In diesem Aufsatze bespricht Grashof meine unter dem gleichen Titel erschienene, oben citirte Abhandlung und schliesst sich in den Hauptfragen meinen Ansichten an, legt auch meine vier Hauptgleichungen in der von mir benutzten Schreibweise seinen Betrachtungen zu Grunde, doch fügt derselbe der Gl. (I) auf der rechten Seite ein Glied K hinzu, welches bei ihm ebenso in Gl. (II) mit negativem Zeichen auftritt und welches die in Wärme gemessene kinetische Energie der im Cylinder enthaltenen Masse am Ende der Admission messen soll. Ich habe gegen diesen Vorschlag Grashof's um so weniger etwas einzuwenden, als damit eben dem Einfluss der stürmischen Bewegung der Masse, auf den ich selbst zuerst hingewiesen habe, Rechnung getragen werden soll. Im Text oben habe ich aber das Glied nicht eingestellt, weil es nicht bestimmt werden kann und weil es, wie im Texte weiter unten ausgesprochen wird, wohl besser ist, die Summe beider Gleichungen (I) und (II) den Untersuchungen zu Grunde zu legen, wobei das Glied K ohnedies wieder aus den Rechnungen verschwindet.

Ausserdem betont Grashof, dass in der Hauptgleichung (III) das Glied Q_i beigefügt werden sollte, was oben im Texte auch geschehen ist, wiewohl der betreffende Werth in den meisten Fällen als sehr klein unberücksichtigt wird bleiben können.

Stillstand der Maschine den Mantelraum mit Kesseldampf füllt und nach gehöriger Durchwärmung der Cylinderwandung die Stärke der Dampfcondensation im Mantel ermittelt.

Die beiden hier näher bezeichneten Schwierigkeiten, von denen die erste ganz fortfällt, wenn man es mit überhitztem Dampf zu thun hat, erscheinen aber überwindbar; anders steht es bezüglich einer weiteren Frage.

Die oben aufgeführten Formeln enthalten fast sämmtlich die Grösse G_0, die im Vorstehenden vorläufig als bereits bekannt angesehen wurde, und welche das Gewicht des Dampfes im Cylinder am Ende des Austrittes, also beim Beginn der Compression angiebt.

Es fragt sich aber, von welcher Beschaffenheit dieser Dampf ist, d. h. welche Wassermenge ihm beigemischt, welches also die specifische Dampfmenge x_4 im Punkte d des Indicatordiagrammes Fig. 43 und 44, S. (414) und (417) ist.

Nach der vierten der Gleichungen (64) oder (64[a]) wäre mit dem Werthe x_4 sofort auch die wichtige Grösse G_0, die, wie aus den obigen Gleichungen hervorgeht, alle übrigen zu berechnenden Grössen beeinflusst, bestimmt.

Diese Frage hat zu dem, unter den Maschinen-Ingenieuren ziemlich bekannt gewordenen Meinungsaustausch zwischen Hirn und mir geführt*).

Da es bis jetzt noch nicht gelungen ist, die Grösse G_0 auf experimentellem Wege, direct oder indirect zu bestimmen, so hat man zur Hypothese gegriffen.

Hirn und seine Mitarbeiter, sowie andere Ingenieure haben ausgesprochen, dass man mit durchaus hinreichender Sicherheit die Annahme machen dürfe, der Dampf sei bei Beginn der Compression trocken gesättigt, also $x_3 = 1$ vorauszusetzen. Man schliesst, dass die gewöhnlich am Ende der Expansion vorhandene beträchtliche Wassermenge bei dem stürmischen Austritte nach dem Condensator und unter der gleichzeitigen Wärmemittheilung Q_c von Seiten der Cylinderwandung nach vorheriger theilweiser Verdampfung vollständig nach dem Condensator mitgerissen wird.

*) Revue universelle des mines 1882. 2e série t. 11 p. 15 und 1883. 2e série t. 13 p. 1.

Es lässt sich nicht leugnen, dass dieser Fall möglich und denkbar ist, insbesondere dann, wenn der Enddruck der Expansion beträchtlich grösser ist, als der Dampfdruck im Cylinder während des Austrittes, wie das in der That bei den Versuchen an der Hirn'schen Maschine, die weitere Erwähnung finden werden, der Fall war.

Andererseits darf aber auch der Annahme nicht widersprochen werden, dass (es wird immer an Maschinen mit einem Cylinder gedacht) beim Beginn der Compression der abgesperrte Dampf mit Wasser gemischt, also $x_3 < 1$ erscheinen kann.

Unter Voraussetzung derartig nassen Dampfes ergiebt sich dann nach der vierten der Gln. (64) oder (64[a]) ein grösserer Werth von G_0 und nach den Hauptgleichungen (I) bis (IV) hiernach für jede der Wärmemengen Q_a Q_b Q_c und Q_d ein anderer Werth; ja es ist selbst die Möglichkeit nicht ausgeschlossen, dass unter Umständen bei gewissen Maschinen die specifische Dampfmenge x_3 beträchtlich kleiner als die Einheit, also die Dampfnässe bedeutend sein kann.

Wie erwähnt können über diese Fragen nur weitere sorgfältige Untersuchungen an Dampfmaschinen die Entscheidung herbeiführen; im Allgemeinen könnte man, wie ich a. a. O. (vergl. Anmerkung auf S. 78) hervorgehoben habe, einen Schluss auf die grössere oder geringere Dampfnässe aus dem Verlaufe der Compressionscurve ziehen; bei grosser Dampfnässe steigt die Compressionscurve weniger rasch auf, wie bei geringerem Wassergehalt. (Vergl. das Beispiel auf S. 78.)

Endlich ist noch auf eine Frage hinzuweisen, die bereits auf S. 95 berührt worden ist. Wegen der stürmischen Bewegung des Dampfes im Cylinder während der Admission und im ersten Theile der Expansion kann die vom Indicator angezeigte Druckcurve nicht als eine Gleichgewichtsdruckcurve angesehen werden; es liegt daher in der Abmessung des Druckes p_1 am Ende der Admission, im Punkte a Fig. 43 S. 414, insofern eine Unsicherheit vor, als der dem Gleichgewicht entsprechende Druck, welchem die Werthe u_1 γ_1 t_1 u. s. w. entsprechen, in Wirklichkeit grösser ist. Legt man daher die Abmessung von p_1 zu Grunde, so giebt die erste der Gln. (64[a]) den Werth von x_1 etwas zu klein; das Gleiche folgt dann auch für J_1 nach der ersten der Gln. (65), wonach dann nach Gl. (I) und (II) die Wärmemengen Q_a und Q_b

etwas grösser hervortreten werden, als sie wirklich sind; ihre Differenz wird aber, da am Ende der Expansion der Druck p_2 als Gleichgewichtsdruck angenommen werden kann, durch die unsichere Abmessung von p_1 nicht berührt und ebenso alles nicht, was sich aus den Gleichungen (III), (IV), (V) und (VI) ableiten lässt. Es wäre daher überhaupt zweckmässiger, die Gln. (I) und (II) nicht gesondert, sondern in ihrer Summe in Rechnung zu stellen, da hierdurch die unsichere Grösse J_1 eliminirt wird: man erhält:

$$L_a + L_b + Q_a - Q_b = \lambda G + J_4 - J_2 ,$$

woraus sich dann die Wärmemenge $Q_a - Q_b$ bestimmt, die im Verlaufe der Admission und Expansion an die Cylinderwandung abgegeben wird.

Was nun die bis jetzt bekannten Versuche betrifft, welche eine Verwerthung der vorstehenden Entwickelungen zulassen, so stehen ihrer Vollständigkeit wegen allen voran die Versuche, welche Hirn an seiner Maschine in Logelbach bei Colmar ausgeführt hat. Die Maschine ist eine Balancier-Maschine ohne Dampfmantel mit Schiebersteuerung; sie besitzt vier Schieber, zwei für den Dampfeintritt und zwei für den Dampfaustritt; der Kesseldampf kann bei derselben direct oder durch einen Ueberhitzer nach dem Cylinder geführt werden. Der Cylinderdurchmesser wird zu 0,605 m und der Kolbenhub zu 1,702 m angegeben; bei normalem Betrieb macht die Maschine 30 Umdrehungen in der Minute.

Mit der Maschine sind im Ganzen acht Versuche gemacht worden; zwei davon im Jahre 1873 am 18. und am 28. November und die anderen im Jahre 1875 am 26. und 27. August; am 7., 8. und 29. September und am 28. October.

Von den acht Versuchen sind sieben unter Anwendung von Condensation bei verschiedener Expansion, hiervon wieder fünf Versuche mit überhitzten Dämpfen und nur zwei mit gesättigten (nassen) Dämpfen ausgeführt worden; der achte Versuch wurde mit überhitztem Dampf, aber ohne Condensation angestellt.

Ueber diese Versuche berichtet zuerst 1877 Hallauer*),

*) Hallauer, »Expériences sur les moteurs à vapeur«. Bulletin de la société industrielle de Mulhouse. 1877. t. 47.

sehr ausführlich aber in neuester Zeit unter Angabe wesentlicher Vervollständigungen Dwelshauvers-Dery*). Die Berichte über später von Anderen, z. Th. in England ausgeführte Versuche sind nicht vollständig genug, um ein Nachrechnen zu ermöglichen; in dieser Beziehung macht nur noch der Bericht eine Ausnahme, welchen Delafond**) über seine Versuche an einer Corlissmaschine erstattet hat. Diese mit grosser Sachkenntniss ausgeführten und der Discussion unterzogenen Versuche wurden an einer für derartige Versuche besonders angeordneten Maschine bei verschiedenen Kesselpressungen und verschiedener Expansion, sowohl mit und ohne Condensation, als auch mit und ohne Dampfmantel ausgeführt; leider war aber Delafond nicht in der Lage, die Kühlwassermenge am Condensator zu beobachten, sodass dessen Versuche im Sinne der obigen Untersuchungen keine Verwerthung finden können.

Zur Erläuterung der vorstehenden Untersuchungen möge nun der Hirn'sche Versuch vom 27. August 1875 nähere Betrachtung finden, der Versuch, den ich schon früher (vergl. Anmerkung S. 412) behandelt habe und welchen dann auch Grashof (Anmerkung S. 422) als Beispiel durchrechnet; ebenso findet sich neuerdings der Versuch auch bei Dwelshauvers-Dery*), der alle acht Versuche der Untersuchung unterzieht, behandelt.

Beispiel. Hirn's Maschine ohne Dampfmantel; Druck im Kessel $p = 48075$ kg, Temperatur $t = 150°$. Der Arbeitsdampf war überhitzt und hatte die Temperatur $t_x = 223°$.

Es lag ein Einspritzcondensator vor, das Dampfgewicht pro Schub betrug $G = 0{,}2822$ kg; die Einspritzwassermenge $G_i = 8{,}5983$ kg, die Anfangstemperatur desselben $t_5 = 16{,}°5$, die Endtemperatur, die hier mit der Condensatortemperatur identisch ist, $t_6 = t_0 = 35{,}°26$, wonach $q_5 = 16{,}51$ Cal. und $q_6 = q_0 = 35{,}30$ Cal.

Nach Gl. (63^b) findet sich dann $\lambda = 687{,}29$ Cal. und daher die zur Erzeugung des Dampfes erforderliche Wärmemenge:

$$Q = 687{,}29 \cdot G = 193{,}95 \text{ Cal.}$$

Die Wärmemenge, welche das Einspritzwasser aufnimmt, ist:

$$G_i(q_0 - q_5) = 161{,}56\ .$$

*) Dwelshauvers-Dery, »Méthode nouvelle pour représenter l'échange de chaleur entre le métal et la vapeur.« Bulletin de Mulhouse. 1888.

**) Delafond, Essais effectués sur une machine Corliss aux usines du Creuzot. Annales des mines 1884.

Nun wird von Hallauer und Dwelshauvers-Dery angegeben:

$$V_0 + V_1 = 0{,}2224 \text{ cbm}; \; V_0 + V_2 = V_0 + V = 0{,}4900 \text{ cbm};$$
$$V_0 + V_3 = 0{,}0400 \text{ cbm}; \; V_0 + V_4 = V_0 = 0{,}0050 \text{ cbm},$$

wonach bei dieser Maschine näherungsweise weder Voreintritt, noch Voraustritt des Dampfes vorhanden war.

Die Dampfdrucke in den vier Hauptpunkten (Fig. 43) wurden dem Indicatordiagramm entnommen

$$p_1 = 23\,070 \text{ kg}; \; p_2 = 8417 \text{ kg}; \; p_3 = 1447 \text{ kg}; \; p_4 = 5787 \text{ kg}.$$

Diesen Werthen entsprechen nach den Dampftabellen 11 und 12 im Anhange, vorausgesetzt, dass in allen vier Punkten nasser Dampf vorliegt, die Werthe:

$$q_1 = 125{,}00; \; q_2 = 94{,}79; \; q_3 = 52{,}96; \; q_4 = 84{,}80 \text{ Cal.}$$
$$\varrho_1 = 477{,}22; \; \varrho_2 = 500{,}76; \; \varrho_3 = 533{,}59; \; \varrho_4 = 508{,}58 \text{ Cal.}$$
$$\gamma_1 = 1{,}2900; \; \gamma_2 = 0{,}4996; \; \gamma_3 = 0{,}0945; \; \gamma_4 = 0{,}3507 \text{ kg}.$$

Weiter endlich sind dem Indicatordiagramm folgende Arbeitsquantitäten, in Wärmeeinheiten gemessen, entnommen worden:

$$L_a = 14{,}79 \text{ Cal.}; \; L_b = 9{,}24 \text{ Cal.}; \; L_c = 1{,}97 \text{ Cal.}; \; L_d = 0{,}20 \text{ Cal.},$$

woraus nach Gl. (V) die indicirte Arbeit folgt:

$$L_i = 21{,}86 \text{ Cal.},$$

und aus Gl. (V^a)

$$Q_i + Q_v - Q_r - Q_m = 0{,}57 \text{ Cal.}$$

Da kein Dampfmantel vorliegt, so ist $Q_m = 0$; schätzt man ferner, wie Grashof (a. a. O.), $Q_r = 0{,}22$ Cal. und $Q_v = 0{,}75$ Cal., so wäre:

$$Q_i = 0{,}04 \text{ Cal.},$$

also, wenigstens im vorliegenden Falle, sehr klein.

Aus den Gln. (64^a) folgt jetzt weiter

$$\begin{aligned} (G + G_0)x_1 &= 0{,}2869 \text{ kg}; \; (G + G_0)x_2 = 0{,}2448 \text{ kg}; \\ G_0 x_3 &= 0{,}0038 \text{ kg}; \; G_0 x_4 = 0{,}0018 \text{ kg}. \end{aligned} \qquad (\alpha)$$

Diese Gleichungen liefern nun schon ein bemerkenswerthes Resultat. Will man wirklich die Annahme machen, dass am Ende des Dampfaustrittes gerade trocken gesättigter Dampf vorhanden wäre, so ist $x_3 = 1$, daher nach der dritten der vorstehenden Gleichungen $G_0 = 0{,}0038$, also $G + G_0 = 0{,}2860$, wonach nach der ersten der Gleichungen (α) schon $x_1 > 1$ folgt, also der Dampf am Ende der Admission noch überhitzt ist, wenn auch im vorliegenden Falle zufällig in sehr geringem Maasse. Noch stärkere Ueberhitzung läge vor, wenn man den Dampf am Ende der Compression trocken gesättigt voraussetzen, also $x_4 = 1$ setzen würde; man müsste dann zur weiteren Verfolgung der Aufgabe zu einzelnen der unter (66) und (67) gegebenen Gleichungen greifen.

Hält man aber an der gemachten Voraussetzung fest, dass in keinem der vier Hauptpunkte des Indicatordiagramms der Dampf überhitzt ist,

so wäre als Grenzfall derjenige anzusehen, bei welchem $x_1 = 1$, also $G + G_0 = 0{,}2869$ kg und $G_0 = 0{,}0047$ kg anzunehmen wäre. Man erhält dann aus den Gln. (α)

$$x_1 = 1\,; \quad x_2 = 0{,}853\,; \quad x_3 = 0{,}808\,; \quad x_4 = 0{,}383\,,$$

und dann berechnet sich nach Gln. (65), sowie nach den Hauptgleichungen (I) bis (IV)

$$J_1 = 172{,}78\,; \quad J_2 = 149{,}78\,; \quad J_3 = 2{,}28\,; \quad J_4 = 1{,}31\,;$$
$$Q_a = 7{,}69\,; \quad Q_b = -13{,}76\,; \quad Q_c = 22{,}09\,; \quad Q_d = 1{,}17\,.$$

Wollte man dagegen, eine Annahme, die durchaus im Bereiche der Möglichkeit liegt, $x_3 = 0{,}1$ annehmen, so wäre $G_0 = 0{,}0380$ kg und $G + G_0 = 0{,}3202$ kg, dann findet sich nach den Gln. (α)

$$x_1 = 0{,}896\,; \quad x_2 = 0{,}765\,; \quad x_3 = 0{,}100\,; \quad x_4 = 0{,}047$$

und dann weiter:

$$J_1 = 176{,}94\,; \quad J_2 = 152{,}94\,; \quad J_3 = 4{,}04\,; \quad J_4 = 4{,}14 \text{ Cal.}$$
$$Q_a = 6{,}38\,; \quad Q_b = -14{,}75\,; \quad Q_c = 20{,}70\,; \quad Q_d = 0{,}10\,.$$

Der Umstand, dass in beiden Fällen Q_b negativ erscheint, zeigt, dass bei dieser Maschine nicht blos während der Admission, sondern auch, im Ganzen genommen, während der Expansion Wärme vom Dampfe an die Cylinderwandung abgegeben wird. Die Wärmemenge Q_c, welche nach dem Condensator entweicht, erscheint sehr beträchtlich; da sich nach obigen Rechnungen die ganze Wärmemenge, welche pro Schub zur Dampfbildung verwandt wird, zu $Q = 193{,}95$ Cal. ergab, so folgt nach den vorstehenden beiden Annahmen:

$$\frac{Q_c}{Q} = 0{,}114 \quad \text{bez.} \quad 0{,}107\,,$$

und dieser Werth wird nahezu dem Effectverlust entsprechen, der dadurch hervorgerufen wird, dass beim Dampfaustritt das Innere des Cylinders direct mit dem Condensatorraume in Verbindung gesetzt wird.

Aus den Rechnungsresultaten des vorstehenden Beispieles dürfte denn doch wohl hervorgehen, dass in der Unbestimmtheit des Werthes G_0 noch eine bedauerliche Unsicherheit in der ganzen hier behandelten Frage vorliegt, und dass man je nach der Annahme bezüglich des Werthes x_3 verschiedene Werthe für die Wärmemengen enthält, die einen Einblick in den Wärmeaustausch zwischen Dampf und Wandung gestatten sollen. Es ist doch wohl bedenklich, die Hypothese $x_3 = 1$, d. h. dass der Dampf im Cylinder beim Beginn der Compression jederzeit gerade trocken gesättigt sein soll, für alle Condensationsmaschinen mit einem Cylinder als allgemein gültig hinzustellen.

Man hat in neuerer Zeit die unter Zugrundelegung dieser Hypothese berechneten Austausch-Wärmemengen im Indicatordiagramme

dadurch graphisch vor Augen geführt, dass man die in Arbeitseinheiten ausgedrückten Wärmemengen durch Rechteckflächen darstellte, deren Basis den entsprechenden Kolbenweg repräsentirt.

Bedeuten h_a h_b h_c und h_d die Höhen dieser Rechtecke, so wären dieselben aus den Formeln

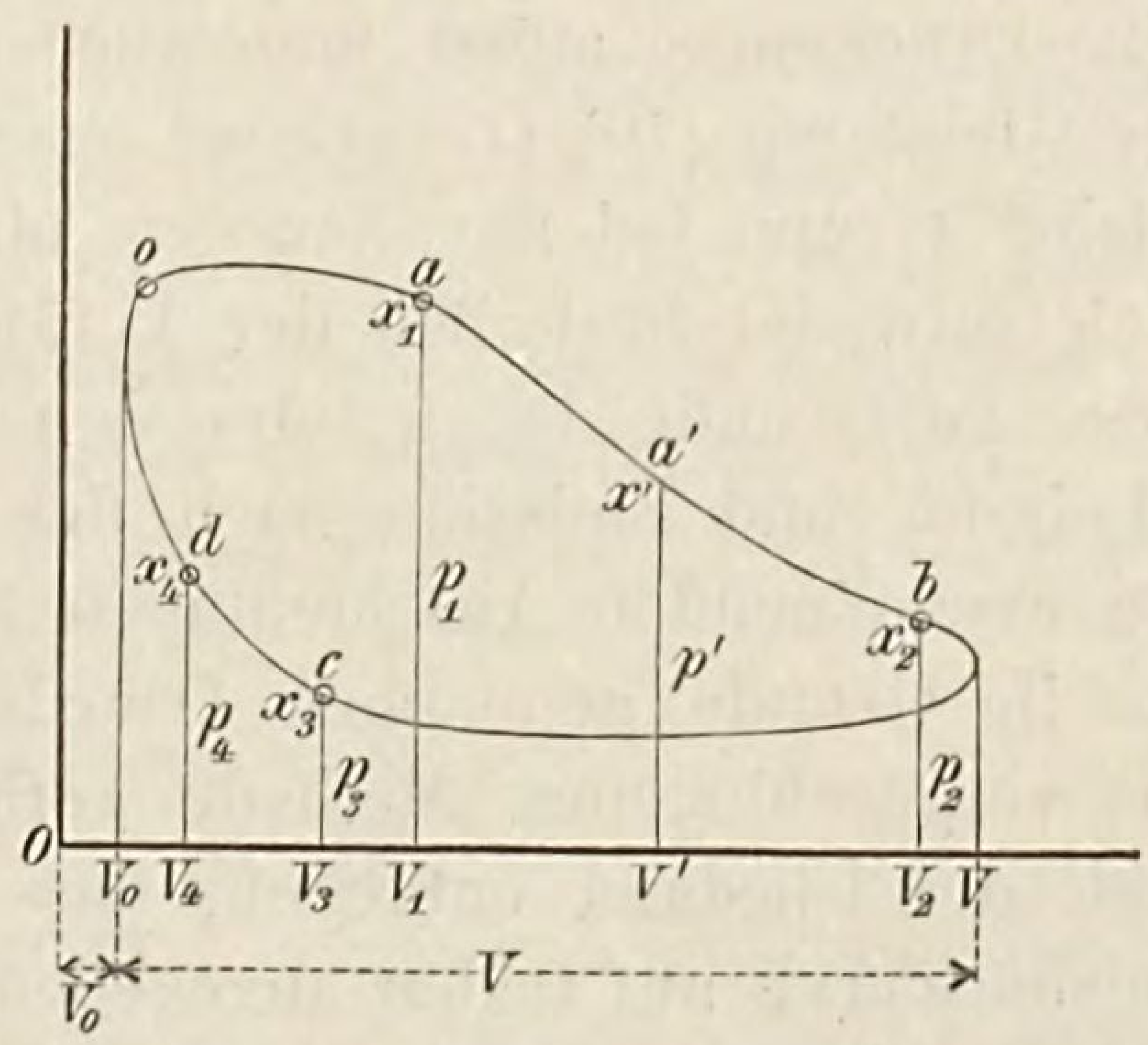
$$V_1 h_a = 424\, Q_a\,; \quad (V_2 - V_1) h_b = 424\, Q_b\,;$$
$$(V_1 - V_3) h_c = 424\, Q_c \quad \text{und} \quad (V_3 - V_4) h_d = 424\, Q_d$$

zu berechnen und in das Diagramm mit Rücksicht auf ihr Vorzeichen einzutragen, ein Verfahren, welches hier nicht weiter verfolgt werden soll.

Ausführlicher ist auf diese Frage Dwelshauvers-Dery (vergl. Anmerkung S. 426) eingegangen, welcher durch Zeichnung besonderer Curven zugleich den Gang der Wärmeübertragung vorzuführen suchte und damit neben dem Indicatordiagramm (Diagramme des pressions) noch ein Wärmeaustausch-Diagramm (Diagramme des échanges) construirt.

Die betreffende Darstellung ist aber sehr umständlich und viel besser zu ersetzen durch die Darstellungsmethode, die oben als Abbildung der Druckcurven mehrfach vorgeführt worden ist. Es sei daher hier einfach auf die Abhandlung von Dwelshauvers-Dery verwiesen, in welcher übrigens das Verfahren auf sämmtliche acht Versuche Hirn's angewendet wird; dagegen möge in der Kürze angegeben werden, in welcher Weise zu gleichem Zwecke die Methode der Abbildung verwerthet werden kann.

Fig. 45.



Betrachtet man zunächst speciell die Expansionscurve ab des Indicatordiagrammes in Fig. 45, so lässt sich durch die Abbildung dieser Curve der Wärmeaustausch zwischen Cylinderwandung und Dampf im Verlaufe der Expansion vor Augen führen.

Ist für irgend einen Punkt a' dieser Curve dem Indicator-

diagramm der zugehörige Kolbenweg V' und der Dampfdruck p' entnommen worden, so finden sich nach den Dampftabellen für den letzten Werth die zugehörigen Grössen t' u' ϱ' und γ', sowie τ' und r'.

Für den betreffenden Punkt a' ermittelt sich daher die specifische Dampfmenge x' aus der Gleichung

$$(G + G_0)x' = (V' + V_0)\gamma' \tag{70}$$

und nach den auf S. 54 besprochenen Sätzen das zugehörige Wärmegewicht P' durch die Gleichung

$$AP' = (G + G_0)\left(\tau' + \frac{x'r'}{T'}\right). \tag{71}$$

Bestimmt man nun für eine Reihe von Punkten der Expansionscurve den Werth P' und trägt man diesen als Abscisse und die zugehörige absolute Temperatur T' als Ordinate auf, so ergiebt der durch die gewonnenen Punkte gehende Curvenzug die Abbildung der Expansionscurve, und die unter dem Curvenzuge liegenden Flächenstreifen geben dann ohne Weiteres, wie auf S. 55 erläutert worden ist, das Gesetz der Veränderung des Wärmeaustausches an, wobei auch noch die Richtung des Curvenzuges in den einzelnen Theilen erkennen lässt, ob die Wärme von der Wandung zum Dampfe oder umgekehrt strömt.

Auf demselben Wege liesse sich die Compressionscurve abbilden; bei der Feststellung der Abbildung der Admissions- und Austritts-Druckcurve stösst man aber auf die Schwierigkeit, dass in der Gleichung (70) G variabel erscheint; bei der ersteren Curve wächst G und bei der anderen nimmt es ab; man müsste demnach entweder bezüglich der Veränderung eine bestimmte Hypothese zu Grunde legen oder den Curvenzug der Abbildung für Admission und Emission nach den als wahrscheinlich und möglich erscheinenden Anschauungen mit freier Hand zeichnen, wie das im Grunde genommen Dwelshauvers-Dery bei der von ihm vorgeschlagenen Methode gethan hat. Dem allen tritt aber noch der Umstand entgegen, dass die Admissions- wie die Expansionscurve auf früher angegebenen Theilen ihres Verlaufs nicht als umkehrbare Druckcurven anzusehen sind. Es soll daher hier auch von einer weiteren Verfolgung der Frage abgesehen werden.

Dagegen giebt die dritte Hauptgleichung (III) S. 419 noch zu einer Bemerkung Anlass. Substituirt man in derselben für J_2 und J_3 die unter (65) gegebenen Formeln, so folgt

$$L_c + Q_c = G q_0 + G_i (q_6 - q_5) - (G + G_0)(q_2 + x_2 \varrho_2) + G_0 (q_3 + x_3 \varrho_3) + Q_i.$$

Nimmt man an, dass der Dampfaustritt unter dem mittleren constanten Druck p_3 stattfindet, so schreibt sich

$$L_c = (G + G_0) A p_3 x_2 u_2 - G_0 A p_3 x_3 u_3 ,$$

und daher ergiebt sich aus der vorhergehenden Gleichung:

$$G_i (q_6 - q_5) = (G + G_0)[q_2 + x_2 (\varrho_2 + A p_3 u_2)] - G q_0 - G_0 (q_3 + x_3 r_3) + Q_c - Q_i ,$$

woraus sich die Kühlwassermenge G_i für den Condensator berechnen liesse; nun kann man aber für diesen Zweck $G_0 = 0$ und $Q_i = 0$ setzen; man erhält daher

$$G_i (q_6 - q_5) = G [q_2 - q_0 + x_2 (\varrho_2 + A p_3 u_2)] + Q_c . \qquad (72)$$

Vergleicht man diese Formel mit Gl. (33), welche auf S. 122 für den Oberflächencondensator und mit Gl. (39), welche auf S. 125 für den Einspritzcondensator gegeben wurde, so findet sich, dass im vorstehenden Falle auf der rechten Seite der Gleichung noch die Wärmemenge Q_c hinzugetreten ist, im übrigen aber die Identität hervortritt, wenn man nur beachtet, dass in den vorstehenden Entwickelungen für dieselben Grössen andere Indices gewählt worden sind.

Dass man bei der Berechnung der Kühlwassermenge den Werth Q_c in Rechnung stellen müsse, hat in neuerer Zeit Dwelshauvers-Dery betont*); freilich setzt dies das Bekanntsein von Q_c voraus; zu diesem Zwecke nimmt Dwelshauvers-Dery an, dass $A p_3 u_2$ vernachlässigt werden könne, dass beim Austritt unter allen Umständen die Wärmemenge Q_c gerade hinreiche, die am Ende der Expansion vorhandene Wassermenge $G(1 - x_2)$ vollständig zu verdampfen, und dass $Q_c = G(1 - x_2)\varrho_2$ gesetzt werden dürfe; aus Gl. (72) folgt dann

$$G_i (q_6 - q_5) = G (q_2 + \varrho_2 - q_0) ,$$

eine Gleichung, welche für den praktischen Gebrauch vorgeschlagen wird und die dem Bau nach mit den zu gleichem Zwecke auf S. 122 und S. 125 vorgeschlagenen Formeln übereinstimmt.

*) Dwelhauvers-Dery, Note sur la théorie des condenseurs. Revue universelle des mines. 1889. t. V, 3e série. p. 225.

Die Darlegungen des ganzen vorstehenden Abschnittes, der von der calorimetrischen Untersuchung der Dampfmaschinen mit einem Cylinder handelte, haben gezeigt, dass die schliessliche Entscheidung über gewisse Zweifelspunkte noch durch weitere Versuche gehoben werden muss; von Wichtigkeit wird auch noch die Anwendung der Methode auf Maschinen mit mehreren Cylindern sein, wobei besonders die Wirksamkeit der Cylinder- und Receiver-Heizung ins Klare gesetzt werden wird.

Die oben entwickelten Grundgleichungen lassen sich leicht auf Maschinen mit mehreren Cylindern übertragen; die weitere Verfolgung der Frage würde aber zu weit vom Ziele dieses Buches abführen.

Der grosse Fortschritt im heutigen Dampfmaschinenbau der Zwei- und Dreicylinder-Maschine liegt in der Anwendung hohen Dampfdruckes, weitgehender Expansion, ausgedehnter Mantelheizung und darin, dass das Innere des Hochdruckcylinders beim Austritt des Dampfes nicht mehr mit dem Condensatorinnern in directe Verbindung gebracht wird.

§ 56. Zur Theorie feuerloser Dampfmaschinen.

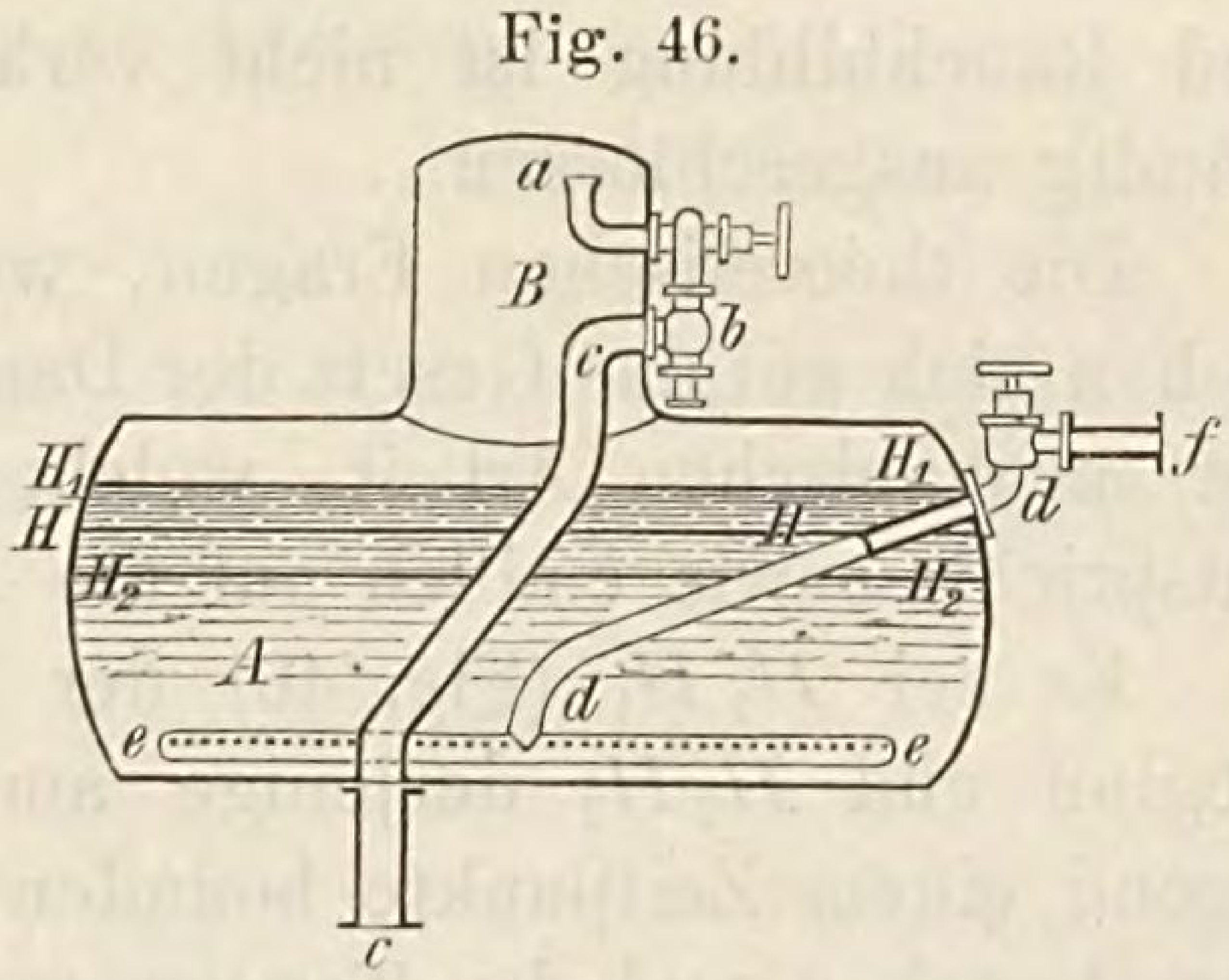
Denkt man sich ein Gefäss, z. B. einen auf einem Wagen ruhenden Dampfkessel ohne Heizanlage, mit Wasser und Dampf unter höherem Druck bei der entsprechenden Temperatur gefüllt und lässt man den Dampf durch eine im Dampfraume befindliche Mündung ausströmen nach einem Raum hin, in welchem niedriger Druck herrscht, so wird sich der Kessel allmählich zum Theil entleeren, bis am Ende im Kessel und in der Vorlage der gleiche Druck eingetreten ist. Das Wasser verdampft unter dem Einflusse der beim Ausströmen eintretenden Verminderung des Druckes auf den Wasserspiegel, und die zur Dampfbildung erforderliche Wärmemenge liefert das überhitzte Wasser, dessen Temperatur mit dem sinkenden Dampfdruck abnimmt.

Ist der Kessel gross genug und anfänglich mit einer hinreichend grossen Wassermenge gefüllt, so kann man auf längere Zeit den erzeugten Dampf zum Betrieb einer Dampfmaschine, die sich auf demselben Wagen befindet, benutzen und erhält so eine feuerlose Locomotive, — oder, wenn der Kessel sich auf einem Schiffe befindet, eine feuerlose Schiffsmaschine.

Haben Druck und Temperatur im Kessel die untere Grenze erreicht, so ist ein gewisses Gewicht von Wasser und Dampf zurückgeblieben, und der Kessel ist von Neuem mit hocherhitztem Wasser der Anfangstemperatur zu füllen, um ihn wieder betriebsfähig zu machen.

Dieses Füllen geschieht an besonderen Füllstationen vom stationären Dampfkessel aus, in welchem durch die gewöhnliche Heizung der hochgespannte Dampf mit dem hocherhitzten Wasser vorbereitet wird. Man lässt nun entweder das heisse Wasser zum Zwecke der Füllung nach dem herbeigeführten Kessel durch ein Verbindungsrohr einströmen, oder man führt, wie es zur Vermeidung von Wärmeverlusten vortheilhafter ist, den Dampf aus dem stationären Kessel nach dem Locomotivkessel, wo derselbe bei seinem Eintritt in das dort zurückgebliebene Wasser von niedriger Temperatur condensirt wird, bis endlich in beiden Kesseln nahezu gleicher Druck eingetreten und das bei der vorhergehenden Fahrt verbrauchte Wasser wieder ersetzt ist, die neue Fahrt also beginnen kann.

Fig. 46.



Den Dampf aus einem feuerlosen Kessel in der bemerkten Weise nutzbar zu machen, hat zuerst Perkins (1823) beabsichtigt, doch hat viel später erst der Amerikaner Dr. Lamm den Gedanken aufgenommen und praktisch zum Betrieb von Strassenbahn-Locomotiven (1872) verwerthet. In Europa baute zuerst vollkommene Maschinen der bezeichneten Art der französische Ingenieur Léon Francq in Paris (1875), während in Deutschland G. Lentz in Düsseldorf den Bau solcher Maschinen mit grosser Sachkenntniss förderte.

Fig. 46 giebt die Skizze eines feuerlosen Locomotivkessels. Aus dem Kessel A strömt der Dampf vom Dome B nach dem Dampfabfuhrrohr a, von da durch ein bei b befindliches Dampfabspannungsventil und durch das Dampfrohr cc nach den Dampfcylindern. Das Dampfrohr cc ist, stark erweitert, durch den Dampf- und Wasserraum geführt, um Abkühlung zu vermeiden und, wie man meint, etwa mit fortgerissenes Wasser noch zu

verdampfen. Durch das Dampfabspannungsventil b findet ein Drosseln statt, welches insbesondere beim Beginn des Betriebes, bei welchem der Dampfdruck im Kessel sehr bedeutend, meist 16 bis 17 kg auf das Quadratcentimeter ist, in höherem Maasse nöthig wird und den Dampf auf etwa 6 bis 7 kg Druck bringt. Mit abnehmendem Druck im Kessel vermindert man auch das Drosseln und vergrössert allmählich den Admissionsweg des Kolbens in den Dampfcylindern, um die Dampfarbeit der Maschine nahezu constant zu erhalten. Das Rohr dd (Fig. 46) dient zum Füllen des Kessels; dasselbe wird zu diesem Zwecke bei f mit dem Dampfrohr des stationären Kessels verbunden; im Innern des Kessels endet das Rohr in einer horizontalen, oben durchlöcherten Rohrstrecke ee; durch die Oeffnungen tritt der Dampf in das Kesselwasser ein.

Die feuerlosen Maschinen bieten zweifellos für gewisse Betriebe, bei Strassenbahnen, beim Rangiren u. s. w., Vortheile: sie sind leicht zu bedienen, bedürfen keine besonderen Heizer, Russ- und Rauchbildung ist nicht vorhanden und Feuersgefahr vollständig ausgeschlossen.

Die theoretischen Fragen, welche hier entgegentreten, beziehen sich auf das Gesetz der Dampfbildung und die Bestimmung der mechanischen Arbeit, welche einem frisch gefüllten Kessel entspricht, sowie endlich auf die Art des Füllens.

Es sei H_1H_1 (Fig. 46) der Wasserspiegel im Kessel beim Beginn und H_2H_2 derjenige am Ende der Arbeitsleistung; zu irgend einem Zeitpunkte befinden sich G kg Wasser und Dampf vom Druck p und der Temperatur t im Kessel und der Wasserspiegel stehe bei HH. Das Volumen des Kessels sei V cbm.

Bezeichnet nun Gx' das Gewicht des vorhandenen Dampfes und $G(1-x')$ dasjenige des vorhandenen Wassers, so ist der Wärmeinhalt J der ganzen Masse

$$J = G(q + x'\varrho)$$

und überdies das Gesammtvolumen

$$V = G(x'u + \sigma)\ .$$

Eliminirt man aus beiden Gleichungen x', so folgt:

$$J = G\left[q + \frac{\varrho}{u}\left(\frac{V}{G} - \sigma\right)\right]\cdot$$

Nun ist aber das zweite Glied in der Klammer so klein, dass es unter den hier vorliegenden Verhältnissen jederzeit vernachlässigt werden kann, man erhält daher den Wärmeinhalt

$$J = Gq$$

und hieraus, wenn das Gewicht wegen des Ausströmens um dG abnimmt, die entsprechende Veränderung des Wärmeinhaltes

$$dJ = -d(Gq)\,. \tag{73}$$

Ist nun x die specifische Dampfmenge des nach dem Dampfrohre strömenden Dampfes, so beträgt der Wärmeinhalt der Gewichtseinheit dieses Dampfes $(q + x\varrho)$; innerhalb eines unendlich kleinen Zeitraumes kann aber die Dampfbildung als unter constantem Drucke stattfindend angesehen werden, und daher nimmt die Gewichtseinheit Dampf noch die Wärmemenge $Apux$ auf; folglich ist die Wärmemenge, welche die abströmende Masse $(-dG)$ mit sich fortnimmt

$$-(q + x\varrho + Apux)\,dG$$

oder

$$-(q + xr)\,dG\,.$$

Dieser Werth ist mit der Veränderung dJ des Wärmeinhaltes im Kessel identisch; durch Gleichsetzen mit Gl. (73) erhält man daher:

$$d(Gq) = (q + xr)\,dG$$

oder

$$\frac{dG}{G} = \frac{dq}{xr}\,. \tag{74}$$

Geht man nun von der hier durchaus zulässigen Annahme aus, dass die specifische Dampfmenge x des nach dem Dampfrohre strömenden Dampfes constant ist, so lässt sich diese Gleichung integriren, weil q und r als Functionen von t bekannt sind.

Zur Erleichterung der Rechnungen benutze ich die empirische Formel:

$$q = \alpha - \beta r\,. \tag{75}$$

und setze $\alpha = 862{,}58$ und $\beta = 1{,}420$.

Wie gut diese Formel mit den genaueren Formeln innerhalb der hier vorliegenden Grenzen übereinstimmt, wird sogleich nachgewiesen werden.

Aus Gl. (75) folgt $dq = -\beta dr$ und dann aus Gl. (74) durch Integration, wenn man das anfängliche Dampf- und Wassergewicht im Kessel mit G_1 bezeichnet,

$$\log \frac{G}{G_1} = \frac{\beta}{x} \log \frac{r_1}{r}\,, \tag{76}$$

und wenn G_2 das Gewicht am Ende des Betriebes darstellt,

$$\log \frac{G_2}{G_1} = \frac{\beta}{x} \log \frac{r_1}{r_2}\,. \tag{77}$$

Nun ist aber G_2 wie G immer nur wenig von G_1 verschieden und ebenso r_2 und r von r_1; man kann daher die Logarithmen durch die Anfangswerthe der Reihenentwickelung darstellen und erhält

$$\frac{G_1 - G}{G_1} = \frac{\beta}{x} \cdot \frac{(r - r_1)}{r}\,, \tag{76^a}$$

sowie für das Ende:

$$\frac{G_1 - G_2}{G_1} = \frac{\beta}{x} \cdot \frac{(r_2 - r_1)}{r_2}\,. \tag{77^a}$$

Zwischen den hier vorkommenden Druck- und Temperaturgrenzen kann man mit hinreichender Genauigkeit setzen:

$$r = 609{,}58 - 0{,}726\,t = 0{,}726\,[839{,}64 - t]\,. \tag{78}$$

Bezeichnet man der Einfachheit wegen die hier vorkommende Constante 839,64 mit b, und bedenkt man, dass $(G_1 - G)x$ nichts anderes ist, als die Dampfmenge, welche im Kessel bei der Abnahme des Dampf- und Wassergewichtes G_1 auf G erzeugt worden ist, so ist endlich, wenn die Dampfmenge, dem Gewichte nach, mit D bezeichnet wird, nach Gl. (76^a)

$$\frac{D}{G_1} = \frac{\beta(t_1 - t)}{b - t}\,, \tag{76^b}$$

wobei nach Gl. (75) $\beta = 1{,}420$ zu setzen ist; für das Ende des Betriebes ist $t = t_2$, dem niedrigsten Drucke entsprechend, zu setzen, um die gesammte Dampfmenge D zu berechnen, welche der einmaligen Kesselfüllung entspricht.

Dass die empirischen Formeln (75) und (78) hinreichend genau sind, zeigt folgende Zusammenstellung:

	Kessseldruck $p =$	2 kg	5 kg	10 kg	15 kg (absolut)
Nach Tab. 12 des Anhanges	$t =$	119,570	150,991	178,886	197,244
	$q =$	120,369	152,480	181,243	200,324
	$r =$	522,600	500,072	479,817	466,335
Nach Gl. (75)	$q =$	120,49	152,48	181,24	200,38
Nach Gl. (78)	$r =$	522,77	499,96	479,71	466,38.

Bei diesen feuerlosen Kesseln wird der Enddruck selten unter 2 kg pro Quadratcentimeter herabgehen.

Beispiel. Bei einem feuerlosen Kessel sinkt der Dampfdruck von $p_1 = 16$ kg auf $p_2 = 2$ kg während des Betriebes herab. Hier ist nach Tab. 12 des Anhanges $t_1 = 200{,}32$, $t_2 = 119{,}57$ und wegen $r = \varrho + Apu$, $r_1 = 464{,}06$, $r_2 = 522{,}60$.

Daher ergiebt sich aus Gl. (77)

$$\log \frac{G_2}{G_1} = -\frac{0{,}0732653}{x},$$

und daraus folgt für

$$x = 1 \qquad 0{,}9 \qquad 0{,}8$$

$$G_2 = 0{,}8447\, G_1\,; \quad 0{,}8291\, G_1\,; \quad 0{,}8099\, G_1\,,$$

und die ganze erzeugte Dampfmenge bez.

$$D = (G_1 - G_2)x = 0{,}1553\, G_1\,; \quad 0{,}1538\, G_1\,; \quad 0{,}1521\, G_1\,,$$

während aus der Näherungsformel (76^b) direct folgt

$$D = 0{,}1592\, G_1\,,$$

und daher bez.

$$G_2 = 0{,}8408\, G_1\,; \quad 0{,}8231\, G_1\,; \quad 0{,}8018\, G_1\,.$$

Für praktische Zwecke führt die Näherungsformel (76^b) auf hinreichend genaue Werthe. Man ersieht übrigens, dass das Dampf- und Wassergewicht G_1 im Anfange und G_2 am Ende nicht sehr verschieden ist, der Kessel also am Ende des Betriebes noch stark mit Wasser gefüllt ist. Der Kessel müsste daher erst grösstentheils entleert werden, wenn man mit heissem Wasser füllen wollte, während das Nachfüllen durch Dampf aus dem stationären Kessel unmittelbar erfolgen kann.

Die Gl. (76^b) zeigt, dass bei gleicher Anfangsfüllung G_1 und bei gleicher Drucksenkung die erzeugte Dampfmenge wesentlich von dem Anfangsdrucke abhängig ist; bei abnehmendem Dampfdruck nimmt die Dampfmenge zu, wie folgende Uebersicht zeigt:

Druckabnahme	$\frac{D}{G_1}$
von 15 kg auf 14 kg	0,00713 kg
- 12 - - 11 -	0,00839 -
- 9 - - 8 -	0,01024 -
- 6 - - 5 -	0,01433 -
- 3 - - 2 -	0,02609 -

Was nun die weitere Frage nach der Arbeit betrifft, welche im gefüllten, feuerlosen Kessel zur Verfügung steht, so beantwortet sich diese für praktische Zwecke mit hinreichender Genauigkeit auf folgende Weise.

Man rechnet bei gewöhnlichen Hochdruckdampfmaschinen ohne Condensation, wenn D_h die stündliche Dampfmenge und N_e die effective Arbeit in Pferdestärken darstellt,

$$\frac{D_h}{N_e} = 25 \text{ bis } 16 \text{ kg}$$

als die stündliche Dampfmenge pro Pferdestärke, wobei der grössere Werth für höheren Admissionsdruck und stärkere Expansion gilt.

Ist D die Dampfmenge und L die durch dieselbe zu gewinnende effective Arbeit in Meterkilogrammen, so bestimmt sich aus vorstehenden Werthen auf dem bei der Entwickelung von Gl. (21[a]) S. 377 eingeschlagenen Wege:

$$\frac{L}{D} = 10\,800 \text{ bis } 16\,875 \text{ mkg}\,. \tag{79}$$

Multiplicirt man Gl. (76[b]) auf beiden Seiten mit L, so folgt andererseits:

$$L = \frac{\beta\,(t_1 - t)}{(b - t)} \cdot \frac{L}{D} \cdot G_1\,, \tag{80}$$

woraus sich für einen feuerlosen Kessel bei gegebener Füllung und bestimmten Druckgrenzen die zur Verfügung stehende Arbeit berechnet.

So ergiebt sich für eine Drucksenkung von 16 kg auf 2 kg unter Benutzung der Werthe in Gl. (79)

$$L = 1719\,G_1 \text{ bis } 2686\,G_1\,, \text{ im Mittel } L = 2200\,G_1 \text{ mkg}\,,$$

dagegen für eine Drucksenkung von 16 kg auf 4 kg

$$L = 1266\,G_1 \text{ bis } 1978\,G_1\,, \text{ im Mittel } L = 1600\,G_1 \text{ mkg}\,.$$

Birk*) rechnet $L = 2000\, G_1$ und Lentz, der Sicherheit wegen und mit Recht, weil ein Ausgehen des Dampfes während der Fahrt recht unangenehme Folgen haben kann, $L = 1500\, G_1$.

Wäre also beispielsweise das Gewicht von Dampf und Wasser im feuerlosen Kessel beim Beginne des Betriebes $G_1 = 2000$ kg, so stände, nach Lentz gerechnet, eine Arbeit von 3 000 000 mkg zur Verfügung, woraus sich leicht bei einer Locomotive für eine vorgeschriebene Last und für die daraus berechnete Zugkraft die ganze Weglänge berechnet, welche die Maschine bei einer einzelnen Kesselfüllung zurückzulegen vermag.

Zum Abschluss mag endlich noch die Frage der Neufüllung des Kessels in der Kürze behandelt werden.

Ist am Ende des Betriebes die Dampfmenge im Kessel $G_2 x''$ und die Wassermenge $G_2(1 - x'')$, so ist der entsprechende Wärmeinhalt J_2:

$$J_2 = G_2 (q_2 + x'' \varrho_2) .$$

Es werde nun während der Füllung aus dem stationären Kessel, dem Speisekessel, in welchem der Druck p_0 herrsche, das Dampfgewicht G_0, dessen specifische Dampfmenge x_0 betrage, übergeführt, bis im feuerlosen Kessel die Temperatur wieder auf den Anfangswerth gestiegen ist. Die in diesem Dampfe enthaltene Wärmemenge J_0 ist demnach $G_0 (q_0 + x_0 \varrho_0)$, und da derselbe beim Uebertritte die Arbeit $G_0 p_0 u_0 x_0$ aufnimmt, so beträgt der Wärmeinhalt der ganzen Gewichtsmenge am Ende

$$J_1 + J_0 + A\, G_0 p_0 x_0 u_0 = G_2 (q_2 + x'' \varrho_2) + G_0 (q_0 + x_0 r_0) .$$

Andererseits beträgt aber dieser Wärmeinhalt auch

$$(G_2 + G_0)(q_1 + x' \varrho_1) .$$

Es folgt daher durch Gleichsetzen:

$$G_2(q_1 - q_2 + x' \varrho_1 - x'' \varrho_2) = G_0 (q_0 - q_1 + x_0 r_0 - x' \varrho_1) .$$

*) Birk, »Die feuerlose Locomotive in ihrer Theorie und Anwendung«. Wien. 1883.

Die theoretischen Untersuchungen in dieser Schrift, die im Uebrigen empfehlenswerth ist, sind ungenau, weil Birk, wie es in technischen Abhandlungen auch sonst sehr häufig noch vorkommt, durchgängig die Gesammtwärme λ mit der Dampfwärme J gesättigter Dämpfe verwechselt.

Nun kann man aber das Dampfgewicht im feuerlosen Kessel gegenüber dem Gewichte des im Anfange und am Ende vorhandenen Wassers vernachlässigen, also $x' = 0$ und $x'' = 0$ setzen, und den aus dem Speisekessel kommenden Dampf als trocken gesättigten voraussetzen, also $x_0 = 1$ annehmen; die letzte Gleichung ergiebt daher, da $q_0 + r_0$ die Gesammtwärme λ_0 des übertretenden Dampfes darstellt,

$$G_2(q_1 - q_2) = G_0(\lambda_0 - q_1),$$

woraus folgt:

$$G_2 + G_0 = G_2\left(\frac{\lambda_0 - q_2}{\lambda_0 - q_1}\right). \tag{81}$$

Der Werth $G_2 + G_0$ stellt die Füllung des Kessels dar, wenn die Anfangstemperatur wieder erreicht ist, und dieser Werth müsste, wenn der Anfangszustand vollständig wieder hergestellt sein soll, mit G_1 identisch sein.

Nun findet sich aber aus der oben gegebenen Beziehung $D = (G_1 - G_2)x$

$$\frac{G_2}{G_1} = 1 - \frac{D}{x\,G_1}. \tag{82}$$

Aus den letzten beiden Gleichungen lässt sich das Verhältniss $G_2 + G_0$ zu G_1 ableiten. Ist der erstere Werth der grössere, so müsste man nach einigen Füllungen vor der neuen Füllung etwas Wasser aus dem Kessel austreten lassen, im anderen Falle etwas Wasser nachfüllen.

Beispiel. Die Drucksenkung finde bei dem Betriebe von 16 kg auf 2 kg statt; der Druck im Speisekessel sei 18 kg.

Hier ergiebt sich unter Benutzung von Tab. 12 nach Gl. (81)

$$G_2 + G_0 = 1{,}178\, G_2.$$

Andererseits berechnet sich aus Gl. (82) (vergl. Beispiel S. 437), wenn die specifische Dampfmenge des Arbeitsdampfes beträgt bez.

$$x = 1 \qquad 0{,}90 \qquad 0{,}80$$

$$\frac{G_2}{G_1} = 0{,}841\,; \quad 0{,}823\,; \quad 0{,}802$$

und

$$\frac{G_2 + G_0}{G_1} = 0{,}991\,; \quad 0{,}970\,; \quad 0{,}945\,.$$

Ist der Enddruck im Kessel grösser als 2 kg, so treten an Stelle der zuletzt angegebenen Grössen etwas grössere Werthe, jedenfalls ist aber aus

den Rechnungsergebnissen, die allerdings nur angenäherte sind, zu schliessen, dass bei dem feuerlosen Kessel eine ganze Reihe von Füllungen erfolgen können, bevor der ursprüngliche Wasserstand durch Ablassen oder Nachfüllen von Wasser wieder herzustellen ist. Eine besondere Unsicherheit der Rechnungen liegt in dem Werthe von x', der in Wirklichkeit wesentlich von 0 verschieden sein kann, da das Wasser am Ende der Füllung wohl eine grosse Anzahl von Dampfblasen enthalten dürfte.

Bei den hier besprochenen feuerlosen Maschinen strömt der Dampf aus dem Cylinder ins Freie. Es ist nun in neuerer Zeit von Honigmann eine hochinteressante Vervollständigung in Vorschlag und zur praktischen Ausführung gebracht worden.

Honigmann umschliesst den Dampfkessel mit einem zweiten Kessel, der mit Natronlauge von gewisser Concentration gefüllt ist, in welche der aus dem Dampfcylinder tretende Dampf eingeführt wird. Hierbei wird der Dampf unter Wärmeentwickelung condensirt und die freiwerdende Wärme dazu benutzt, im Betriebskessel neuen Dampf zu produciren. Der Vorgang findet so lange statt, bis die Natronlauge in solchem Grade verdünnt ist, dass eine weitere Dampfaufnahme nicht mehr möglich ist; dann wird der Kessel mit neuer concentrirter Lauge gefüllt und die verdünnte Lauge durch Abdampfen in besonderen Gefässen in den gebrauchsfähigen Zustand zurückgeführt.

Der hier stattfindende chemische Process ist noch nicht soweit klar gelegt, dass es zur Zeit möglich wäre, an diesem Orte eine für die praktischen Bedürfnisse hinreichend befriedigende theoretische Untersuchung niederzulegen; es möge daher hier einfach auf die beiden vorzüglichen Arbeiten von Riedler und Gutermuth verwiesen werden. Riedler*) giebt in klarer und übersichtlicher Form die Ergebnisse von vortrefflich durchgeführten Versuchen an einer Honigmann'schen Maschine; Gutermuth**) hat in gleicher Art die Versuche fortgesetzt und bespricht zugleich alle zur Zeit bekannten physikalischen und chemischen Unter-

*) Riedler, »Die Honigmann'schen Dampfmaschinen mit feuerlosem Natronkessel«. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 27. p. 729. 1883.

**) Gutermuth, »Untersuchungen an Honigmann'schen feuerlosen Natronkesseln«. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 28. p. 69 und 533. 1884.

»Das Honigmann'sche Natronverfahren«. Ebendaselbst. Bd. 29. p. 101 1885.

suchungen, die hierbei in Betracht kommen, mit dem richtigen Hinweis, dass dieselben noch unzureichend für weitere theoretische Studien sind.

B. Kaltdampfmaschinen.

§ 57. Kälteerzeugungsmaschinen im Allgemeinen.

In § 47 S. 361 ist bereits auf den Unterschied zwischen den gewöhnlichen Dampfmaschinen, oder Heissdampfmaschinen, und den Kaltdampfmaschinen hingewiesen und hervorgehoben worden, dass durch einfache Umkehrung des Processes die eine Art leicht in die andere übergeführt werden kann. Dabei ist allerdings bezüglich der Kaltdampfmaschinen nur an sogenannte Compressionsmaschinen gedacht worden, bei denen im Verlaufe des Processes nur ein Wechsel von Verdampfen und Condensation unter Wärmezuführung und Wärmeableitung, sowie von Expansion und Compression vorliegt.

Man verwendet bei allen Kaltdampfmaschinen Flüssigkeiten, die schon bei niedriger Temperatur unter grösserem Druck verdampfen. Die in einem Röhrenkessel, dem Verdampfer, eingeschlossene Flüssigkeit entzieht beim Verdampfen ihrer Umgebung, also z. B. einer anderen Flüssigkeit, welche die Verdampferröhren umgiebt, Wärme und kühlt sie nahezu auf die Verdampfungstemperatur ab. Zur Erzeugung eines continuirlichen Processes hat man dann die sich entwickelnden Dämpfe zu entfernen und im flüssigen Zustande wieder nach dem Verdampfer zurückzubringen.

Hierzu giebt es aber zwei Mittel: man saugt entweder die Dämpfe mittelst einer Pumpe ab, comprimirt sie und condensirt sie mittelst Abkühlung, um sie dann im flüssigen Zustande dem Verdampfer wieder zuzuführen, — oder man führt die Dämpfe nach einem zweiten Raume, wo sie durch eine Flüssigkeit (Wasser) absorbirt werden; diese Flüssigkeit wird dann durch eine Pumpe nach einem Gefässe (Kessel) geführt, in welchem durch Wärmezuführung die Dämpfe aus der Absorptionsflüssigkeit ausgetrieben und nach einem Condensator geführt werden, von wo aus sie im flüssigen Zustande nach dem Verdampfer zurückkehren.

Man unterscheidet daher die Compressionsmaschinen von den

Absorptionsmaschinen. Die ersteren sind es, die im Folgenden unter dem Namen »Kaltdampfmaschinen« ausführlicher behandelt werden sollen; sie sind die verbreitetsten und einer theoretischen Untersuchung zugänglich.

Anders liegen die Verhältnisse bei den Absorptionsmaschinen, die unter dem Namen der Carré'schen Eismaschinen bekannt sind; bei diesen Maschinen können natürlich nur solche Dämpfe in Anwendung kommen, die leicht und in starkem Maasse vom Wasser oder einer anderen Flüssigkeit absorbirt und bei höherer Temperatur wieder entlassen werden.

Am besten eignen sich die Ammoniakdämpfe mit Wasser als Absorptionsflüssigkeit, und diese Dämpfe sind es auch, die ausschliesslich bei Carré's Maschinen in Anwendung kommen.

Es bietet keine Schwierigkeit, die Vorgänge bei der Absorptionsmaschine nach den Sätzen der Thermodynamik durch Aufstellung allgemeiner Gleichungen zu verfolgen; dieselben lassen aber keine praktische Verwerthung zu, weil sie Grössen enthalten, die experimentell ihrem Werthe nach noch keineswegs bestimmt sind. So kennt man noch nicht die Wärmemenge, welche frei wird und der Masse entzogen werden muss, wenn eine Flüssigkeit unter verschiedenem Druck und verschiedener Temperatur Dampf, z. B. Wasser Ammoniakdämpfe absorbirt, ebenso wenig ist die Wärmemenge bekannt, welche erforderlich ist, bei höherer Temperatur und höherem Druck die von der Flüssigkeit absorbirten Dämpfe wieder auszutreiben. Im letzteren Falle wird der Vorgang noch dadurch verwickelter, dass mit dem Austritte der absorbirten Dämpfe zugleich ein theilweises Verdampfen der Absorptionsflüssigkeit selbst verbunden ist; wenigstens müsste dieser Umstand bei Carré's Maschine Beachtung finden, weil bei derselben das Austreiben der Dämpfe unter hoher Temperatur und hohem Druck erfolgt.

Unter solchen Umständen und weil die aufzustellenden Gleichungen eine Verwerthung zum Zwecke numerischer Rechnungen doch nicht finden könnten, soll hier von der Aufstellung einer Theorie der Absorptionsmaschinen abgesehen werden, umsomehr als diese Maschinen von der anderen Gattung, den Compressionsmaschinen, zur Zeit fast gänzlich verdrängt worden sind.

Die Compressionsmaschinen, die eigentlichen Kaltdampfmaschinen, auf welche nun näher eingegangen werden soll, benutzen,

wie bereits erwähnt wurde, Dämpfe, die im Sättigungszustande schon bei niedrigen Temperaturen höhere Pressung zeigen. Praktische Verwerthung haben bis jetzt gefunden die Dämpfe von Aether, schwefliger Säure, Ammoniak und Kohlensäure, sowie die Pictet'sche Flüssigkeit, eine Mischung von Kohlensäure und schwefliger Säure; ausserdem sind in Vorschlag gekommen die Dämpfe von Methyläther, Chlormethyl, Schwefelkohlenstoff und andere.

Die ersten Maschinen, welche ausgeführt wurden, arbeiteten mit Aetherdämpfen; schon im Jahre 1835 liess sich Perkins*) eine Kaltdampfmaschine patentiren, doch scheint dieselbe wenig bekannt geworden zu sein, da man gewöhnlich den Amerikaner Harrison, der aber erst 1856 Patent auf seine Maschine erhielt, als Erfinder bezeichnet. Beide Maschinen weichen in der Construction wenig von einander ab. In dieser Beziehung zeigen sich aber schon wesentliche Verbesserungen bei der Maschine von Carré, die im Jahre 1860 bekannt wurde, aber nicht mit dessen Absorptionsmaschine zu verwechseln ist. Kurze Zeit darauf (1862) liess sich Siebe eine Aethermaschine patentiren, und unter seinem Namen wird die Maschine heutzutage oft genannt, obgleich sie sich im Principe in keiner Weise von den Maschinen seiner Vorgänger unterscheidet.

Dass die genannten Maschinen nur sehr langsam Eingang fanden, ist wohl im Wesentlichen dem Umstande zuzuschreiben, dass sie die theuren Aetherdämpfe anwandten, die bei niedrigen Temperaturen nur sehr geringen Druck haben. Schwankt, wie das thatsächlich nahezu der Fall ist, die Temperatur der Dämpfe im Inneren der Maschine zwischen -20° und $+20^\circ$, so liegen die Druckschwankungen des Aethers zwischen 0,09 und 0,57 Atmosphären; es ist daher ein Eindringen der äusseren atmosphärischen Luft in das Innere der Maschine unvermeidlich. Der Zutritt von Luft ist aber allen Kaltdampfmaschinen im höch-

*) In Dingler's polytechnischem Journale finden sich vom Jahre 1837 (Bd. 64) an wohl alle Kaltluftmaschinen und Kaltdampfmaschinen, die in Anwendung oder in Vorschlag gekommen sind, beschrieben und durch Abbildungen erläutert; es möge daher wegen des Näheren auf dieses Journal verwiesen werden, insbesondere auf zwei vortreffliche Aufsätze in demselben:

Prof. Dr. Meidinger: Die Fortschritte in der künstlichen Entwickelung von Kälte und Eis. Bd. 217 und 218.

F. Fischer: Ueber die Herstellung von Eis. Bd. 224.

sten Grade schädlich, zieht deren Effect herab und dürfte vorzugsweise die starke Erhitzung einzelner Theile des Compressionscylinders, mit der man zu kämpfen hatte, verursacht haben.

Ein bedeutsamer Fortschritt wurde dann von Raoul Pictet gemacht, der für die genannten Maschinen schweflige Säure in Anwendung brachte, überdies aber später auch bei seinen bekannten Versuchen über Verdichtung von Wasserstoff und Sauerstoff die Kohlensäure benutzte, indem er in geistvoller Weise zwei Maschinen, von denen die eine mit schwefliger Säure, die andere mit Kohlensäure arbeitete, mit einander verband. Ein Blick auf Tabelle 8^a und 8^b des Anhanges zeigt, welche enorme Temperaturerniedrigung man mit Kohlensäure erreichen kann, wenn man deren Druck durch Aussaugen der Dämpfe aus dem Verdampfer auch nur auf den gewöhnlichen, bei den Heissdampfmaschinen gebräuchlichen, Kesseldruck herabzieht.

Grosse Verdienste hat sich in neuerer Zeit Professor Linde um die Vervollkommnung und Verbreitung der Kaltdampfmaschinen erworben. Nachdem Linde anfänglich (wie Tellier) den Methyläther in Vorschlag brachte, ging derselbe dann zur Anwendung der Ammoniakdämpfe über und brachte seine Maschine auch in constructiver Beziehung zu hoher Vollendung.

Die mit Ammoniak arbeitenden Maschinen sind zur Zeit die verbreitetsten; in neuester Zeit ist man nach Windhausen's Vorschlägen auch wieder zur Anwendung der Kohlensäure übergegangen.

Inzwischen haben aber die Pictet'schen Maschinen in der technischen Welt Aufsehen gemacht; dieselben benutzen statt einfacher Dämpfe eine Mischung von Dämpfen und zwar eine Mischung von wasserfreier schwefliger Säure und von Kohlensäure, die sogenannte Pictet'sche Flüssigkeit.

Die Vorgänge in den Maschinen, welche mit einfachen Dämpfen arbeiten, lassen sich, wie auch im Folgenden näher dargelegt werden soll, nach den Sätzen der Thermodynamik leicht verfolgen*); die oben vorgeführten Untersuchungen über das

*) Vergl. die Abhandlung des Verfassers: »Zur Theorie der Kaltdampfmaschinen«. Mit einem Anhange: »Ueber das Verhalten der Ammoniakdämpfe«. Civilingenieur. Bd. 27. 1881. S. 449.

Dieser Arbeit gingen in wesentlich anderer Behandlungsweise nur vor-

Verhalten der schwefligen Säure, der Aether-, Ammoniak- und Kohlensäure-Dämpfe hatten auch den Zweck, für die Berechnung und Beurtheilung der Kaltdampfmaschinen die erforderlichen Unterlagen festzustellen.

Ganz anders liegen die Verhältnisse bei denjenigen Maschinen, die wie Pictet's Maschinen, mit Mischungen von Flüssigkeiten arbeiten, welche beiderseits Dämpfe aussenden. Es ist schon in § 45 S. 343 darauf hingewiesen worden, dass das physikalische Verhalten solcher Mischungen, soweit die hier in Betracht fallenden Fragen vorliegen, noch fast gänzlich unbekannt ist. Liegt ein bestimmtes Mischungsverhältniss zweier solcher Flüssigkeiten vor, ist ein Theil derselben bei bestimmter Temperatur in Dampf übergeführt worden, und ist der Raum, den die Masse nun einnimmt gegeben, so müsste zu ermitteln sein der Dampfdruck, das Mischungsverhältniss der vorhandenen Dampfmasse und dasjenige der zurückgebliebenen Flüssigkeitsmenge, die Flüssigkeitswärme der letzteren, die latente Wärme der Dampfmischung, die Beschaffenheit der Dampfmengen, ob nur die eine oder beide Dampfarten im überhitzten Zustand vorliegen oder nicht u. s. w.

Pictet*) giebt auf Grund von Versuchen nur für eine Mischung von Kohlensäure und schwefliger Säure, welche bei -19° gerade atmosphärischen Druck zeigte, die Beziehung zwischen Druck und Temperatur und bemerkt, dass das entsprechende Mischungsverhältniss, bei welchem auf ein Molekül SO_2 ein Molekül CO_2, also auf 64 Gewichtstheile SO_2 44 Gewichtstheile CO_2 zu rechnen sei, für den Maschinenbetrieb das günstigste Verhältniss ergebe.

Trägt man, wie es von Pictet geschehen ist, die Temperatur als Abscisse und den Druck als Ordinate auf, einmal für vorbemerkte Flüssigkeit, das andere Mal für reine schweflige Säure, so erhält man zwei Spannungscurven, die sich bei ungefähr 25°

aus: Karl Linde, »Ueber die Wärmeentziehung bei niedrigen Temperaturen durch mechanische Mittel«. Bayerisches Industrie- und Gewerbeblatt. 2. Jahrg. 1870. S. 205, 321, 363; und: »Theorie der Kälteerzeugungsmaschinen«. Verhandlungen des Vereines zur Beförderung des Gewerbfleisses. 54. Jahrg. 1875. S. 357 und 55. Jahrg. 1876. S. 185.

Sowie: Ledoux, »Théorie des machines à froid«. Extrait des Annales des mines. Dunod, Éditeur. Paris. 1878.

*) Raoul Pictet, »Nouvelles machines frigorifiques«. Genève 1885. Deutsch von Konrad Schollmayer, »Neue Kälteerzeugungsmaschinen etc.« Leipzig 1885.

schneiden, unterhalb dieser Temperatur ist der Druck der schwefligen Säure kleiner, oberhalb derselben grösser, als der Druck der Dämpfe aus der Pictet'schen Flüssigkeit, bei 50° schon sehr beträchtlich grösser.

Auf diese auffällige und merkwürdige Erscheinung stützt nun Pictet und mit ihm Grätz*) die weitgehendsten Schlüsse; bei niedrigen Temperaturen soll die Pictet'sche Flüssigkeit sich in eine Reihe einzelner Flüssigkeiten zerlegen, von denen jede ihren Dampf aussendet, als wäre sie allein vorhanden; der Gesammtdruck zeige die Summe der einzelnen Dampfspannungen; bei höherer Temperatur soll die ursprüngliche Flüssigkeit wieder hervortreten, bei der Compression und Expansion demnach chemische Verbindung bez. Zerlegung stattfinden und dabei die mit der Volumenveränderung verbundene äussere Arbeit anders als bei den einfachen Dämpfen zu bemessen sein. Experimentelle Untersuchungen bezüglich des angegebenen Verhaltens der Pictet-Flüssigkeit liegen bis jetzt nur noch von Blümke**) vor und haben allerdings keine Bestätigung des Vorstehenden gegeben. Blümke findet nämlich, dass die Spannungscurven verschiedener Mischungen sich in ihrem allgemeinen Verlaufe nicht von denen einfacher Flüssigkeiten unterscheiden, dass die Curve derjenigen der reinen schwefligen Säure um so näher rückt, je weniger Kohlensäure der Pictet-Flüssigkeit beigemischt ist und dass bei keiner Mischung ein Durchschneiden der Curve mit der der schwefligen Säure zu beobachten war, entgegen der Voraussetzung, die im Grunde genommen den Ausgangspunkt aller Schlüsse bildet, welche Pictet gezogen hat.

Bei dem Mangel weiterer physikalisch-chemischer Forschungen in der angezeigten Richtung und da die Ergebnisse der Untersuchungen von Pictet und Blümke sich widersprechen, könnte man sich, um Aufklärung zu erhalten, zu den Erfahrungen wenden, welche an wirklich ausgeführten Maschinen gemacht worden sind.

*) Leo Grätz, »Physikalische und technische Betrachtungen über die neuen Pictet'schen Eismaschinen«. Allgem. Brauer- und Hopfenzeitung 1887.

**) Ad. Blümke, »Ueber die Bestimmung der specifischen Gewichte und Dampfspannungen einiger Gemische von schwefliger Säure und Kohlensäure«. Wiedemann's Annalen. Bd. 34. 1888.

»Ueber die Isothermen einiger Mischungen von schwefliger Säure und Kohlensäure«. Ebendaselbst. Bd. 36. 1889.

Die Maschinen von Pictet, die an Stelle von einfachen Flüssigkeiten die erwähnte Mischung verwenden, unterscheiden sich in ihrer allgemeinen Anordnung nicht von andern Compressionsmaschinen, doch behauptet Pictet, dass auf Grund der unter Verwendung seiner Mischung im Kreisprocesse auftretenden chemischen Zustandsänderungen seine Maschine bei gleicher Kältewirkung eine geringere Betriebsarbeit und geringere Kühlwassermenge erfordere, als die Maschinen, welche, wie die Linde'sche Ammoniakmaschine mit einfachen Flüssigkeiten arbeiten, und hebt auch noch andere Vorzüge seiner Maschine hervor.

Die bis jetzt bekannt gewordenen Versuche von Schröter*), Corsepius**) und Gutermuth***) haben aber eine Entscheidung der Frage ebenso wenig herbeigeführt, wie die theoretischen Entwickelungen von Pictet und Grätz a. a. O. (s. Anmerkung S. 446 u. 447), gegen welche sich mancherlei Einwürfe erheben lassen; es steht jedoch zu erwarten, dass nach der zuletzt angedeuteten Richtung in nächster Zeit eine Klärung in der Frage durch die sorgfältigen Versuche erfolgen wird, welche zur Zeit an einer besonderen, vorzüglich eingerichteten Versuchsstation in München auf Anregung des dortigen polytechnischen Vereins von einer Commission unter Leitung von Professer Schröter mit einer Pictet'schen und einer Linde'schen Maschine ausgeführt werden.

Die folgenden Untersuchungen beziehen sich ausschliesslich auf Maschinen, welche mit einfacher Flüssigkeit betrieben werden.

§ 58. Process der theoretisch vollkommenen Kaltdampfmaschine.

Dem Folgenden mag die schematische Darstellung (Fig. 47) zu Grunde gelegt werden, welche früher bei der Behandlung der geschlossenen Heissluftmaschine (B. I. S. 366) und in diesem Bande

*) Schröter, »Untersuchungen an Kältemaschinen verschiedener Systeme«. München 1887.

**) Corsepius, Bericht über die Untersuchung einer mit der Flüssigkeit Pictet arbeitenden Eismaschine. Berlin 1887.

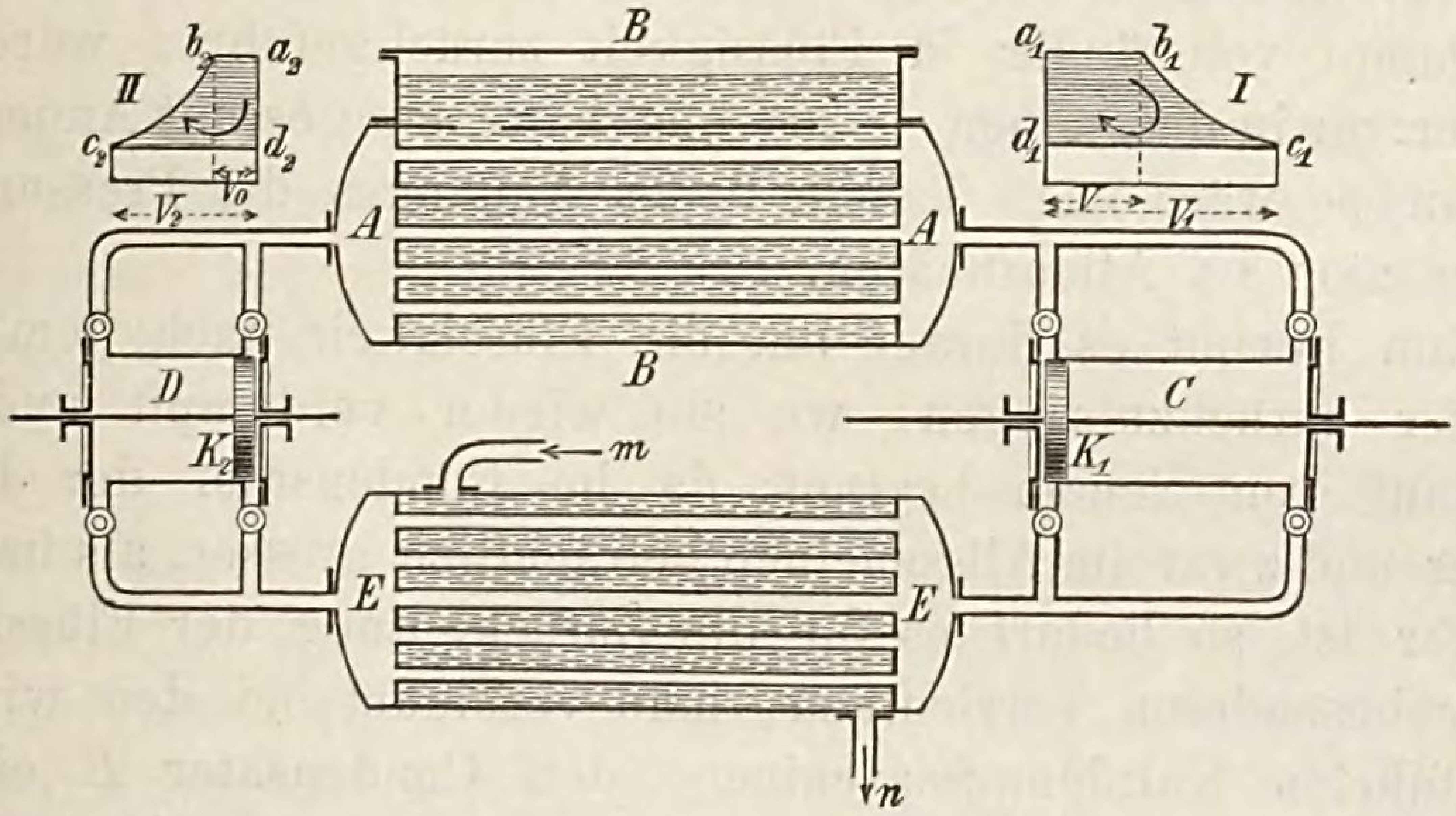
***) Gutermuth und Salomon, Versuche an einer Pictet'schen Eismaschinenanlage. Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Bd. 33. 1889. S. 261.

S. 369 bei der Betrachtung der theoretisch vollkommenen Heissdampfmaschine schon Verwendung gefunden hat. Die Figur sei hier als Abbildung einer Kaltdampfmaschine gedacht.

Der Röhrenkessel AA ist mit Flüssigkeit und Dampf, dem vermittelnden Körper, gefüllt; er ist von einem mit einer anderen Flüssigkeit gefüllten Gehäuse B umgeben und mag der Verdampfer genannt werden.

Denkt man sich nun z. B. den Verdampfer mit Ammoniak (flüssig und dampfförmig) vom Drucke 2,3 Atmosphären gefüllt, so herrscht daselbst eine Temperatur von — 15°, und die

Fig. 47.



in der Umhüllung B befindliche Flüssigkeit wird abgekühlt, weil sie Wärme an den Verdampfer abgiebt; damit sie nicht gefriert, wählt man Kochsalz- oder Chlorcalciumlösung. Um Eis zu erzeugen werden in diese, gewöhnlich auf — 10° abgekühlte Lösung Blechzellen mit Süsswasser eingetaucht, in welchen das Wasser gefriert. In anderen Fällen leitet man die kalte Lösung durch Röhren nach Räumen, in denen Luft oder andere Flüssigkeiten abgekühlt werden sollen, und führt dann die erwärmte Lösung wieder in den Raum B zurück, wo sie von Neuem abgekühlt wird. Der Vorgang ist ein continuirlicher, und um die Erkältung und Wärmeabgabe der Heizflüssigkeit, wie die Salzlösung kurz genannt werden mag, zu befördern, wird sie auf künstlichem Wege im Raume B in Strömung versetzt. Die Leistung der Maschine wird gewöhnlich nach der Wärmemenge beurtheilt, die stündlich in Calorien gemessen von der Heizflüssigkeit

an den Verdampfer abgegeben, also von letzterem der Flüssigkeit entzogen wird.

Der Vorgang im Innern der Maschine muss gleichfalls ein continuirlicher sein; beim Hingang saugt der im Cylinder *C*, dem Arbeits- oder Compressions-Cylinder, befindliche Kolben Dampf, mit mehr oder weniger Flüssigkeit gemischt, aus dem Verdampfer *A* an, comprimirt die Masse beim Rückgange auf dem ersten Theile des Kolbenwegs und drückt sie dann auf dem zweiten Theile desselben in einen zweiten Röhrenkessel *EE*, den Kühlapparat oder Condensator, der ebenfalls von einem Gehäuse umgeben ist, in welches bei *m* Kühlwasser eingeführt wird, das dann erwärmt durch das Rohr *n* abströmt. Im Condensator wird der Dampf vollständig in Flüssigkeit zurückgeführt; wäre die Temperatur in demselben $+ 20^\circ$ und hätte man es mit Ammoniak zu thun, so wäre nach Tabelle 9 des Anhanges die Pressung im Condensator 8,5 Atmosphären.

Nun kommt es darauf an, die Flüssigkeit nach dem Verdampfer zurückzubringen, wo sie wieder verdampft und der Kreislauf von Neuem beginnt; da im Condensator der Druck grösser und zwar im Allgemeinen beträchtlich grösser, als im Verdampfer ist, so bedarf es für die Zurückleitung der Flüssigkeit keiner besonderen Vorrichtung; man verbindet bei den wirklich ausgeführten Kaltdampfmaschinen, den Condensator *E* einfach durch ein mit einem Regulirventil versehenes Rohr mit dem Verdampfer *A*, und lässt so viel Flüssigkeit zurücktreten, wie in gleicher Zeit Dampf dem Verdampfer entnommen wird.

Dieses Verfahren ist aber, wie sich zeigen wird, theoretisch unvollkommen; man müsste vielmehr die Zurückführung der Flüssigkeit durch Einfügung eines besonderen Cylinders *D*, den ich den Speisecylinder nenne, in folgender Art bewerkstelligen. Der Kolben im Cylinder *D* saugt zunächst bei constantem Drucke die Flüssigkeit, die vorhin pro Schub im Condensator gebildet wurde, an, dann sperrt man sie im Cylinder ab und lässt sie soweit expandiren, bis am Ende des Kolbenschubes der Verdampferdruck erreicht ist. Während der Expansion bildet sich Dampf und beim Rückgange des Kolbens wird endlich die ganze Masse unter dem constanten Verdampferdruck in den Verdampfer zurückgeschoben. In der Figur sind die theoretischen Indicator-

diagramme zugefügt. Mit p_1 sei der Druck im Verdampfer und mit p_2 derjenige im Condensator bezeichnet; die horizontal schraffirte Fläche $a_1 b_1 c_1 d_1$ des Diagrammes I repräsentirt die Arbeit, welche im Arbeitscylinder pro Schub verbraucht wird, und die Fläche $a_2 b_2 c_2 d_2$ des Diagrammes II ist die Arbeit, welche im Speisecylinder pro Schub gewonnen wird; die Differenz beider ist die Arbeit, welche die Maschine zum Betriebe fordert. Die Curve $b_1 c_1$ ist die Compressionscurve, $b_2 c_2$ die Expansionscurve, beide sind beim vollkommenen Process adiabatische Curven, während die horizontalen Begrenzungen der Indicatordiagramme isothermische Linien sind, da bei gesättigten Dämpfen, wie sie hier vorliegen, unter constantem Drucke auch die Temperatur constant ist.

Die in den beiden Indicatordiagrammen angegebenen Pfeile geben die Richtung an, nach welcher in beiden Cylindern der Process bei der Heissdampfmaschine stattfindet; in vorliegendem Falle hat man sich beide Pfeilrichtungen umgekehrt zu denken.

Ob nun bei den wirklich ausgeführten Maschinen der Speisecylinder zur Vervollkommnung des Processes noch eingefügt werden sollte, wird die weitere Untersuchung zeigen.

Die Theorie der vollkommenen Kaltdampfmaschine entwickelt sich unter Zugrundelegung von Fig. 47 auf folgende Weise.

Das Gewicht der Dampf- und Flüssigkeitsmenge, die pro Schub vom Arbeitscylinder aus dem Verdampfer angesaugt und vom Speisecylinder zum Condensator zurückgebracht wird, werde mit G bezeichnet, x_1 sei die specifische Dampfmenge am Ende des Kolbenschubes im Arbeitscylinder C, also im Punkte c_1 des Diagrammes (Fig. 47); x_2 diejenige am Ende der Compression im Punkte b_1 und x_3 die am Ende des Schubes im Speisecylinder, also im Punkte c_2.

Es ist daher das Dampfgewicht, welches pro Schub in den Verdampfer geschoben wird, $G x_3$, und $G x_1$ ist dasjenige, welches der Arbeitscylinder, der sogenannte Compressor, dem Verdampfer entnimmt; hiernach wird in letzterem pro Schub die Dampfmenge $G(x_1 - x_3)$ gebildet, und zwar unter dem constanten Drucke p_1 und der zugehörigen Temperatur t_1. Wende ich im Weiteren die oben benutzten Bezeichnungen an, und ist r_1 die latente Wärme, so bestimmt sich zuerst die Wärmemenge Q_1,

welche der Verdampfer der Salzlösung oder Heizflüssigkeit pro Schub entzieht,

$$Q_1 = G r_1 (x_1 - x_3) \,. \tag{1}$$

Die Dampfmenge, welche vom Arbeitskolben in den Condensator geschoben wird, beträgt $G x_2$, und da dieselbe im letzteren bei constantem Drucke p_2 und der Temperatur t_2 vollständig condensirt wird, so beträgt die Wärmemenge Q_2, welche das Kühlwasser im Condensator aufnimmt,

$$Q_2 = G r_2 x_2 \,. \tag{2}$$

In den folgenden Betrachtungen wird zunächst vorausgesetzt, dass die Cylinderwandungen Wärme weder aufnehmen noch abgeben, dass keine schädlichen Räume vorliegen und dass der Dampf während seines Kreislaufes im Arbeitscylinder nass ist, also in keinem Punkte desselben sich überhitzt. Man hat dann für die Wärmemenge dQ, welche die Gewichtseinheit Dampf- und Flüssigkeitsmischung für eine unendlich kleine Zustandsänderung erfordert,

$$dQ = T d\left(\tau + \frac{x r}{T}\right) \tag{3^a}$$

oder, wie sich auch schreiben lässt,

$$dQ = dq + d(x\varrho) + A dL \,, \tag{3^b}$$

wobei dL die äussere Arbeit ist, welche der unendlich kleinen Ausdehnung entspricht. (Vergl. S. 52 und S. 48.)

Bei unserer vollkommenen Maschine findet die Compression auf dem Wege $b_1 c_1$ (Fig. 47) adiabatisch statt, es ist daher $dQ = 0$, und demnach folgt aus Gl. (3^a), wenn man zwischen den angegebenen Grenzen integrirt,

$$\tau_1 + \frac{x_1 r_1}{T_1} = \tau_2 + \frac{x_2 r_2}{T_2} \,. \tag{4}$$

Ebenso liegt im Speisecylinder auf dem Wege $b_2 c_2$ adiabatische Expansion vor, und es folgt daher aus derselben Gleichung, weil im Anfange $x = 0$ ist,

$$\tau_1 + \frac{x_3 r_1}{T_1} = \tau_2 \,. \tag{5}$$

Mit Hülfe der beiden letzten Formeln berechnen sich x_2 und

x_3 aus dem Werthe x_1 und den Grenztemperaturen. Subtrahirt man beide Gleichungen von einander, so folgt

$$\frac{(x_1 - x_3) r_1}{T_1} = \frac{x_2 r_2}{T_2} . \tag{6}$$

Verbindet man vorstehende Formel mit derjenigen, die man aus der Vereinigung der Gln. (1) und (2) erhält, so folgt die bekannte, für den vollkommenen Kreisprocess gültige Beziehung

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2} . \tag{7}$$

Die technische Untersuchung erstreckt sich nun auf die Bestimmung der Arbeit, welche die Maschine zum Betriebe fordert, und auf die Ermittelung der Hauptdimensionen für eine vorgeschriebene Leistung.

Die Arbeit L_1, welche der Arbeitscylinder C pro Schub fordert, ermittelt sich leicht, wie folgt:

Das Volumen V_1 des Cylinders C ist

$$V_1 = G(x_1 u_1 + \sigma) \tag{8}$$

und das Volumen V_2 der Masse am Ende der Compression

$$V_2 = G(x_2 u_2 + \sigma) . \tag{9}$$

Hiernach ist die Arbeit, welche beim Ansaugen gewonnen wird, $G p_1 (x_1 u_1 + \sigma)$ und die Arbeit, welche verbraucht wird, um die Masse mit constantem Drucke p_2 in den Condensator zu schieben, $G p_2 (x_2 u_2 + \sigma)$; die Compressionsarbeit dagegen findet sich aus Gl. (3^b), wenn man $dQ = 0$ setzt und integrirt,

$$\frac{G}{A} (q_2 - q_1 + x_2 \varrho_2 - x_1 \varrho_1) .$$

Hiernach ergiebt sich durch Vereinigung der letzten drei Ausdrücke die ganze Arbeit des Arbeitscylinders pro Schub, in Wärmeeinheiten gemessen, wenn man noch die Beziehung $r = \varrho + Apu$ beachtet,

$$A L_1 = G[q_2 - q_1 + x_2 r_2 - x_1 r_1 + A\sigma(p_2 - p_1)] . \tag{10}$$

Im Speisecylinder dagegen g e w i n n t man die Arbeit L_2, und zwar beim Ansaugen der Flüssigkeit aus dem Condensator zunächst die Arbeit $G\sigma p_2$, dann in Folge der Expansion:

$$\frac{G}{A}(q_2 - q_1 - x_3 \varrho_1) .$$

Da aber für den Transport der Masse nach dem Verdampfer die Arbeit $Gp_1(x_3 u_1 + \sigma)$ aufzuwenden ist, so findet sich die in Wärmeeinheiten ausgedrückte Arbeit durch Vereinigung vorstehender drei Werthe:

$$AL_2 = G[q_2 - q_1 - x_3 r_1 + A\sigma(p_2 - p_1)] . \tag{11}$$

Bezeichnet nun L_m die Arbeit, welche der Betrieb der vollkommenen Maschine pro Schub erfordert, so folgt wegen $L_m = L_1 - L_2$ durch Benutzung der Gln. (10) und (11)

$$AL_m = G[x_2 r_2 - (x_1 - x_3) r_1] , \tag{12}$$

oder unter Benutzung der Gln. (1) und (2)

$$AL_m = Q_2 - Q_1 ,$$

also nach Gl. (7)

$$AL_m = \frac{Q_1}{T_1}(T_2 - T_1) . \tag{13}$$

Diese Gleichung ist diejenige, welche in vorliegender Schrift wiederholt für den Carnot'schen Process abgeleitet worden ist. In unserem Fall giebt die Formel für einen bestimmten Werth der Wärmemenge Q_1, welche der Salzlösung vom Verdampfer bei bestimmten Grenztemperaturen entzogen werden soll, die erforderliche Maschinenarbeit L_m, und diese Arbeit ist ein Minimum; jede Abweichung vom vollkommenen Process, alle einzelnen Unvollkommenheiten in der Construction der Maschine und die unvermeidlichen schädlichen Widerstände erhöhen die Betriebsarbeit. Die Formel enthält keine Grösse, die sich auf eine besondere Dampfart bezieht; bei gleichen Grenztemperaturen ist es daher theoretisch gleichgültig, ob die Maschine mit Aether-, Ammoniak- oder anderen Dämpfen arbeitet; für dasselbe Q_1 ist die Betriebsarbeit der vollkommenen Maschine immer die gleiche.

Bei der Kaltdampfmaschine hat man nur darauf bedacht zu sein, dass die Betriebsarbeit der Maschine für einen vorgeschriebenen Werth von Q_1 möglichst gering sei; aus der Formel (13) erkennt man, dass hiernach die Temperaturdifferenz $T_2 - T_1$ möglichst klein zu halten ist. Nun ist in Rücksicht auf die Temperatur des zur Verfügung stehenden Kühlwassers die obere

Temperaturgrenze, die Temperatur t_2 bez. T_2 vorgeschrieben, man soll daher mit der Temperatur t_1 bez. T_1 im Verdampfer nicht weiter herabgehen, als nöthig ist. Bei Eiserzeugung rechnet man im Mittel $t_1 = -15^{\circ}$, bei Erzeugung von Kühlflüssigkeit $t_1 = -5^{\circ}$, man wird daher die praktische Regel befolgen, Eiserzeugung zu unterlassen, wenn derselbe Zweck durch Kühlflüssigkeit zu erreichen ist. Die Formel (13) gilt auch für Kaltluftmaschinen, sofern solche den Carnot'schen Process ausführen; bemerkenswerth ist aber noch, dass dieselbe Gleichung, wie oben an den betreffenden Stellen nachgewiesen wurde, auch für die vollkommene Heissdampfmaschine und Heissluftmaschine gültig ist und dass diese Gleichung alle die genannten Maschinen in gleicher Weise umfasst, wie obige Fig. 47 deren constructive, theoretisch dargestellte Anordnung. Bei dieser Maschine ist im Kessel bez. Heizapparate Druck und Temperatur grösser als im Condensator bez. Kühlapparate. Es ist daher einfach $T_1 > T_2$; hiernach wird L_m negativ, d. h. man gewinnt Arbeit, statt solche zum Betriebe der Maschine aufzuwenden, die Maschine verwandelt sich aus einer Arbeitsmaschine in eine Betriebs- oder Umtriebsmaschine. Kehrt man für diese Maschine in Gl. (13) rechts das Zeichen um, so erhält man in dem Werthe L_m das Maximum der Arbeit; jede Abweichung vom vollkommenen Process und den oben gemachten Annahmen führt auf einen kleineren Werth der gewonnenen Arbeit. Da auch bei dieser Maschine die Temperatur t_2 im Condensator resp. Kühlapparate ziemlich fest vorgeschrieben ist, so folgt die praktische Regel, die Temperatur t_1 möglichst hoch zu halten, um durch dieselbe Wärmemenge Q_1 die Arbeit L_m möglichst zu erhöhen. Die Heissluftmaschinen sollen daher mit hoher Temperatur und unsere gewöhnlichen Dampfmaschinen mit hohem Kesseldrucke oder stark überhitzten Wasserdämpfen arbeiten, wie oben bei der Betrachtung dieser Maschinen bereits betont worden ist.

Die Gleichung (13) giebt die Maschinenarbeit pro Schub, in der Technik bezieht man aber die Arbeit auf die Secunde; bezeichnet man daher die Wärmemenge, welche der Verdampfer der Salzlösung pro Secunde entzieht, mit Q_s und substituirt man diesen Werth statt Q_1 in Gl. (13), so giebt dann L_m die Arbeit, welche der Betrieb der Kaltdampfmaschine fordert, auf die Secunde bezogen, oder es ergiebt sich, wenn die Arbeit in Pferdestärken

(zu 75 Meterkilogrammen) ausgedrückt und mit N_m bezeichnet wird,

$$N_m = \frac{Q_s}{75 \cdot AT_1}(T_2 - T_1) \,. \tag{14}$$

Wird die Wärmemenge, durch welche die kältende Wirkung der Maschine beurtheilt werden soll, auf die Stunde bezogen und mit Q_h bezeichnet, so besteht die Beziehung

$$Q_h = 3600 \cdot Q_s \,. \tag{15}$$

Was nun die Dimensionen der Kaltdampfmaschinen betrifft, so kommt hier vor Allem die Grösse des Arbeitscylinders oder Compressors C für eine vorgeschriebene Leistung in Frage.

Das Volumen V_1 dieses Cylinders ist durch Gl. (8) bereits gegeben, doch kann man in dieser Formel das specifische Volumen σ der Flüssigkeit als sehr klein unbedenklich vernachlässigen und erhält dann

$$V_1 = G x_1 u_1 \,.$$

Nach Gl. (1) war aber $Q_1 = G r_1 (x_1 - x_3)$, daher folgt durch Division

$$V_1 = \frac{Q_1}{\frac{r_1}{u_1}\left(1 - \frac{x_3}{x_1}\right)} \,. \tag{16}$$

Das Volumen V_2 des Speisecylinders bestimmt sich durch die Formel

$$V_2 = G x_3 u_1 \,,$$

woraus

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{x_3}{x_1}$$

folgt, sofern die Kurbeln beider Kolben dieselbe Anzahl von Umdrehungen machen.

Ist F der Kolbenquerschnitt, s der Kolbenhub des Arbeitscylinders, und macht die Maschine (doppelt wirkend) in der Minute n Umdrehungen, so ist $V_1 = Fs$ und die Wärmemenge Q_s, welche der Verdampfer in der Secunde aufnimmt,

$$Q_s = \frac{2\,Q_1 n}{60} \,.$$

Die Substitution in Gl. (16) ergiebt daher zur Berechnung der

Grösse des Arbeitscylinders der vollkommenen Kaltdampfmaschinen die Gleichung

$$\frac{Fsn}{30} = \frac{Q_s}{\frac{r_1}{u_1}\left(1 - \frac{x_3}{x_1}\right)}, \tag{17^a}$$

oder, wenn man noch aus Gl. (5) den Werth x_3 substituirt,

$$\frac{Fsn}{30} = \frac{Q_s}{\frac{r_1}{u_1}\left(1 - \frac{T_1(\tau_2 - \tau_1)}{x_1 r_1}\right)}. \tag{17^b}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung enthält Temperaturfunctionen, die für die verschiedenen Dämpfe verschieden sind, und daher ist ersichtlich, dass bei gleichem Werthe von Q_s die Cylinderdimensionen je nach der angewandten Dampfart verschieden ausfallen werden; man wird daher als arbeitende Dämpfe solche wählen, deren Flüssigkeit nicht nur leicht und billig herstellbar ist, sondern die zugleich auf die kleinsten Maschinendimensionen führen.

Verbindet man Gl. (17^b) mit Gl. (14), was hier unterbleibt, so bekommt man noch die Beziehung zwischen den Dimensionen des Arbeitscylinders und der Arbeit N_m, welche die Maschine in Pferdestärken erfordert.

Von praktischer Wichtigkeit ist noch folgende Bemerkung.

Um aus 1 kg Wasser von 0° Eis von 0° zu erzeugen, muss demselben die Wärmemenge $r_0 = 79$ Cal. entzogen werden; hat das Wasser die Temperatur $t°$ und soll Eis von $-t_0°$ erzeugt werden, so ist die für 1 kg Wasser nöthige Wärmemenge

$$79 + t + ct_0 ,$$

wobei $c = 0{,}5$ die specifische Wärme des Eises bedeutet; setzt man im Mittel $t = 15°$ und, damit das Eis möglichst fest wird, $t_0 = -8°$, so erhält man rund 100 Calorien.

Will man daher stündlich E_h Kilogramme Eis erzeugen, so ist stündlich die Wärmemenge $Q_h = 100\, E_h$ dem Salzwasser zu entziehen.

Beispiel. Eine Kaltdampfmaschine arbeite mit Ammoniakdämpfen; die Temperatur im Verdampfer sei $t_1 = -15°$ und im Condensator $t_2 = +20°$, die Pressungen sind daher beziehungsweise $p_1 = 2{,}291$ und $p_2 = 8{,}509$ Atmosphären.

Nach Tabelle 9 des Anhanges ist für die angenommenen Temperaturen

$$\frac{r_1}{T_1} = 1{,}2536\,; \quad \frac{r_2}{T_2} = 1{,}0243\,;$$

$$\tau_1 = -0{,}0536\,; \quad \tau_2 = +0{,}0774\,.$$

Ist nun die specifische Dampfmenge am Ende des Ansaugens im Arbeitscylinder $x_1 = 0{,}90$, so ergiebt sich nach Gl. (4) die specifische Dampfmenge am Ende der Compression unter Benutzung vorstehender Werthe $x_2 = 0{,}9735$; es findet daher während der Compression bei Ammoniak ein Verdampfen statt, und der Dampf würde sich überhitzen, wenn er anfänglich trocken gesättigt, wenn also $x_1 = 1$ wäre. In diesem Falle, auf den ich zurückkomme, gelten obige Formeln nicht mehr und müssen durch andere ersetzt werden.

Aus Gl. (5) berechnet sich für den angenommenen Fall die specifische Dampfmenge am Ende der Expansion im Speisecylinder $x_3 = 0{,}1045$, und da nach der Tabelle $\frac{r_1}{u_1} = 619{,}80$ ist, so ergiebt Gl. (17a) und Gl. (14):

$$\frac{F s n}{30} = 0{,}001825\, Q_s \quad \text{und} \quad N_m = 0{,}767 \cdot Q_s\,.$$

Sollte die Maschine stündlich 36000 Calorien Wärme dem Salzwasser entziehen, so wäre $Q_s = 10$ und hiernach, wenn die Maschine $n = 50$ Umdrehungen in der Minute macht, das erforderliche Volumen des Arbeitscylinders $Fs = 0{,}0109$ cbm und die erforderliche Arbeit $N_m = 7{,}67$ Pferdestärken.

Fände Eisproduction statt und würde stündlich E_h kg Eis erzeugt, so wäre wegen $Q_h = 100\, E_h$

$$Q_s = \frac{100}{3600} \cdot E_h\,,$$

und daher:

$$N_m = 0{,}0213 \cdot E_h \quad \text{oder} \quad E_h = 47\, N_m\,.$$

Diese vollkommene Maschine würde demnach stündlich pro Pferdestärke 47 kg Eis liefern. Bei den ausgeführten Maschinen ist die Eisproduction natürlich wesentlich geringer.

§ 59. Process der wirklich ausgeführten Kaltdampfmaschinen und Arbeitsverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes.

Bei den wirklich ausgeführten Maschinen ist der Speisecylinder D (Fig. 47) nicht vorhanden, vielmehr strömt die Flüssigkeit unter dem Ueberdrucke im Condensator einfach durch ein mit einem Regulirventil versehenes Rohr nach dem Verdampfer. Ist nun w die Geschwindigkeit, mit welcher die Masse in den Verdampfer eintritt, so ist die in der Gewichtseinheit in Form von lebendiger Kraft enthaltene Arbeit $\frac{w^2}{2g}$ und diese Arbeit setzt

sich aus folgenden Theilen zusammen, wenn auf die Bewegungswiderstände keine Rücksicht genommen wird: Beim Austritt aus dem Condensator nimmt die Gewichtseinheit Flüssigkeit die Arbeit σp_2 auf, dieselbe expandirt nun adiabatisch auf den Druck p_1, wobei sich x_3 Kilogramme Dampf bilden und nach Gl. (3^b) die Arbeit

$$\frac{1}{A}(q_2 - q_1 - x_3 \varrho_1)$$

frei wird; beim Durchgange durch die Ausströmungsöffnung und dem Eintritt in den Verdampfer ist der constante Druck p_1 zu überwinden, was die Arbeit $p_1(x_3 u_1 + \sigma)$ fordert; man erhält daher durch Zusammenfassen mit Berücksichtigung der Beziehung $r_1 = \varrho_1 + A p_1 u_1$:

$$A\frac{w^2}{2g} = q_2 - q_1 - x_3 r_1 + A\sigma(p_2 - p_1) . \tag{18}$$

Benutzt man Gl. (5), so folgt auch

$$A\frac{w^2}{2g} = q_2 - q_1 - T_1(\tau_2 - \tau_1) + A\sigma(p_2 - p_1) \tag{19}$$

und diese Gleichung giebt das Mittel an die Hand, die Eintrittsgeschwindigkeit w zu berechnen. (Vergl. Gl. (8) S. 144.)

Denkt man sich Gl. (18) auf beiden Seiten mit dem Gewichte G der pro Schub übertretenden Masse multiplicirt, so erhält man rechts den aus Gl. (11) bekannten Werth, woraus hervorgeht, dass das Indicatordiagramm II (Fig. 47) die Arbeit repräsentirt, welche in der Masse beim Eintritte in den Verdampfer enthalten ist. Im Verdampfer breitet sich nun aber die Masse unter constantem Drucke p_1 aus und geht zur Ruhe über, die specifische Dampfmenge wächst von x_3 auf x_4, und man erhält daher die Beziehung

$$A\frac{w^2}{2g} = r_1(x_4 - x_3) , \tag{20}$$

weil die beim Uebergange zur Ruhe frei werdende Wärme zur Verdampfung unter constantem Drucke p_1 verwendet wird.

Durch Verbindung von Gl. (20) mit Gl. (18) erhält man

$$x_4 r_1 = q_2 - q_1 + A\sigma(p_2 - p_1) , \tag{21}$$

woraus sich die specifische Dampfmenge x_4 am Ende der Ausbreitung berechnet.

Bei dieser Maschine wird daher pro Schub des Kolbens im Arbeitscylinder von Seiten des Verdampfers der Salzlösung die Wärmemenge

$$Q_1 = G r_1 (x_1 - x_4) \tag{22^a}$$

entzogen werden. Vergleicht man diese Formel mit Gl. (1), so erkennt man, da $x_4 > x_3$ ist, dass die ausgeführte Maschine, im Vergleich mit der theoretisch vollkommenen, der Salzlösung unter sonst gleichen Verhältnissen eine geringere Wärmemenge entzieht; es wird also das bereits Erwähnte bestätigt, dass mit der directen Ueberführung der Flüssigkeit aus dem Condensator in den Verdampfer eine verminderte Leistung verbunden ist.

Die Wärmemenge Q_2, welche das Kühlwasser dem Condensator entziehen muss, ist dagegen hier dieselbe, wie bei der vollkommenen Maschine,

$$Q_2 = G r_2 x_2 \,. \tag{22^b}$$

Bezeichnet L die Arbeit, welche zum Betriebe der Maschine erforderlich ist, so folgt

$$A L = Q_2 - Q_1 \,. \tag{23}$$

Benutzt man hier die vorstehenden Gleichungen, indem man mittelst Gl. (21) x_4 eliminirt, so ergiebt sich

$$A L = G[q_2 - q_1 + x_2 r_2 - x_1 r_1 + A\sigma(p_2 - p_1)] \tag{24}$$

identisch mit Gl. (10), wie das auch sein muss, da bei vorliegender Maschine kein Speisecylinder vorhanden ist und daher die ganze Arbeit vom Arbeitscylinder, dem Compressor, absorbirt wird. Ohne Benutzung von Gl. (21) ergiebt sich aus Gl. (23)

$$A L = G[r_2 x_2 - r_1 (x_1 - x_4)]$$

und hieraus folgt durch Division mittelst Gl. (22ª)

$$\frac{A L}{Q_1} = \frac{r_2 x_2 - r_1 (x_1 - x_4)}{r_1 (x_1 - x_4)}\,, \tag{25^a}$$

welche Gleichung hier an die Stelle von Gl. (13) tritt. Bezieht man die Wärmemenge, welche der Verdampfer dem Salzwasser entzieht, auf die Secunde, bezeichnet man dieselbe mit Q_s und drückt man die Arbeit in Pferdestärken aus, so folgt

$$N = \frac{Q_s [r_2 x_2 - r_1 (x_1 - x_4)]}{75 A r_1 (x_1 - x_4)} \tag{25}$$

an Stelle von Gl. (14).

Das Volumen V_1 des Arbeitscylinders ist $G x_1 u_1$ und daher, wenn G aus Gl. (22ᵃ) substituirt wird,

$$V_1 = \frac{Q_1}{\frac{r_1}{u_1}\left(1 - \frac{x_4}{x_1}\right)}.$$

Formt man die Gleichung auf demselben Wege um, wie dies mit Gl. (16) geschah, so ergiebt sich endlich für den doppelt wirkenden Arbeitscylinder

$$\frac{Fsn}{30} = \frac{Q_s}{\frac{r_1}{u_1}\left(1 - \frac{x_4}{x_1}\right)} \tag{26^a}$$

oder unter Benutzung von Gl. (21)

$$\frac{Fsn}{30} = \frac{Q_s}{\frac{r_1}{u_1}\left[1 - \frac{q_2 - q_1 + A\sigma(p_2 - p_1)}{x_1 r_1}\right]}, \tag{26^b}$$

welche Gleichungen an die Stelle von Gln. (17ᵃ) und (17ᵇ) treten. Da $x_4 > x_3$, so ergiebt sich, dass der Arbeitscylinder bei der wirklich ausgeführten Maschine etwas grösser ausfällt, wie bei der vollkommenen, dafür fällt allerdings der Speisecylinder fort.

In vorstehenden Formeln ist die Beziehung zwischen x_1 und x_2 durch Gl. (4) gegeben, während x_4 durch Gl. (21) zu bestimmen ist; im Uebrigen gelten die Formeln unter der ausdrücklichen Voraussetzung, dass sich der Dampf im Cylinder nicht überhitzt, dass die Cylinderwandungen für Wärme unempfänglich sind und endlich, dass kein schädlicher Raum vorliegt.

Um nun die wirklich ausgeführte Maschine, zunächst unter den so eben erwähnten Einschränkungen, mit der theoretisch vollkommenen Maschine zu vergleichen oder, technisch gesprochen, den W i r k u n g s g r a d der ersteren zu ermitteln, wird man einfach das Verhältniss der Wärmemengen zu bestimmen haben, welche beide Maschinengattungen b e i g l e i c h e r B e t r i e b s a r b e i t der Salzlösung in gleicher Zeit entziehen. Denkt man an die Arbeit pro Schub bei gleicher Umdrehungszahl, bezeichnet Q an Stelle von Q_1 die Wärmemenge, welche bei der Maschine ohne Speisecylinder der Salzlösung pro Schub entzogen wird, und setzt man ebenso bei der vollkommenen Maschine vorübergehend Q_m

an die Stelle von Q_1, so ergiebt sich der Wirkungsgrad η der wirklich ausgeführten Maschine

$$\eta = \frac{Q}{Q_m} \,. \tag{27}$$

Nun ist aber nach Gl. (25[a]), wenn man den Werth der rechten Seite dieser Gleichung kurz mit φ bezeichnet,

$$\frac{AL}{Q} = \frac{r_2 x_2}{r_1 (x_1 - x_4)} - 1 = \varphi \,, \tag{28}$$

und ferner nach Gl. (13), wenn man für den Werth der rechten Seite derselben die Bezeichnung φ_m einführt,

$$\frac{AL_m}{Q_m} = \frac{T_2}{T_1} - 1 = \varphi_m \,. \tag{29}$$

Angenommen nun, die Betriebsarbeit bei beiden Maschinen wäre die gleiche, also $L = L_m$, so ergiebt die Division der letzten beiden Formeln

$$\eta = \frac{Q}{Q_m} = \frac{\varphi_m}{\varphi} \,. \tag{27a}$$

Setzt man dagegen in Gln. (28) und (29) $Q = Q_m$, so folgt

$$\eta = \frac{L_m}{L} = \frac{N_m}{N} = \frac{\varphi_m}{\varphi} \,, \tag{27b}$$

wonach sich der Wirkungsgrad auch findet, wenn man die beiden Arbeitsquantitäten L und L_m oder N und N_m für gleiche Kältewirkung ermittelt.

Bezeichnet übrigens ζ_1 den Effectverlust, welcher der Unvollkommenheit des Processes, wegen Weglassung des Speisecylinders, entspricht, so findet sich

$$\zeta_1 = 1 - \eta = \frac{\varphi - \varphi_m}{\varphi} \,. \tag{30}$$

Die Verbindung der Gln. (22[a]) und (22[b]) ergiebt endlich noch

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{r_2 x_2}{r_1 (x_1 - x_4)} = 1 + \varphi \,, \tag{31}$$

wobei Q_2 die Wärmemenge ist, welche dem Condensator in derjenigen Zeit entzogen werden muss, in welcher die Wärmemenge Q_1 von der Salzlösung in den Verdampfer tritt. Die in gleicher

Zeit erforderliche Kühlwassermenge ergiebt sich, in Kilogrammen gemessen, wenn man Q_1 durch die vorauszusetzende Temperaturerhöhung dividirt. Bezieht sich $Q_1 = Q_s$ auf die Secunde, so ist das gleiche mit Q_2 der Fall.

Aus vorstehenden Gleichungen folgt noch das für die Praxis wichtige Resultat, dass bei gleichen Temperaturgrenzen und gleichem Werthe von x_1 der Effectverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes und die erforderliche Kühlwassermenge bei verschiedenen Dampfarten verschieden ausfallen, weil der nach Gl. (28) und (31) bestimmte Werth von φ von den Temperaturfunctionen r, q und τ abhängig ist.

Beispiel. Eine Kaltdampfmaschine, Linde'sche Maschine, arbeitet mit Ammoniakdämpfen zwischen den Grenztemperaturen $t_1 = -15^\circ$ und $t_2 = +20^\circ$. Die specifische Dampfmenge im Compressor sei am Ende des Ansaugens $x_1 = 0{,}90$.

Hier berechnet sich unter Zuhülfenahme von Tab. 9 die specifische Dampfmenge am Ende der Compression nach Gl. (4) $x_2 = 0{,}9735$ und die specifische Dampfmenge nach der Ausbreitung im Verdampfer nach Gl. (21) $x_4 = 0{,}1126$.

Nach Gl. (21) beträgt die Betriebsarbeit $N = 0{,}832\, Q_s$ Pferdestärken, also mehr, als bei der theoretisch vollkommenen Maschine; die Grösse des Arbeitscylinders oder Compressors bestimmt sich nach Gl. (26a) durch

$$\frac{Fsn}{30} = 0{,}001844\, Q_s\,,$$

also nur wenig grösser, als bei der vollkommenen Maschine (s. Beispiel S. 458).

Aus den Gln. (28) und (29) bestimmt sich $\varphi = 0{,}1472$ und $\varphi_m = 0{,}1357$ und hiernach aus Gl. (27a) der Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}922\,,$$

und der Effectverlust in Folge der Unvollkommenheit des Processes:

$$\zeta_1 = 0{,}078\,.$$

Die Weglassung des Speisecylinders und die directe Ueberführung des flüssigen Ammoniaks aus dem Condensator nach dem Verdampfer verursacht also einen Arbeitsverlust von ungefähr 8% der gesammten Betriebsarbeit. Der Wärmeentzug am Condensator beträgt $Q_2 = 1{,}1472\, Q_s$ pro Secunde.

Auf dem gleichen Wege, wie im vorigen Beispiele, findet sich, dass die vorliegende Maschine stündlich pro Pferdestärke 43 kg Eis liefern würde, ein Werth, der in der Praxis ebenfalls nicht erreicht werden kann.

Von besonderer Wichtigkeit ist es aber, Maschinen mit einander zu vergleichen, welche unter sonst gleichen Umständen mit

verschiedenen Dampfarten arbeiten. Der Bau der oben entwickelten Formeln erschwert den Vergleich, es ist aber hinreichend, die Ergebnisse numerischer Rechnungen an einem bestimmten Beispiele, wie das folgende, bei der Beurtheilung zum Anhalt zu nehmen.

Beispiel. Die Temperatur im Verdampfer sei, wie im vorigen Beispiele, $t_1 = -15°$; die im Condensator $t_2 = +20°$; die specifische Dampfmenge im Compressor am Ende des Ansaugens sei $x_1 = 0{,}90$. Für die vier im Folgenden genannten Dämpfe folgen dann unter Benutzung der entsprechenden Tabellen des Anhanges die angegebenen Rechnungsresultate.

	Aether	Schweflige Säure	Ammoniak	Kohlensäure
1. $p_1 =$	0.1214	0.8265	2.3670	23.9052 kg
2. $p_2 =$	0.5885	3.3474	8.7923	60.7969 kg
3. $x_2 =$	0.840	0.966	0.973	0.940
4. $x_4 =$	0.196	0.145	0.113	0.469
5. $N =$	0.883 Q_s	0.849 Q_s	0.832 Q_s	1.476 Q_s
6. $\frac{Fsn}{30} =$	0.03392 Q_s	0.00513 Q_s	0.00184 Q_s	0.00049 Q_s
7. $Q_2 =$	1.156 Q_s	1.150 Q_s	1.147 Q_s	1.261 Q_s
8. $\eta =$	0.869	0.903	0.922	0.522
9. $\zeta_1 =$	0.131	0.097	0.078	0.480
10. $N_m =$	0.767 Q_s			

Die vorstehende Uebersicht lässt recht deutlich das Verhalten der verschiedenen einfachen Dämpfe erkennen, welche bis jetzt bei Kaltdampfmaschinen in Anwendung gekommen sind.

Zeile 1 giebt bei den vorausgesetzten Grenztemperaturen den Druck im Verdampfer in Kilogrammen pro Quadratcentimeter (absolut) gemessen; Zeile 2 den Druck im Condensator. Zeile 3 giebt die specifische Dampfmenge x_2 nach Gl. (4) berechnet, am Ende der adiabatischen Compression im Arbeitscylinder oder Compressor; da die anfängliche specifische Dampfmenge $x_1 = 0{,}90$ vorausgesetzt worden ist, so ergiebt sich bei Aether ein Niederschlagen von Dampf, bei den übrigen Dämpfen ein Verdampfen, wie das nach den Untersuchungen auf S. 60 zu erwarten stand.

Zeile 4 giebt die specifische Dampfmenge x_4 der vom Condensator kommenden Flüssigkeit nach ihrer Ausbreitung im Ver-

dampfer, berechnet nach Gl. (21). Hier tritt in auffälliger Weise die Kohlensäure hervor, von welcher im Verdampfer wegen der directen Ueberführung nur wenig mehr, als dem Gewichte nach die Hälfte im flüssigen Zustande Wärme entziehend zur Verwerthung gelangt.

Zeile 5 giebt die theoretische Betriebsarbeit der wirklich ausgeführten Maschine in Pferdestärken nach Gl. (25), wobei Q_s die Wärmemenge darstellt, die pro Secunde der Heizflüssigkeit, der Salzlösung, entzogen wird. Das hierbei hervortretende ungünstige Verhalten der Kohlensäure wird sogleich näher besprochen werden. Die Betriebsarbeit der vollkommenen Maschine, die hier bei allen vier Dampfarten wegen gleicher Grenztemperaturen die gleiche ist, ist in Zeile 10 angegeben.

Zeile 6 giebt nach Gl. (26^a) das Compressorvolumen bei gleicher Umdrehungszahl n; setzt man hierbei das Volumen des Arbeitscylinders der Ammoniakmaschine $= 1$, so ergeben die aufgeführten Zahlenwerthe das Verhältniss:

Aether		Schweflige Säure		Ammoniak		Kohlensäure
18,43	:	2,79	:	1	:	0,27 .

Aus Gl. (26^a) ist ersichtlich, dass diese Werthe nahezu im gleichen Verhältniss stehen, wie die reciproken Werthe von

$$\frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}$$

für die betreffenden Dämpfe, man also aus der Spannungscurve eines Dampfes allein schon auf die Grösse des Compressors einen ungefähren Schluss ziehen kann.

Zeile 7 ergiebt die Wärmemenge, welche dem Condensator pro Secunde zu entziehen ist, sowie Zeile 8 den Wirkungsgrad η und Zeile 9 den Effectverlust ζ_1, welcher der Unvollkommenheit des Processes, also dem Umstande entspringt, dass bei den ausgeführten Maschinen der Speisecylinder nicht angewendet wird, die Flüssigkeit vielmehr direct aus dem Condensator nach dem Verdampfer strömt.

Für die angenommenen Temperaturgrenzen stellt sich nach Zeile 8 der hieraus entspringende Verlust bei der Ammoniakmaschine auf ungefähr 8%, also noch so gering, dass sich hier die Weglassung des Speisecylinders allenfalls rechtfertigen lässt; grösser ist der Verlust schon bei schwefliger Säure und Aether, nämlich bez. 10 und 13%, ganz unverhältnissmässig

gross, nämlich 48 % ist dieser Verlust aber bei den Kohlensäuremaschinen; der Wirkungsgrad dieser Maschinen stellt sich, abgesehen von allem Anderen, nur auf ungefähr 0,5, — woraus folgt, dass man bei der Anwendung der Kohlensäure, die den Vortheil bietet, dass sie die kleinsten Compressordimensionen verlangt, die directe Ueberführung der flüssigen Kohlensäure aus dem Condensator nach dem Verdampfer durchaus unterlassen und durch Zufügen eines Speisecylinders oder auf anderem geeigneten Wege den Process dem der vollkommenen Maschine näher bringen sollte*). Wollte man übrigens die obere Temperatur über 31° und die obere Druckgrenze bei Kohlensäure über 75,5 Atmosphären heben, so würde die Maschine überhaupt wirkungslos, weil sich dann die Kohlensäure wie ein permanentes Gas verhält, und bei Kaltluftmaschinen, wie in Bd. I, S. 373 hervorgehoben worden ist, der Speise- und Expansionscylinder einen nothwendigen und wesentlichen Theil bildet.

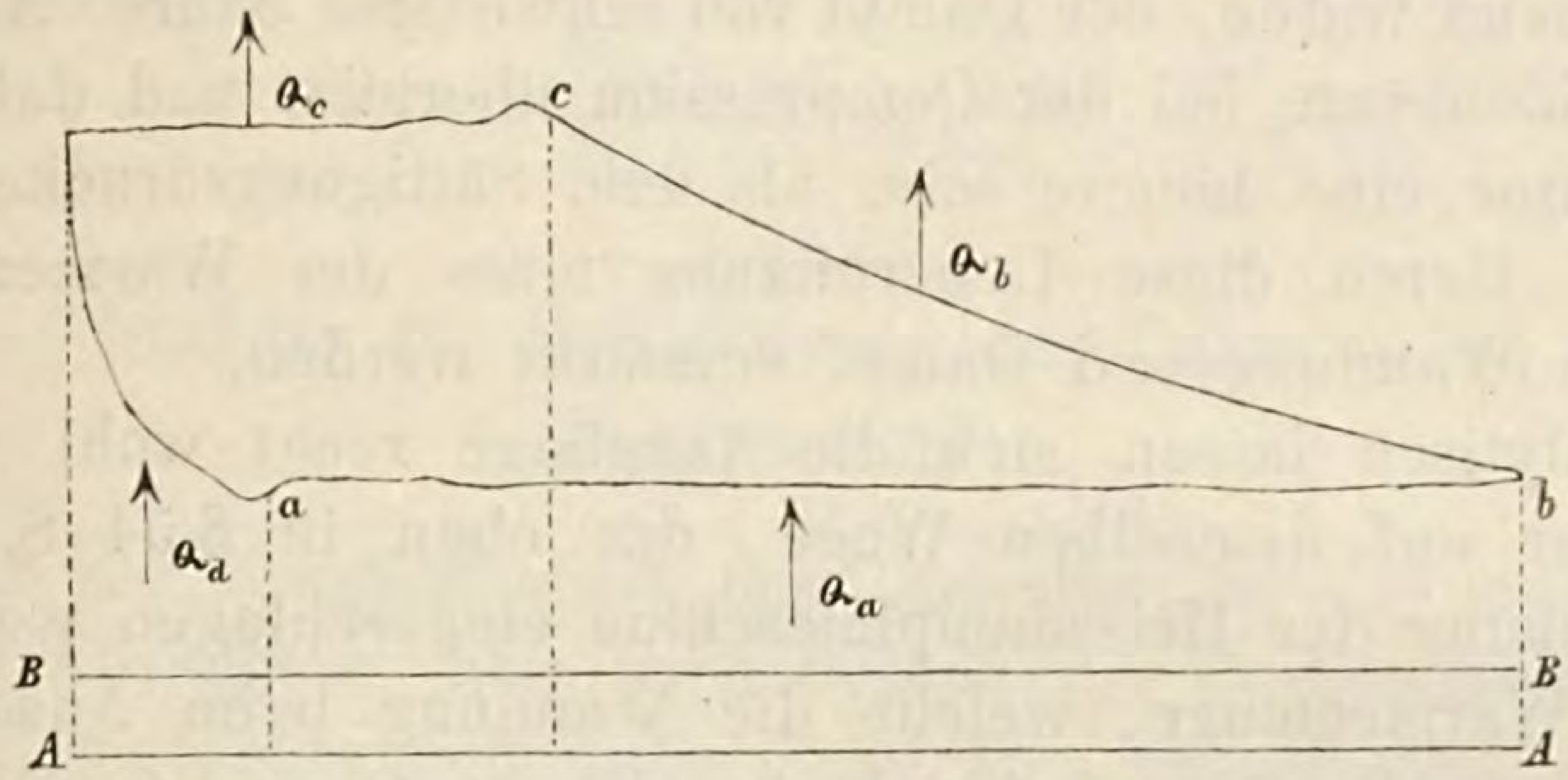
§ 60. Ueber den Einfluss des schädlichen Raumes und der Cylinderwandungen des Compressors.

Die oben vorgeführten Untersuchungen der Kaltdampfmaschinen bedürfen wesentlicher Erweiterungen, wenn die Rechnungsergebnisse mit den Beobachtungen übereinstimmen sollen, die man an den ausgeführten Maschinen gemacht hat. Zunächst ist klar, dass der Druck im Cylinder beim Ansaugen kleiner sein wird, als im Verdampfer, und umgekehrt der Druck des Dampfes im Cylinder beim Hinausschieben grösser ist, als im Condensator; über diese Druckdifferenzen liegen noch keinerlei genauere Beobachtungen vor, man kann nur sagen, dass diese Differenzen nicht bedeutend sind und dass man bei den Rechnungen den bei den Heissdampfmaschinen besprochenen Ausweg wählen wird, indem man nämlich bei der Berechnung der Betriebsarbeit unter den oben mit p_1 und p_2 bezeichneten Pressungen nicht den Druck im Verdampfer und Condensator, sondern die Pressungen im Cylinder beim Ansaugen und Hinausschieben versteht.

*) Windhausen hat neuerdings für Kohlensäuremaschinen den Speisecylinder eingefügt. Die Anordnung ist ihm 1887 sogar patentirt worden (D. R. P. Nr. 44 838. Cl. 17), obgleich ich schon 1881 in der auf S. 445 citirten Abhandlung auf die Zweckmässigkeit der allgemeinen Anwendung des Speisecylinders aus theoretischen Gründen hingewiesen hatte.

Eigenthümlich wirkt der schädliche Raum. Am Ende des Schubes ist derselbe mit Dampf vom höheren Drucke p_2 gefüllt; geht nun der Kolben vorwärts, so expandirt zunächst die Masse bis auf den Verdampferdruck p_1 oder richtiger etwas unter diesen Werth, bevor sich das Saugventil öffnet. Bei den sehr sorgfältig construirten Linde'schen Maschinen, bei denen der schädliche Raum ausserordentlich klein ist (kaum 0,01 des Raumes, den der Kolben pro Schub zurücklegt), ist doch der Kolbenweg vor dem Dampfeintritte nicht unbedeutend. Fig. 48 zeigt eine möglichst getreue

Fig. 48.



Wiedergabe des Indicatordiagrammes einer Linde'schen Maschine, *AA* ist die Nulllinie und *BB* die atmosphärische Linie. Da nun der Kolben nur während des Weges *ab* Dampf ansaugt, so tritt als erste Wirkung des schädlichen Raumes die hervor, dass der Kolben ein geringeres Gewicht *G* von Dampf und Flüssigkeit ansaugt, als die oben entwickelten Formeln angeben.

Diese Grösse wird aber auch noch durch einen anderen Umstand herabgezogen; obgleich die Temperaturdifferenzen, zwischen welchen diese Maschinen arbeiten, nach den obigen Rechnungen nur gering erscheinen, so ändern sich doch die Verhältnisse, wenn theilweise Ueberhitzung des Dampfes im Cylinder vorliegt. In diesem Falle tritt der Einfluss der Cylinderwandungen hervor, der wenigstens im Allgemeinen noch besprochen werden soll.

Da bei der Compression Temperaturerhöhung stattfindet, so wird die Cylinderwandung während derselben und auch während des Dampfaustrittes Wärme aufnehmen, dagegen bei der Expansion und während des Ansaugens Wärme an den Dampf abgeben. Von besonderem Einflusse wird der Wärmeaustausch beim Ansaugen sein; beim Beginn des Ansaugens findet der vom Verdampfer kom-

mende Dampf im Cylinder am Ende der Expansion zwar Dampf von nahezu gleichem Drucke, aber wahrscheinlich von höherer Temperatur vor; durch das Mischen und die weitere Wärmemittheilung von Seiten der Wandung während des Ansaugens wird nun offenbar das Mischungsverhältniss von Dampf und Flüssigkeit geändert, in der Art, dass die specifische Dampfmenge x_1 am Ende des Ansaugens grösser ist, als die des vom Verdampfer kommenden Dampfes. Es liegt daher die Möglichkeit vor, dass der Dampf am Ende des Ansaugens selbst überhitzt ist; aber auch, wenn er nur trocken gesättigt, also $x_1 = 1$, sein sollte, wird doch, wie oben gezeigt wurde, der Dampf von schwefliger Säure, Ammoniak oder Kohlensäure bei der Compression überhitzt und daher seine Temperatur eine höhere sein, als dem Sättigungsdrucke p_2 entspricht. Durch diese Ueberhitzung muss der Wärmeaustausch zwischen Wandung und Dampf verstärkt werden.

Analytisch lassen sich die Vorgänge recht wohl verfolgen und zwar auf demselben Wege, der oben in § 54 S. 411 bei Untersuchung der Heissdampfmaschine eingeschlagen wurde. Ist Q_a die Wärmemenge, welche die Wandung beim Ansaugen an den eintretenden Dampf abgiebt, bezeichnen Q_b und Q_c die Wärmemengen, welche bei der Compression und dem Austritte von der Wandung aufgenommen werden und ist endlich Q_d die Wärme, welche die Wandung bei der Expansion an den im schädlichen Raume zurückgebliebenen Dampf abgiebt, so lassen sich diese Grössen mit den einzelnen Flächentheilen des Indicatordiagrammes in Beziehung setzen, wie am angegebenen Orte gezeigt wurde; man stösst aber hier auf dieselben Schwierigkeiten bei Bestimmung des Zustandes der Mischung am Ende des Einströmens, weil der Zustand des im schädlichen Raume zurückgebliebenen Dampfes im Augenblicke der Eröffnung des Saugventiles unbekannt ist. Nach dem Gesagten möge hier die Aufstellung der betreffenden Gleichungen, die in der Form mit den angezogenen im Allgemeinen übereinstimmen und sich erforderlichen Falles auf dem dort angegebenen Wege leicht entwickeln lassen, unterbleiben.

Bemerkenswerth ist, dass die Compressionscurve in den Indicatordiagrammen der Kaltdampfmaschinen (*bc* in Fig. 48) allgemein sehr regelmässig verläuft. Gestattet man sich die Annahme, die Curve dürfe als eine gleichseitige Hyperbel angesehen

werden und ebenso die Expansionscurve des aus dem schädlichen Raume V_0 vom Drucke p_2 auf den Druck p_1 expandirenden Dampfes, und ist V_1 der gesammte Kolbenweg (AA Fig. 48), in Volumeneinheiten gemessen, so findet sich auf dem bei Ableitung von Gl. (62), S. 410 unter Zugrundelegung von Fig. 42 eingeschlagenen Wege als Näherungsformel für die indicirte Betriebsarbeit des Compressors:

$$L = V_1 p_1 \operatorname{logn} \frac{p_2}{p_1},$$

oder mit hinreichender Genauigkeit in Meterkilogrammen auf die Secunde bezogen:

$$L_i = \frac{Fsn}{30} \cdot p_1 \operatorname{logn} \frac{p_2}{p_1}. \tag{32}$$

§ 61. Einfluss der Ueberhitzung des Dampfes bei der Compression.

Ueber die Beschaffenheit des Dampfes im Compressor am Ende des Ansaugens, also beim Beginn der Compression liegen bestimmte Beobachtungen noch nicht vor; anzustreben ist aber, wenigstens bei Anwendung von schwefliger Säure, Ammoniak und Kohlensäure, dass in diesem Zustande der Dampf nass ist, also einen gewissen Theil Flüssigkeit enthält, um bei der Compression die Ueberhitzung zu umgehen; am besten würde es sein, wenn der Dampf am Ende der Compression gerade trocken gesättigt wäre, was dann allerdings einen ganz bestimmten Werth der specifischen Dampfmenge x_1 am Ende des Ansaugens voraussetzen würde.

Bei einer im Gange befindlichen Maschine kann man sich von dem Grade der Ueberhitzung und ob solche überhaupt vorhanden ist, leicht im Allgemeinen dadurch überzeugen, dass man die Hand an das Rohr legt, welches den Compressor mit dem Condensator verbindet.

Nach den bisherigen Erfahrungen dürfte bei den Linde'schen Ammoniakmaschinen der Forderung, dass beim Beginn der Compression nasser Dampf vorliegt, immer entsprochen werden.

Wie schon oben bemerkt wurde, giebt die Cylinderwandung während des Ansaugens Wärme an den Dampf ab; angenommen, derselbe sei am Ende in der That überhitzt und seine absolute Temperatur sei T_x, so bestimmt sich seine Temperatur T_y am

Ende der adiabatischen Compression für die vorgenannten drei Dampfarten nach der Formel (44) S. 233

$$\frac{T_y}{T_x} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^m, \tag{33}$$

wobei zu setzen ist für schweflige Säure $m = 0{,}2284$ (S. 269), für Ammoniak $m = 0{,}2442$ (S. 255) und für Kohlensäure $m = 0{,}233$ (S. 274).

Bei der noch vorliegenden Unsicherheit in Betreff der Temperatur t_x möge im Folgenden nur der Fall Beachtung finden, dass der Dampf am Ende des Ansaugens gerade trocken gesättigt, also $t_x = t_1$ und $x_1 = 1$ sei; dann findet sich für die wirklich ausgeführte Maschine, d. h. bei Weglassung des Speisecylinders, zunächst aus vorstehender Gleichung:

$$\frac{T_y}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^m. \tag{33a}$$

Hierauf folgt die Wärmemenge Q_1, welche pro Schub, ohne Berücksichtigung des Einflusses der Cylinderwandungen, der Salzlösung entzogen wird und in den Verdampfer tritt, nach Gl. (22a):

$$Q_1 = G r_1 (1 - x_4)\ , \tag{34}$$

wobei x_4 durch Gl. (21), nämlich

$$x_4 r_1 = q_2 - q_1 + A\sigma(p_2 - p_1)$$

zu bestimmen und für q_2 die Flüssigkeitswärme zu substituiren ist, die der dem Drucke p_2 entsprechenden Sättigungstemperatur t_2 zukommt.

Die Wärmemenge Q_2 dagegen, welche pro Schub dem Condensator zu entziehen ist, findet sich an Stelle von Gl. (22b) S. 460:

$$Q_2 = G[r_2 + c_p(t_y - t_2)]\ . \tag{35}$$

Die theoretische Betriebsarbeit der Maschine pro Schub bestimmt sich aus

$$AL = Q_2 - Q_1\ , \tag{36}$$

und hieraus folgt an Stelle von Gl. (25a) durch Verbindung vorstehender Formeln

$$\frac{AL}{Q_1} = \frac{r_2 + c_p(t_y - t_2) - r_1(1 - x_4)}{r_1(1 - x_4)}\ , \tag{37}$$

oder, wenn Q_s die Wärmemenge auf die Secunde bezogen bezeichnet und N die Betriebsarbeit in Pferdestärken bedeutet:

$$N = \frac{r_2 + c_p(t_y - t_2) - r_1(1 - x_4)}{75\,A r_1(1 - x_4)} \cdot Q_s\,. \tag{38}$$

Die Wärmemenge, welche dem Condensator pro Secunde zu entziehen ist, findet sich aus

$$Q_2 = \frac{r_2 + c_p(t_y - t_2)}{r_1(1 - x_4)} Q_s\,. \tag{39}$$

Beispiel. Bei einer Ammoniak-Kaltdampfmaschine, welche zwischen der Verdampfertemperatur $t_1 = -15^\circ$ und der Condensatortemperatur $t_2 = +20^\circ$ arbeitet, finde sich im Compressor am Ende des Ansaugens trockner Dampf vor.

Hier folgt unter Benutzung von Tab. 9 des Anhanges nach Gl. (33[a]) für $m = 0{,}2442$

$$\frac{T_y}{T_1} = 1{,}3778\,,$$

wonach $t_y = 82{,}^\circ 5$, also eine Ueberhitzung von $t_y - t_2 = 62{,}^\circ 5$ vorliegt.

Aus Gl. (21) folgt $x_4 = 0{,}113$ und wegen $c_p = 0{,}5084$ nach den Gln. (34) und (35)

$$Q_1 = 286{,}90\,G \quad \text{und} \quad Q_2 = 331{,}89\,G\,.$$

Demnach ist weiter nach den Gln. (36) und (37)

$$\frac{AL}{Q_1} = 0{,}157\,,$$

und die Betriebsarbeit in Pferdestärken

$$N = 0{,}886\,Q_s\,,$$

sowie die Wärmemenge Q_2 auf die Secunde bezogen (vergl. das Beispiel S. 463):

$$Q_2 = 1{,}157\,Q_s\,.$$

Berechnet man unter denselben Voraussetzungen eine Maschine, welche mit Kohlensäure betrieben wird, so findet sich hier die Temperatur am Ende der Compression

$$t_y = 47{,}^\circ 69\,,$$

während die Sättigungstemperatur $t_2 = 20^\circ$ beträgt. Die Temperatur des überhitzten Dampfes stellt sich daher höher, als die kritische Temperatur $t_k = 31^\circ$; da aber der Dampf nur eine Pressung von 60,797 kg hat, also weniger als 75,5 Atmosphären, so wird bei dem Uebertritte vom Compressor zum Condensator, der unter constantem Druck erfolgt, doch die Condensation bewirkt.

Da für Kohlensäure im Mittel $c_p = 0{,}1952$ ist, so findet sich auf demselben Wege, wie vorhin, die Betriebsarbeit

$$N = 1{,}391\,Q_s\,,$$

und die dem Condensator zu entziehende Wärmemenge

$$Q_2 = 1{,}246\,Q_s\,,$$

Werthe, die sich etwas günstiger, als in dem Beispiele S. 464 stellen, immerhin aber noch unverhältnissmässig gross erscheinen.

§ 62. Ueber die Berechnung neuer Maschinen.

Bei der Construction einer neuen Maschine ist die Wärmemenge Q_s als gegeben anzusehen, welche der Verdampfer der Salzlösung pro Secunde zu entziehen hat. Man wählt dann die Grenztemperaturen t_1 und t_2 und die specifische Dampfmenge x_1 im Cylinder beim Beginn der Compression; da über den letzteren Werth zur Zeit keinerlei Anhalt gegeben ist, so wird man ihn bis auf Weiteres mit Hülfe von Gl. (4) S. 452 so wählen, dass bei der Compression keine Ueberhitzung auftritt, also die specifische Dampfmenge x_2 am Ende der Compression $= 1$ oder wenig kleiner ist. Man verwendet nun zur Berechnung der Maschine die in § 59 abgeleiteten Formeln, aber unter der Berücksichtigung, dass dieselben sowohl für die Grösse des Arbeitscylinders, wie für die indicirte Arbeit Minimalwerthe ergeben, weil sie ohne jede Rücksicht auf Arbeitsverluste aufgestellt worden sind. So lange nun ausführliche Versuchsreihen nicht vorliegen, wird man am besten Gl. (26[a]) auf der rechten Seite mit einem gewissen Constructionscoefficienten φ multipliciren, der solcher Art zu wählen ist, dass die Grösse des Cylinders derjenigen entspricht, wie sie sich bis jetzt bei guten Ausführungen bewährt hat. Es wäre demnach

$$\frac{Fsn}{30} = \varphi \cdot \frac{Q_s}{\frac{r_1}{u_1}\left(1 - \frac{x_4}{x_1}\right)},$$

oder wenn man hier Gl. (21) benutzt und daselbst das Glied $A\sigma(p_2 - p_1)$ als sehr klein vernachlässigt,

$$\frac{Fsn}{30} = \varphi \cdot \frac{Q_s}{\frac{r_1}{u_1} - \frac{q_2 - q_1}{x_1 u_1}}. \tag{40}$$

Die theoretische Betriebsarbeit bestimmt sich, in Pferdestärken ausgedrückt, nach Gl. (25); wenn man daselbst $r_1 x_4 = q_2 - q_1$ substituirt, so folgt

$$N = \frac{[(r_1 x_2 + q_2) - (r_1 x_1 + q_1)]}{75\, A\,(r_1 x_1 + q_1 - q_2)} \cdot Q_s\,. \tag{41}$$

Die effective Arbeit N_e, welche der Betrieb der Maschine fordert, ist natürlich grösser. Da der Versuch einer Ermittelung des Verhältnisses der beiden Arbeitsquantitäten auf dem Rechnungswege zur Zeit völlig aussichtslos ist, so wird man bis auf

Weiteres auch hier durch Einführung eines Correctionsfactors ψ den wirklichen Verhältnissen zu entsprechen suchen und setzen

$$N_e = \psi \cdot N\,. \tag{42}$$

Hierbei liesse sich vielleicht zur Bestimmung der Arbeit N die oben entwickelte Näherungsformel (32) benutzen und setzen

$$N_e = \psi \cdot \frac{Fsn}{30 \cdot 75} p_1 \operatorname{logn} \frac{p_2}{p_1}\,.$$

Bis auf Weiteres dürften die beiden Correctionscoefficienten

$$\varphi = \frac{4}{3} \quad \text{und} \quad \psi = \frac{5}{4}$$

anzunehmen sein; man erhält bei deren Benutzung Resultate, die mit den Linde'schen Ausführungen gut übereinstimmen.

Für die Heizfläche O_1 des Verdampfers dürfte nach Linde's Ausführungen etwa $O_1 = 3{,}6 \cdot Q_s$ und für die Kühloberfläche O_2 des Condensators $O_2 = 2{,}9 \cdot Q_s$ Quadratmeter zu setzen sein.

Nun kommt es im Weiteren noch darauf an, die Kühlwassermenge zu ermitteln, die pro Secunde oder stündlich durch den Condensator geführt werden muss. Durch Division der Gleichungen (22^a) und (22^b) erhält man

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{r_2 x_2}{r_1 (x_1 - x_4)} = \frac{r_2 x_2}{r_1 x_1 + q_1 - q_2}\,.$$

Ist G_k das Gewicht der Kühlwassermenge pro Secunde, sind t' und t'' die Temperaturen desselben beim Ein- und Austritt, und setzt man in vorstehendem Ausdrucke Q_s für Q_1, so folgt zur Berechnung von G_k

$$G_k (q'' - q') = \frac{r_2 x_2 Q_s}{r_1 x_1 + q_1 - q_2}\,. \tag{43}$$

Man kann hier unbedenklich $q'' = t''$ und $q' = t'$ setzen; t' ist die Temperatur, welche das herbeikommende Kühlwasser besitzt; t'' die Temperatur, welche dasselbe beim Austritte aus dem Condensator hat und welche ungefähr 5° niedriger als die Temperatur t_2 im Condensator ist.

Beispiel. Handelt es sich um Berechnung einer mit Ammoniakdämpfen arbeitenden Kaltdampfmaschine, welche stündlich $E_h = 250$ kg Eis erzeugen soll, sind hierbei die Grenztemperaturen $t_1 = -15°$ und $t_2 = +20°$, und setzt man $x_1 = 0{,}9$, so ist nach Gln. (4) und (21)

$$x_2 = 0{,}9735\,; \quad x_4 = 0{,}1126\,.$$

Da nach obigen Rechnungen 1 kg Eis den Entzug von 100 Calorien Wärme fordert, so ist

$$Q_s = \frac{100\,E_h}{3600} = \frac{250}{36}\,.$$

Die vorstehenden Gln. (40), (41) und (42) ergeben daher:

$$\frac{F s n}{30} = 0{,}01707 \text{ cbm};$$

$$N = 7{,}704 \quad \text{und} \quad N_e = 9{,}630 \text{ Pferdestärken.}$$

Macht die Maschine $n = 50$ Umdrehungen pro Minute, so folgt der Cylinderinhalt 0,0102 cbm oder rund 10 Liter.

Die Eismenge stündlich pro Pferdestärke (theoretisch, indicirt) ist daher 32,45 kg und pro Pferdestärke effectiv 25,96 kg.

Wird die Kaltdampfmaschine durch eine Heissdampfmaschine betrieben, deren indicirte Leistung N_i Pferdestärken betragen mag, so kann man setzen

$$N_e = \mu N_i\,,$$

und hierbei im Mittel $\mu = 0{,}825$ annehmen.

Im vorliegenden Falle ergiebt sich daher die erforderliche indicirte Arbeit der Betriebsdampfmaschine

$$N_i = 11{,}673 \text{ Pferdestärken}$$

und die stündliche Eismenge pro indicirte Pferdestärke

$$\frac{E_h}{N_i} = 21{,}42 \text{ kg.}$$

Aus Gl. (43) folgt abgerundet

$$G_k(t'' - t') = 1{,}147\, Q_s = 8\,.$$

Für $t' = 10^\circ$ und $t'' = 15^\circ$ wäre daher die erforderliche Kühlwassermenge pro Secunde $G_k = 1{,}6$ kg oder 5,760 cbm stündlich.

Schlussbemerkung.

Die früheren Auflagen des vorliegenden Buches schlossen mit einem Anhange ab, in welchem die Grundgleichungen der Thermodynamik noch zur Untersuchung des Verhaltens fester und flüssiger Körper verwerthet wurden. Wenn nun auch die Ergebnisse jener Untersuchungen keineswegs an Werth verloren, vielmehr seitdem durch vielfache Forschungen Anderer bedeutsame Erweiterungen erfahren haben, so ist doch hier von einer erweiterten Wiedergabe jener Untersuchungen abgesehen worden, weil die hierher gehörigen Betrachtungen vollständig dem Gebiete der reinen Physik angehören und bis jetzt bei technischen Fragen keine Verwendung gefunden haben.

ANHANG.

Tabellen.

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{p\,dt}$
— 20	253	0.927	0.07687	0.082926
— 15	258	1.400	0.11186	0.079900
— 10	263	2.093	0.16114	0.076991
— 5	268	3.113	0.23096	0.074193
0	273	4.600	0.3289	0.071502
5	278	6.534	0.4503	0.068915
10	283	9.165	0.6088	0.066429
15	288	12.699	0.8132	0.064041
20	293	17.391	1.0738	0.061746
25	298	23.550	1.4022	0.059542
30	303	31.548	1.8117	0.057427
35	308	41.827	2.3171	0.055397
40	313	54.906	2.9347	0.053449
45	318	71.390	3.6825	0.051582
50	323	91.980	4.5800	0.049794
55	328	117.475	5.6484	0.048081
60	333	148.786	6.9100	0.046443
65	338	186.938	8.3891	0.044876
70	343	233.082	10.111	0.043380
75	348	288.500	12.104	0.041953
80	353	354.616	14.395	0.040594
85	358	433.002	17.017	0.039300
90	363	525.392	20.002	0.038072
95	368	633.692	23.388	0.036907
100	373	760.000	27.189	0.035775
105	378	906.410	31.454	0.034701
110	383	1075.370	36.212	0.033674
115	388	1269.410	41.499	0.032691
120	393	1491.280	47.348	0.031750
125	398	1743.880	53.795	0.030848
130	403	2030.280	60.873	0.029982
135	408	2353.730	68.617	0.029152
140	413	2717.630	77.060	0.028355
145	418	3125.550	86.234	0.027590
150	423	3581.230	96.171	0.026854
155	428	4088.560	106.901	0.026146
160	433	4651.620	118.455	0.025465
165	438	5274.540	130.858	0.024809
170	443	5961.660	144.138	0.024177
175	448	6717.430	158.319	0.023568
180	453	7546.390	173.423	0.022981
185	458	8453.230	189.470	0.022414
190	463	9442.700	206.478	0.021866
195	468	10519.630	224.462	0.021337
200	473	11688.960	243.438	0.020826

von **Wasser.** Tab. 1[a].

6. $T \cdot \frac{dp}{p\,dt}$	7. $\frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u} = \frac{r}{u} - Ap$	9. $\frac{Apu}{r} = \varphi$	1. Temperatur Celsius t
20.980	0.6236	0.5939	0.047664	— 20
20.614	0.9255	0.8810	0.048510	— 15
20.249	1.3589	1.2918	0.049386	— 10
19.884	1.9847	1.8849	0.050293	— 5
19.520	2.879	2.732	0.051229	0
19.158	4.014	3.805	0.052196	5
18.799	5.524	5.230	0.053193	10
18.444	7.510	7.103	0.054219	15
18.091	10.089	9.531	0.055274	20
17.743	13.399	12.644	0.056358	25
17.400	17.602	16.590	0.057470	30
17.062	22.884	21.543	0.058609	35
16.730	29.454	27.693	0.059774	40
16.403	37.550	35.261	0.060964	45
16.083	47.437	44.488	0.062176	50
15.771	59.407	55.641	0.063409	55
15.465	73.785	69.013	0.064661	60
15.168	90.924	84.930	0.065927	65
14.879	111.209	103.736	0.067206	70
14.600	135.064	125.813	0.068494	75
14.329	162.943	151.572	0.069786	80
14.069	195.350	181.464	0.071076	85
13.820	232.829	215.982	0.072359	90
13.582	275.982	255.662	0.073628	95
13.344	325.198	300.827	0.074940	100
13.117	381.249	352.184	0.076236	105
12.897	444.735	410.252	0.077536	110
12.684	516.312	475.607	0.078838	115
12.478	596.678	548.849	0.080143	120
12.277	686.544	630.624	0.081450	125
12.083	786.640	721.537	0.082761	130
11.894	897.716	822.242	0.084075	135
11.711	1020.528	933.385	0.085391	140
11.533	1155.848	1055.624	0.086709	145
11.359	1304.457	1189.621	0.088034	150
11.191	1467.141	1336.037	0.089361	155
11.026	1644.701	1495.541	0.090691	160
10.866	1837.898	1668.765	0.092026	165
10.711	2047.526	1856.359	0.093365	170
10.559	2274.350	2058.948	0.094709	175
10.410	2519.129	2277.146	0.096059	180
10.265	2782.606	2511.544	0.097413	185
10.124	3065.498	2762.707	0.098774	190
9.986	3368.494	3031.171	0.100140	195
9.851	3692.293	3317.474	0.101514	200

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Gesammtwärme λ (Regnault)	Differenz	3. Flüssigkeitswärme $q=\int_0^t c\,dt$ (Regnault)	Differenz	4. Latente Wärme $r=\lambda-q$	Differenz
— 20	600.400		— 19.994		620.394	
— 15	601.925	1.525	— 14.996	4.998	616.921	3.473
— 10	603.450	»	— 9.998	4.998	613.448	3.473
— 5	604.975	»	— 4.999	4.999	609.974	3.474
0	606.500	»	0	4.999	606.500	3.474
5	608.025	»	5.000	5.000	603.025	3.475
10	609.550	»	10.002	5.002	599.548	3.477
15	611.075	»	15.005	5.003	596.070	3.478
20	612.600	»	20.010	5.005	592.590	3.480
25	614.125	»	25.017	5.007	589.108	3.482
30	615.650	»	30.026	5.009	585.624	3.484
35	617.175	»	35.037	5.011	582.138	3.486
40	618.700	»	40.051	5.014	578.649	3.489
45	620.225	»	45.068	5.017	575.157	3.492
50	621.750	»	50.087	5.019	571.663	3.494
55	623.275	»	55.110	5.023	568.165	3.498
60	624.800	»	60.137	5.027	564.663	3.502
65	626.325	»	65.167	5.030	561.158	3.505
70	627.850	»	70.201	5.034	557.649	3.509
75	629.375	»	75.239	5.038	554.136	3.513
80	630.900	»	80.282	5.043	550.618	3,518
85	632.425	»	85.329	5.047	547.096	3.522
90	633.950	»	90.381	5.052	543.569	3.527
95	635.475	»	95.438	5.057	540.037	3.532
100	637.000	»	100.500	5.062	536.500	3.537
105	638.525	»	105.568	5.068	532.957	3.543
110	640.050	»	110.641	5.073	529.409	3.548
115	641.575	»	115.721	5.080	525.854	3.555
120	643.100	»	120.806	5.085	522.294	3.560
125	644.625	»	125.898	5.092	518.727	3.567
130	646.150	»	130.997	5.099	515.153	3.571
135	647.675	»	136.103	5.106	511.572	3.581
140	649.200	»	141.215	5.112	507.985	3.587
145	650.725	»	146.334	5.119	504.391	3.594
150	652.250	»	151.462	5.128	500.788	3.603
155	653.775	»	156.598	5.136	497.177	3.611
160	655.300	»	161.741	5.143	493.559	3.618
165	656.825	»	166.892	5.151	489.933	3.626
170	658.350	»	172.052	5.160	486.298	3.635
175	659.875	»	177.220	5.168	482.655	3.643
180	661.400	»	182.398	5.178	479.002	3.653
185	662.925	»	187.584	5.186	475.341	3.661
190	664.450	»	192.780	5.196	471.670	3.671
195	665.975	»	197.985	5.205	467.990	3.680
200	667.500	»	203.200	5.215	464.300	3.690

von Wasser. Tab. 1b.

5. Aeussere latente Wärme $Apu = \varphi r$	Differenz	6. Dampfwärme $J = \lambda - Apu$	Differenz	7. Innere latente Wärme $\varrho = r - Apu$	Differenz	8. Werthe von $u = \frac{r}{\left(\frac{r}{u}\right)}$ ($\sigma = 0.0010$)	1. Temperatur Celsius t
29.570		570.83		590.82		994.78	— 20
29.927	0.357	572.00	1.17	586.99	3.83	666.59	— 15
30.296	0.369	573.15	1.15	583.15	3.84	451.42	— 10
30.677	0.381	574.30	1.15	579.30	3.85	307.33	— 5
31.071	0.394	575.43	1.13	575.43	3.87	210.68	0
31.475	0.404	576.55	1.12	571.55	3.88	150.24	5
31.892	0.417	577.66	1.11	567.66	3.89	108.52	10
32.318	0.426	578.76	1.10	563.75	3.91	79.354	15
32.755	0.437	579.84	1.08	559.83	3.92	58.726	20
33.201	0.446	580.92	1.08	555.91	3.92	43.967	25
33.656	0.455	581.99	1.07	551.97	3.94	33.269	30
34.119	0.463	583.06	1.07	548.02	3.95	25.438	35
34.588	0.469	584.11	1.05	544.06	3.96	19.646	40
35.064	0.476	585.16	1.05	540.09	3.97	15.316	45
35.544	0.480	586.21	1.05	536.12	3.97	12.050	50
36.027	0.483	587.25	1.04	532.14	3.98	9.5622	55
36.512	0.485	588.29	1.04	528.15	3.99	7.6538	60
36.996	0.484	589.33	1.04	524.16	3.99	6.1717	65
37.478	0.482	590.37	1.04	520.17	3.99	5.0144	70
37.955	0.477	591.42	1.05	516.18	3.99	4.1028	75
38.425	0.470	592.47	1.05	512.19	3.99	3.3792	80
38.885	0.460	593.54	1.07	508.21	3.98	2.8006	85
39.332	0.447	594.62	1.08	504.24	3.97	2.3346	90
39.762	0.430	595.71	1.09	500.27	3.97	1.9568	95
40.205	0.443	596.79	1.08	496.29	3.98	1.6498	100
40.631	0.426	597.89	1.10	492.33	3.96	1.3979	105
41.048	0.417	599.00	1.11	488.36	3.97	1.1904	110
41.457	0.409	600.12	1.12	484.40	3.96	1.0185	115
41.858	0.401	601.24	1.12	480.44	3.96	0.8753	120
42.250	0.392	602.37	1.13	476.48	3.96	0.7556	125
42.634	0.384	603.52	1.15	472.52	3.96	0.6549	130
43.010	0.376	604.66	1.14	468.56	3.96	0.5699	135
43.377	0.367	605.82	1.16	464.61	3.95	0.4977	140
43.735	0.358	606.99	1.17	460.66	3.95	0.4363	145
44.086	0.351	608.16	1.17	456.70	3.96	0.3839	150
44.428	0.342	609.35	1.19	452.75	3.95	0.3388	155
44.761	0.333	610.54	1.21	448.80	3.95	0.3001	160
45.086	0.325	611.74	1.20	444.85	3.95	0.2665	165
45.403	0.317	612.95	1.21	440.89	3.96	0.2375	170
45.711	0.308	614.16	1.21	436.94	3.95	0.2122	175
46.012	0.299	615.39	1.23	432.99	3.95	0.1901	180
46.304	0.292	616.62	1.23	429.04	3.95	0.1708	185
46.589	0.285	617.86	1.24	425.08	3.96	0.1538	190
46.864	0.275	619.11	1.25	421.13	3.95	0.1389	195
47.133	0.269	620.37	1.26	417.17	3.96	0.1257	200

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{pdt}$
0	273	184.39	8.441	0.045778
10	283	286.83	12.224	0.042619
20	293	432.78	17.175	0.039685
30	303	634.80	23.464	0.036963
40	313	907.04	31.242	0.034444
50	323	1264.83	40.622	0.032117
60	333	1725.01	51.709	0.029976
70	343	2304.90	64.576	0.028017
80	353	3022.79	79.327	0.026243
90	363	3898.26	96.127	0.024659
100	373	4953.30	115.313	0.023280
110	383	6214.63	137.523	0.022129
120	393	7719.20	163.979	0.021243

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Gesammtwärme λ (Regnault)	Differenz	3. Flüssigkeitswärme $q=\int_0^t c\,dt$ (Regnault)	Differenz	4. Latente Wärme $r=\lambda-q$	Differenz
0	94.00		0.00		94.00	
10	98.44	4.44	5.32	5.32	93.12	0.88
20	102.78	4.34	10.70	5.38	92.08	1.04
30	107.00	4.22	16.14	5.44	90.86	1.22
40	111.11	4.11	21.63	5.49	89.48	1.38
50	115.11	4.00	27.19	5.56	87.92	1.56
60	119.00	3.89	32.80	5.61	86.20	1.72
70	122.78	3.78	38.48	5.68	84.30	1.90
80	126.44	3.66	44.21	5.73	82.23	2.07
90	130.00	3.56	50.00	5.79	80.00	2.23
100	133.44	3.44	55.86	5.86	77.58	2.42
110	136.78	3.34	61.77	5.91	75.01	2.57
120	140.00	3.22	67.74	5.97	72.26	2.75

von Aether. Tab. 2[a].

6. $T \cdot \frac{dp}{p\,dt}$	7. $\frac{r}{u} = A\,T\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u} = \frac{r}{u} - Ap$	9. $\frac{A\,p\,u}{r} = \varphi$	1. Temperatur Celsius t
12.497	73.89	67.98	0.08002	0
12.061	110.93	101.73	0.08291	10
11.628	161.36	147.49	0.08600	20
11.200	227.98	207.62	0.08929	30
10.781	313.57	284.48	0.09275	40
10.374	420.74	380.18	0.09640	50
9.982	552.15	496.83	0.10018	60
9.610	710.25	636.34	0.10406	70
9.264	897.93	801.00	0.10794	80
8.951	1118.90	993.90	0.11172	90
8.683	1379.21	1220.37	0.11516	100
8.475	1688.97	1489.69	0.11799	110
8.348	2066.46	1818.93	0.11978	120

von Aether. Tab. 2[b].

5. Aeussere latente Wärme $A\,p\,u = \varphi\,r$	Differenz	6. Dampfwärme $J = \lambda - A\,p\,u$	Differenz	7. Innere latente Wärme $\varrho = r - A\,p\,u$	Differenz	8. Werthe von $u = \frac{r}{\left(\frac{r}{u}\right)}$ ($\sigma = 0.0013$)	1. Temperatur Celsius t
7.521		86.48		86.48		1.2721	0
7.721	0.200	90.72	4.24	85.40	1.08	0.8394	10
7.919	0.198	94.86	4.14	84.16	1.24	0.5707	20
8.113	0.194	98.89	4.01	82.75	1.41	0.3985	30
8.300	0.187	102.81	3.92	81.18	1.57	0.2853	40
8.475	0.175	106.64	3.83	79.45	1.73	0.2089	50
8.635	0.160	110.37	3.73	77.57	1.88	0.1561	60
8.772	0.137	114.01	3.64	75.53	2.04	0.1186	70
8.876	0.104	117.56	3.55	73.35	2.18	0.0916	80
8.937	0.061	121.06	3.50	71.06	2.29	0.0715	90
8.934	−0.003	124.51	3.45	68.65	2.41	0.0562	100
8.850	−0.084	127.93	3.42	66.16	2.49	0.0444	110
8.655	−0.195	131.35	3.42	63.61	2.55	0.0350	120

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{pdt}$
0	273	12.70	0.8419	0.066295
10	283	24.23	1.5185	0.062672
20	293	44.46	2.6133	0.058779
30	303	78.52	4.3193	0.055009
40	313	133.69	6.8784	0.051450
50	323	219.90	10.580	0.048114
60	333	350.21	15.757	0.044992
70	343	541.15	22.767	0.042072
80	353	812.91	31.981	0.039342
90	363	1189.30	43.752	0.036788
100	373	1697.55	58.397	0.034401
110	383	2367.64	76.162	0.032168
120	393	3231.73	97.211	0.030080
130	403	4323.00	121.597	0.028128
140	413	5674.59	149.255	0.026302
150	423	7318.40	179.998	0.024595

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Gesammtwärme λ (Regnault)	Differenz	3. Flüssigkeitswärme $q = \int_0^t c\,dt$ (Regnault)	Differenz	4. Latente Wärme $r = \lambda - q$	Differenz
0	236.50		0.00		236.50	
10	244.40	7.90	5.59	5.59	238.81	−2.31
20	252.00	7.60	11.42	5.83	240.58	−1.77
30	258.00	6.00	17.49	6.07	240.51	+0.07
40	262.00	4.00	23.71	6.22	238.29	2.22
50	264.00	2.00	30.21	6.50	233.79	4.50
60	265.00	1.00	37.37	7.16	227.63	6.16
70	265.20	0.20	44.58	7.21	220.61	7.01
80	265.20	0.00	52.11	7.53	213.09	7.53
90	266.00	0.80	59.97	7.86	206.03	7.06
100	267.30	1.30	68.18	8.21	199.12	6.91
110	269.60	2.30	76.74	8.56	192.86	6.26
120	272.50	2.90	85.67	8.93	186.83	6.03
130	276.00	3.50	94.98	9.31	181.02	5.81
140	280.50	4.50	104.70	9.72	175.80	5.22
150	285.30	4.80	114.82	10.12	170.48	5.32

von Alkohol. Tab. 3a.

6. $T\cdot\frac{dp}{p\,dt}$	7. $\frac{r}{u}=AT\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u}=\frac{r}{u}-Ap$	9. $\frac{Apu}{r}=\varphi$	1. Temperatur Celsius t
18.099	7.37	6.96	0.05525	0
17.736	13.78	13.00	0.05638	10
17.222	24.55	23.13	0.05806	20
16.668	41.97	39.35	0.05999	30
16.104	69.03	64.74	0.06210	40
15.541	109.58	102.53	0.06435	50
14.982	168.24	157.01	0.06674	60
14.431	250.41	233.06	0.06930	70
13.887	362.01	335.94	0.07201	80
13.354	509.27	471.13	0.07488	90
12.831	698.46	644.03	0.07793	100
12.320	935.37	859.45	0.08117	110
11.821	1225.05	1121.42	0.08459	120
11.335	1571.38	1432.42	0.08822	130
10.863	1976.63	1794.67	0.09206	140
10.404	2441.48	2206.81	0.09612	150

von Alkohol. Tab. 3b.

5. Aeussere latente Wärme $Apu=\varphi r$	Differenz	6. Dampfwärme $J=\lambda-Apu$	Differenz	7. Innere latente Wärme $\varrho=r-Apu$	Differenz	8. Werthe von $u=\frac{r}{\left(\frac{r}{u}\right)}$ ($\sigma=0.0013$)	1. Temperatur Celsius t
13.067		223.43		223.43		32.0875	0
13.465	0.398	230.94	7.51	225.35	−1.95	17.3298	10
13.969	0.504	238.03	7.09	226.61	−1.26	9.7985	20
14.429	0.460	243.57	5.54	226.08	+0.53	5.7309	30
14.797	0.368	247.20	3.63	223.49	2.59	3.4516	40
15.044	0.247	248.96	1.76	218.75	4.74	2.1334	50
15.193	0.149	249.81	0.85	212.44	6.31	1.3529	60
15.287	0.094	249.91	+0.10	205.32	7.11	0.8810	70
15.344	0.057	249.86	−0.05	197.75	7.58	0.5887	80
15.428	0.084	250.57	+0.71	190.60	7.15	0.4045	90
15.518	0.090	251.78	1.21	183.60	7.00	0.2850	100
15.654	0.136	253.95	2.17	177.21	6.39	0.2062	110
15.803	0.149	256.70	2.75	171.03	6.18	0.1525	120
15.969	0.166	260.03	3.33	165.05	5.98	0.1152	130
16.184	0.215	264.32	4.29	159.62	5.43	0.0889	140
16.386	0.202	268.91	4.59	154.09	5.53	0.0698	150

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{p\,dt}$
0	273	63.33	3.769	0.059516
10	283	110.32	5.726	0.051910
20	293	180.08	8.349	0.046364
30	303	280.05	11.797	0.042125
40	313	419.35	16.242	0.038733
50	323	608.81	21.858	0.035903
60	333	860.96	28.808	0.033460
70	343	1189.90	37.237	0.031294
80	353	1611.05	47.266	0.029338
90	363	2140.82	58.971	0.027546
100	373	2796.20	72.391	0.025889
110	383	3594.33	87.515	0.024348
120	393	4551.95	104.271	0.022907
130	403	5684.90	122.555	0.021558
140	413	7007.64	142.199	0.020292

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Gesammtwärme λ (Regnault)	Differenz	3. Flüssigkeitswärme $q=\int_0^t c\,dt$ (Regnault)	Differenz	4. Latente Wärme $r=\lambda-q$	Differenz
0	140.50		0.00		140.50	
10	144.11	3.61	5.10	5.10	139.01	1.49
20	147.62	3.51	10.29	5.19	137.33	1.68
30	151.03	3.41	15.55	5.26	135.48	1.85
40	154.33	3.30	20.89	5.34	133.44	2.04
50	157.53	3.20	26.31	5.42	131.22	2.22
60	160.63	3.10	31.81	5.50	128.82	2.40
70	163.62	2.99	37.39	5.58	126.23	2.59
80	166.51	2.89	43.05	5.66	123.46	2.77
90	169.30	2.79	48.79	5.74	120.51	2.95
100	171.98	2.68	54.61	5.82	117.37	3.14
110	174.56	2.58	60.50	5.89	114.06	3.31
120	177.04	2.48	66.48	5.98	110.56	3.50
130	179.42	2.38	72.54	6.06	106.88	3.68
140	181.69	2.27	78.67	6.13	103.02	3.86

von Aceton. Tab. 4ª.

6. $T \cdot \frac{dp}{p\,dt}$	7. $\frac{r}{u} = A\,T\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u} = \frac{r}{u} - Ap$	9. $\frac{Apu}{r} = \varphi$	1. Temperatur Celsius t
16.248	33.00	30.97	0.06155	0
14.690	51.96	48.43	0.06807	10
13.553	78.44	72.67	0.07378	20
12.674	114.62	105.64	0.07834	30
12.123	163.02	149.58	0.08248	40
11.596	226.39	206.87	0.08623	50
11.142	307.61	280.00	0.08975	60
10.733	409.56	371.40	0.09316	70
10.356	535.01	483.35	0.09656	80
9.999	686.42	617.78	0.10001	90
9.657	865.84	776.17	0.10355	100
9.325	1074.80	959.55	0.10723	110
9.002	1314.02	1168.07	0.11108	120
8.688	1583.74	1401.44	0.11510	130
8.380	1883.19	1658.48	0.11932	140

von Aceton. Tab. 4ᵇ.

5. Aeussere latente Wärme $Apu = \varphi r$	Differenz	6. Dampfwärme $J = \lambda - Apu$	Differenz	7. Innere latente Wärme $\varrho = r - Apu$	Differenz	8. Werthe von $u = \frac{r}{\left(\frac{r}{u}\right)}$ ($\sigma = 0.0012$)	1. Temperatur Celsius t
8.647		131.85		131.85		4.2580	0
9.462	0.815	134.65	2.80	129.55	2.30	2.6751	10
10.132	0.670	137.49	2.84	127.20	2.35	1.7507	20
10.613	0.481	140.42	2.93	124.87	2.33	1.1819	30
11.006	0.393	143.32	2.90	122.43	2.44	0.8185	40
11.315	0.309	146.22	2.90	119.91	2.52	0.5797	50
11.561	0.246	149.07	2.85	117.26	2.65	0.4187	60
11.759	0.198	151.86	2.79	114.47	2.79	0.3082	70
11.921	0.162	154.59	2.73	111.54	2.93	0.2307	80
12.052	0.131	157.25	2.66	108.46	3.08	0.1755	90
12.154	0.102	159.83	2.58	105.22	3.24	0.1355	100
12.231	0.077	162.33	2.50	101.83	3.39	0.1061	110
12.281	0.050	164.76	2.43	98.28	3.55	0.0841	120
12.302	0.021	167.12	2.36	94.58	3.70	0.0675	130
12.302	0.000	169.39	2.27	90.62	3.96	0.0517	140

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{p\,dt}$
0	273	59.72	3.235	0.054178
10	283	100.47	4.953	0.049297
20	293	160.47	7.246	0.045156
30	303	247.51	10.295	0.041593
40	313	369.26	14.211	0.038485
50	323	535.05	19.123	0.035741
60	333	755.44	25.150	0.033292
70	343	1042.11	32.393	0.031084
80	353	1407.64	40.933	0.029079
90	363	1865.22	50.816	0.027244
100	373	2428.54	62.061	0.025555
110	383	3110.99	74.645	0.023994
120	393	3925.74	88.510	0.022546
130	403	4885.10	103.549	0.021197
140	413	6000.16	119.625	0.019937
150	423	7280.62	136.584	0.018760
160	433	8734.20	154.218	0.017658

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Gesammtwärme λ (Regnault)	Differenz	3. Flüssigkeitswärme $q=\int_0^t c\,dt$ (Regnault)	Differenz	4. Latente Wärme $r=\lambda-q$	Differenz
0	67.000		0.00		67.00	
10	68.375	0.375	2.33	2.33	66.04	0.96
20	69.75	»	4.67	2.34	65.08	0.96
30	71.12	»	7.02	2.35	64.10	0.98
40	72.50	»	9.37	2.35	63.13	0.97
50	73.87	»	11.74	2.37	62.13	1.00
60	75.25	»	14.12	2.38	61.13	1.00
70	76.62	»	16.51	2.39	60.11	1.02
80	78.00	»	18.91	2.40	59.09	1.02
90	79.37	»	21.32	2.41	58.05	1.04
100	80.75	»	23.74	2.42	57.01	1.04
110	82.12	»	26.17	2.43	55.95	1.06
120	83.50	»	28.61	2.44	54.89	1.06
130	84.87	»	31.06	2.45	53.81	1.08
140	86.25	»	33.52	2.46	52.73	1.08
150	87.62	»	35.99	2.47	51.63	1.10
160	89.00	»	38.47	2.48	50.53	1.10

von Chloroform. Tab. 5ª.

6. $T \cdot \frac{dp}{p\,dt}$	7. $\frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u} = \frac{r}{u} - Ap$	9. $\frac{Apu}{r} = \varphi$	1. Temperatur Celsius t
14.790	28.32	26.41	0.06761	0
13.951	44.95	41.73	0.07168	10
13.231	68.07	62.92	0.07558	20
12.603	100.03	92.09	0.07935	30
12.046	142.63	130.79	0.08302	40
11.544	198.06	180.90	0.08662	50
11.086	268.55	244.33	0.09020	60
10.662	356.28	322.86	0.09379	70
10.265	463.34	418.20	0.09742	80
9.889	591.49	531.68	0.10112	90
9.532	742.29	664.42	0.10491	100
9.190	916.74	816.98	0.10882	110
8.860	1115.40	989.52	0.11286	120
8.542	1338.13	1181.49	0.11706	130
8.234	1584.23	1391.83	0.12145	140
7.935	1852.62	1619.16	0.12602	150
7.646	2141.40	1861.33	0.13079	160

von Chloroform. Tab. 5ᵇ.

5. Aeussere latente Wärme $Apu = \varphi r$	Differenz	6. Dampfwärme $J = \lambda - Apu$	Differenz	7. Innere latente Wärme $\varrho = r - Apu$	Differenz	8. Werthe von $u = \frac{r}{\left(\frac{r}{u}\right)}$ ($\sigma = 0.0006$)	1. Temperatur Celsius t
4.530		62.47		62.47		2.3660	0
4.734	0.204	63.64	1.17	61.31	1.16	1.4693	10
4.919	0.185	64.83	1.19	60.16	1.15	0.9560	20
5.086	0.167	66.03	1.20	59.01	1.15	0.6408	30
5.241	0.155	67.26	1.23	57.89	1.12	0.4426	40
5.382	0.141	68.49	1.23	56.75	1.12	0.3137	50
5.514	0.132	69.74	1.25	55.62	1.13	0.2276	60
5.638	0.124	70.98	1.24	54.47	1.15	0.1687	70
5.756	0.118	72.24	1.26	53.33	1.14	0.1275	80
5.870	0.114	73.50	1.26	52.18	1.15	0.0981	90
5.981	0.111	74.77	1.27	51.03	1.15	0.0768	100
6.088	0.107	76.03	1.26	49.86	1.17	0.0610	110
6.195	0.107	77.31	1.28	48.70	1.16	0.0492	120
6.299	0.104	78.57	1.26	47.51	1.19	0.0402	130
6.404	0.105	79.85	1.28	46.33	1.18	0.0333	140
6.506	0.102	81.11	1.26	45.12	1.21	0.0279	150
6.609	0.103	82.39	1.28	43.92	1.20	0.0236	160

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{p\,dt}$
0	273	32.95	1.82	0.055338
10	283	55.97	2.84	0.050708
20	293	90.99	4.24	0.046574
30	303	142.27	6.10	0.042882
40	313	214.81	8.50	0.039584
50	323	314.38	11.52	0.036637
60	333	447.43	15.21	0.034002
70	343	621.15	19.66	0.031647
80	353	843.29	24.91	0.029539
90	363	1122.26	31.03	0.027653
100	373	1467.09	38.09	0.025964
110	383	1887.44	46.15	0.024451
120	393	2393.67	55.28	0.023094
130	403	2996.88	65.56	0.021876
140	413	3709.04	77.09	0.020784
150	423	4543.13	89.96	0.019801
160	433	5513.14	104.29	0.018917

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Gesammtwärme λ (Regnault)	Differenz	3. Flüssigkeitswärme $q=\int_0^t c\,dt$ (Regnault)	Differenz	4. Latente Wärme $r=\lambda-q$	Differenz
0	52.00		0.00		52.00	
10	53.44	1.44	1.99	1.99	51.45	0.55
20	54.86	1.42	3.99	2.00	50.87	0.58
30	56.23	1.37	6.02	2.03	50.21	0.66
40	57.58	1.35	8.06	2.04	49.52	0.69
50	58.88	1.30	10.12	2.06	48.76	0.76
60	60.16	1.28	12.20	2.08	47.96	0.80
70	61.40	1.24	14.30	2.10	47.10	0.85
80	62.60	1.20	16.42	2.12	46.18	0.92
90	63.77	1.17	18.55	2.13	45.22	0.96
100	64.90	1.13	20.70	2.15	44.20	1.02
110	66.01	1.11	22.87	2.17	43.14	1.06
120	67.07	1.06	25.06	2.19	42.01	1.13
130	68.10	1.03	27.27	2.21	40.83	1.18
140	69.10	1.00	29.49	2.22	39.61	1.22
150	70.07	0.97	31.73	2.24	38.34	1.27
160	71.00	0.93	34.00	2.27	37.00	1.34

von Chlorkohlenstoff. Tab. 6a.

6. $T \cdot \frac{dp}{p\,dt}$	7. $\frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u} = \frac{r}{u} - Ap$	9. $\frac{Apu}{r} = \varphi$	1. Temperatur Celsius t
15.107	15.96	14.90	0.06619	0
14.350	25.76	23.97	0.06968	10
13.646	39.82	36.90	0.07328	20
12.993	59.27	54.71	0.07696	30
12.390	85.34	78.45	0.08071	40
11.834	119.29	109.21	0.08450	50
11.322	162.44	148.10	0.08832	60
10.855	216.21	196.29	0.09212	70
10.427	281.96	254.93	0.09590	80
10.038	361.24	325.25	0.09962	90
9.685	455.60	408.55	0.10325	100
9.365	566.78	506.25	0.10678	110
9.076	696.63	619.88	0.11018	120
8.816	847.20	751.10	0.11343	130
8.584	1020.90	901.97	0.11650	140
8.376	1220.19	1074.18	0.11939	150
8.191	1448.05	1271.27	0.12208	160

von Chlorkohlenstoff. Tab. 6b.

5. Aeussere latente Wärme $Apu = \varphi r$	Differenz	6. Dampfwärme $J = \lambda - Apu$	Differenz	7. Innere latente Wärme $\varrho = r - Apu$	Differenz	8. Werthe von $u = \frac{r}{\left(\frac{r}{u}\right)}$ ($\sigma = 0.0006$)	1. Temperatur Celsius t
3.442		48.56		48.56		3.2584	0
3.585	0.143	49.86	1.30	47.87	0.69	1.9971	10
3.728	0.143	51.13	1.27	47.14	0.73	1.2776	20
3.864	0.136	52.37	1.24	46.35	0.79	0.8471	30
3.997	0.133	53.58	1.21	45.52	0.83	0.5803	40
4.120	0.123	54.76	1.18	44.64	0.88	0.4087	50
4.236	0.116	55.92	1.16	43.72	0.92	0.2952	60
4.339	0.103	57.06	1.14	42.76	0.96	0.2178	70
4.429	0.090	58.17	1.11	41.75	1.01	0.1638	80
4.505	0.076	59.27	1.10	40.72	1.03	0.1252	90
4.564	0.059	60.34	1.07	39.64	1.08	0.0970	100
4.606	0.042	61.40	1.06	38.53	1.11	0.0761	110
4.629	0.023	62.44	1.04	37.38	1.15	0.0603	120
4.631	0.002	63.47	1.03	36.20	1.18	0.0482	130
4.614	–0.017	64.49	1.02	35.00	1.20	0.0388	140
4.577	–0.037	65.49	1.00	33.76	1.24	0.0314	150
4.517	–0.060	66.48	0.99	32.48	1.28	0.0255	160

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{pdt}$
0	273	127.91	5.846	0.045704
10	283	198.46	8.380	0.042226
20	293	298.03	11.664	0.039137
30	303	434.62	15.813	0.036383
40	313	617.53	20.941	0.033911
50	323	857.07	27.157	0.031682
60	333	1164.51	34.540	0.029661
70	343	1552.09	43.181	0.027821
80	353	2032.53	53.124	0.026137
90	363	2619.08	64.406	0.024591
100	373	3325.15	77.030	0.023166
110	383	4164.06	90.972	0.021847
120	393	5148.79	106.173	0.020621
130	403	6291.60	122.573	0.019482
140	413	7603.96	140.057	0.018419
150	423	9095.94	158.497	0.017425

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Gesammtwärme λ (Regnault)	Differenz	3. Flüssigkeitswärme $q=\int_0^t c\,dt$ (Regnault)	Differenz	4. Latente Wärme $r=\lambda-q$	Differenz
0	90.00		0.00		90.00	
10	91.42	1.42	2.36	2.36	89.06	0.94
20	92.76	1.34	4.74	2.38	88.02	1.04
30	94.01	1.25	7.13	2.39	86.88	1.14
40	95.18	1.17	9.54	2.41	85.64	1.24
50	96.27	1.09	11.96	2.42	84.31	1.33
60	97.28	1.01	14.41	2.45	82.87	1.44
70	98.20	0.92	16.86	2.45	81.34	1.53
80	99.04	0.84	19.34	2.48	79.70	1.64
90	99.80	0.76	21.83	2.49	77.97	1.73
100	100.48	0.68	24.34	2.51	76.14	1.83
110	101.07	0.59	26.86	2.52	74.21	1.93
120	101.58	0.51	29.40	2.54	72.18	2.03
130	102.01	0.43	31.96	2.56	70.05	2.13
140	102.36	0.35	34.53	2.57	67.83	2.22
150	102.62	0.26	37.12	2.59	65.50	2.33

von **Schwefelkohlenstoff.** Tab. 7^a.

6. $T\cdot\frac{dp}{pdt}$	7. $\frac{r}{u}=AT\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u}=\frac{r}{u}-Ap$	9. $\frac{Apu}{r}=\varphi$	1. Temperatur Celsius t
12.477	51.18	47.08	0.08015	0
11.950	76.04	69.68	0.08368	10
11.467	109.59	100.03	0.08721	20
11.024	153.64	139.70	0.09071	30
10.614	210.18	190.38	0.09421	40
10.233	281.27	253.80	0.09772	50
9.877	368.81	331.48	0.10124	60
9.543	474.93	425.17	0.10478	70
9.226	601.32	536.15	0.10838	80
8.926	749.69	665.71	0.11202	90
8.641	921.33	814.71	0.11573	100
8.367	1117.25	983.72	0.11951	110
8.104	1337.99	1172.89	0.12339	120
7.851	1583.97	1382.22	0.12737	130
7.607	1854.82	1610.99	0.13146	140
7.371	2149.85	1858.18	0.13567	150

von **Schwefelkohlenstoff.** Tab. 7^b.

5. Aeussere latente Wärme $Apu=\varphi r$	Differenz	6. Dampfwärme $J=\lambda-Apu$	Differenz	7. Innere latente Wärme $\varrho=r-Apu$	Differenz	8. Werthe von $u=\frac{r}{\left(\frac{r}{u}\right)}$ ($\sigma=0.0008$)	1. Temperatur Celsius t
7.213		82.79		82.79		1.7587	0
7.452	0.239	83.97	1.18	81.61	1.18	1.1712	10
7.676	0.224	85.08	1.11	80.34	1.27	0.8032	20
7.881	0.205	86.13	1.05	79.00	1.34	0.5655	30
8.068	0.187	87.11	0.98	77.57	1.43	0.4074	40
8.239	0.171	88.03	0.92	76.07	1.50	0.2997	50
8.390	0.151	88.89	0.86	74.48	1.59	0.2247	60
8.523	0.133	89.68	0.79	72.82	1.66	0.1712	70
8.638	0.115	90.40	0.72	71.06	1.76	0.1325	80
8.734	0.096	91.67	0.67	69.24	1.82	0.1040	90
8.812	0.078	91.67	0.60	67.33	1.91	0.0826	100
8.869	0.057	92.20	0.53	65.34	1.99	0.0664	110
8.906	0.037	92.67	0.47	63.27	2.07	0.0539	120
8.922	0.016	93.09	0.42	61.13	2.14	0.0442	130
8.917	−0.005	93.44	0.35	58.91	2.22	0.0366	140
8.886	−0.031	93.73	0.29	56.61	2.30	0.0305	150

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Absolute Temperatur T	3. Dampfspannung in Millimeter Quecksilber p (Regnault)	4. Erster Differentialquot. in Millim. Quecksilber $\frac{dp}{dt}$	5. $\frac{dp}{p\,dt}$
— 30	243	11138.62	347.36	0.031185
— 25	248	13007.02	399.64	0.030725
— 20	253	15142.44	456.63	0.030156
— 15	258	17582.48	518.66	0.029499
— 10	263	20340.20	585.19	0.028770
— 5	268	23441.34	656.01	0.027985
0	273	26906.60	730.70	0.027157
+ 5	278	30753.80	808.70	0.026296
+ 10	283	34998.65	889.42	0.025413
+ 15	288	39646.86	972.06	0.024518
+ 20	293	44716.58	1055.98	0.023615
+ 25	298	50207.32	1140.31	0.022712
+ 30	303	56119.05	1224.18	0.021814

Gesättigte Dämpfe

1. Temperatur Celsius t	2. Dampfspannung: Atmosphären (1 Atm. = 10333 kg)	3. Dampfspannung: Kilogramm auf 1 qm	4. Flüssigkeitswärme p	5. Latente Wärme: Aeussere Apu	6. Latente Wärme: Innere ϱ	7. Latente Wärme: Gesammte r
— 30	14.656	151441	— 15.88	9.12	59.98	69.10
— 25	17.114	176844	— 14.34	8.98	59.25	68.23
— 20	19.924	205877	— 12.36	8.79	58.06	66.85
— 15	23.137	239052	— 9.94	8.55	56.42	64.97
— 10	26.763	276546	— 7.07	8.27	54.31	62.58
— 5	30.843	318710	— 3.76	7.94	51.74	59.68
0	35.403	365823	0.00	7.56	48.72	56.28
+ 5	40.465	418130	+ 4.20	7.13	45.23	52.36
+ 10	45.945	474749	+ 8.85	6.65	41.29	47.94
+ 15	52.167	529041	+ 13.93	6.12	36.89	43.01
+ 20	58.837	607969	+ 19.47	5.55	32.03	37.58

von **Kohlensäure.** Tab. 8a.

6. $T \cdot \frac{dp}{p\,dt}$	7. $\frac{r}{u} = AT\frac{dp}{dt}$	8. $\frac{\varrho}{u} = \frac{r}{u} - Ap$	9. $\frac{Apu}{r} = \varphi$	1. Temperatur Celsius t
7.579	2706.63	2349.46	0.13194	— 30
7.620	3178.11	2761.03	0.13124	— 25
7.629	3704.55	3219.00	0.13107	— 20
7.611	4290.92	3727.11	0.13139	— 15
7.566	4935.10	4282.88	0.13216	— 10
7.500	5637.49	4885.83	0.13333	— 5
7.414	6396.60	5533.82	0.13488	0
7.310	7209.04	6222.89	0.13679	+ 5
7.192	8071.25	6948.98	0.13904	+ 10
7.061	8977.00	7705.69	0.14162	+ 15
6.919	9921.34	8487.46	0.14452	+ 20
6.768	10896.44	9286.48	0.14775	+ 25
6.610	11894.21	10094.69	0.15129	+ 30

von **Kohlensäure.** Tab. 8b.

8. $\frac{r}{T}$	9. $\tau = \int_0^t \frac{dq}{T}$	10. u	11. Specifisches Volumen. Flüssigkeit σ	12. Specifisches Volumen. Dampf $v = u + \sigma$	13. Specifisches Gewicht $\gamma = \frac{1}{v}$ kg pro cbm	1. Temperatur Celsius t
0.2844	— 0.0612	0.02553	0.00095	0.02648	37.76	— 30
0.2751	— 0.0549	0.02153	0.00099	0.02252	44.40	— 25
0.2642	— 0.0469	0.01811	0.00103	0.01914	52.25	— 20
0.2518	— 0.0374	0.01517	0.00107	0.01624	61.58	— 15
0.2379	— 0.0264	0.01268	0.00111	0.01379	72.52	— 10
0.2227	— 0.0139	0.01056	0.00115	0.01171	85.40	— 5
0.2061	0.0000	0.00876	0.00119	0.00995	100.60	0
0.1884	+ 0.0152	0.00723	0.00123	0.00846	118.20	+ 5
0.1694	+ 0.0318	0.00594	0.00127	0.00721	138.70	+ 10
0.1494	+ 0.0496	0.00482	0.00131	0.00613	163.13	+ 15
0.1283	+ 0.0686	0.00387	0.00135	0.00522	191.57	+ 20

Gesättigte Dämpfe

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Temperatur Celsius t	Dampfspannung. Atmosphären 1 Atm. = 10333 kg	p Kilogramm auf 1 qm	$\frac{dp}{p\,dt}$	$\frac{r}{u}=AT\frac{dp}{dt}$	Flüssigkeitswärme q	Latente Wärme. Aeussere Apu	Innere ϱ
— 40	0.695	7187	0.052645	207.92	— 39.792	27.097	305.94
— 35	0.900	9302	0.050564	264.02	— 30.301	27.532	304.07
— 30	1.153	11890	0.048566	331.72	— 26.600	27.955	301.96
— 25	1.463	15085	0.046647	412.55	— 22.691	28.367	299.62
— 20	1.839	19004	0.044803	508.05	— 18.571	28.766	297.07
— 15	2.291	23670	0.043032	619.80	— 14.243	29.154	294.30
— 10	2.828	29227	0.041332	749.31	— 9.705	29.531	291.29
— 5	3.464	35789	0.039699	898.04	— 4.957	29.895	288.07
0	4.207	43475	0.038130	1067.34	0.000	30.248	284.61
+ 5	5.072	52406	0.036623	1258.42	+ 5.166	30.589	280.94
+ 10	6.069	62710	0.035175	1472.31	+ 10.542	30.918	277.04
+ 15	7.211	74507	0.033785	1709.85	+ 16.128	31.236	272.92
+ 20	8.509	87923	0.032450	1971.63	+ 21.923	31.542	268.58
+ 25	9.976	103078	0.031168	2258.01	+ 27.927	31.836	264.00
+ 30	11.622	120089	0.029936	2569.07	+ 34.141	32.118	259.21
+ 35	13.458	139064	0.028753	2904.59	+ 40.564	32.388	254.19
+ 40	15.495	160107	0.027617	3264.09	+ 47.196	32.647	248.95

von Ammoniak. Tab. 9.

9.	10.	11.	12.	13.	14.	1.
Latente Wärme. Gesammte r	$\frac{r}{T}$	$\tau=\int_0^t \frac{c\,dt}{T}$	u	Specifisches Volumen $v=u+\sigma$ ($\sigma=0.0016$)	Specifisches Gewicht $\gamma=\frac{1}{v}$ kg pro cbm	Temperatur Celsius t
333.04	1.4293	— 0.1331	1.5986	1.6002	0.625	— 40
331.60	1.3932	— 0.1183	1.2549	1.2565	0.796	— 35
329.91	1.3576	— 0.1029	0.9945	0.9961	1.004	— 30
327.99	1.3225	— 0.0870	0.7954	0.7970	1.255	— 25
325.84	1.2849	— 0.0706	0.6418	0.6434	1.554	— 20
323.45	1.2536	— 0.0536	0.5222	0.5238	1.909	— 15
320.82	1.2198	— 0.0362	0.4284	0.4300	2.325	— 10
317.96	1.1864	— 0.0183	0.3542	0.3558	2.811	— 5
314.86	1.1533	0.0000	0.2950	0.2966	3.371	0
311.53	1.1206	+ 0.0187	0.2475	0.2491	4.014	+ 5
307.96	1.0882	+ 0.0379	0.2090	0.2106	4.748	+ 10
304.16	1.0561	+ 0.0575	0.1778	0.1794	5.574	+ 15
300.12	1.0243	+ 0.0774	0.1521	0.1537	6.506	+ 20
295.84	0.9905	+ 0.0977	0.1309	0.1325	7.547	+ 25
291.33	0.9615	+ 0.1184	0.1134	0.1150	8.696	+ 30
286.58	0.9304	+ 0.1394	0.0987	0.1003	9.970	+ 35
281.60	0.8997	+ 0.1608	0.0865	0.0881	11.351	+ 40

Gesättigte Dämpfe

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Temperatur Celsius t	Dampfspannung. Atmosphären 1 Atm. = 10333 kg	p Kilogramm auf 1 qm	$\frac{dp}{p\,dt}$	$\frac{r}{u}=AT\frac{dp}{dt}$	Flüssigkeitswärme q	Latente Wärme. Aeussere Apu	Innere ϱ
— 40	0.215	2222	0.059634	72.83	— 9.869	6.834	89.266
— 35	0.287	2972	0.056508	94.23	— 9.195	7.089	88.989
— 30	0.379	3912	0.053646	120.28	— 8.361	7.321	88.566
— 25	0.492	5082	0.051019	151.65	— 7.367	7.530	87.998
— 20	0.631	6519	0.048599	189.03	— 6.213	7.716	87.284
— 15	0.800	8265	0.046364	232.63	— 4.900	7.879	86.424
— 10	1.003	10367	0.044295	284.83	— 3.426	8.019	85.418
— 5	1.246	12874	0.042373	344.81	— 1.793	8.136	84.267
0	1.533	15840	0.040583	413.90	0.000	8.230	82.970
+ 5	1.870	19322	0.038911	492.93	+ 1.953	8.301	81.527
+ 10	2.263	23379	0.037346	582.76	+ 4.066	8.349	79.938
+ 15	2.717	28074	0.035877	684.18	+ 6.338	8.374	78.204
+ 20	3.239	33474	0.034495	797.91	+ 8.771	8.376	76.324
+ 25	3.837	39644	0.033192	924.83	+ 11.363	8.365	74.288
+ 30	4.515	46655	0.031960	1065.58	+ 14.115	8.311	72.126
+ 35	5.283	54579	0.030794	1220.88	+ 17.027	8.244	69.809
+ 40	6.145	63487	0.029688	1391.45	+ 20.099	8.154	67.346

von schwefliger Säure. Tab. 10.

9.	10.	11.	12.	13.	14.	1.
Latente Wärme. Gesammte r	$\frac{r}{T}$	$\tau = \int_0^t \frac{c\,dt}{T}$	u	Specifisches Volumen $v = u + \sigma$ ($\sigma = 0.0007$)	Specifisches Gewicht $\gamma = \frac{1}{v}$ kg pro cbm	Temperatur Celsius t
96.100	0.4124	— 0.0386	1.1020	1.1027	0.907	— 40
96.078	0.4037	— 0.0358	1.0117	1.0124	0.988	— 35
95.887	0.3946	— 0.0323	0.7934	0.7941	1.259	— 30
95.528	0.3852	— 0.0282	0.6282	0.6289	1.590	— 25
95.000	0.3755	— 0.0236	0.5019	0.5026	1.990	— 20
94.303	0.3655	— 0.0186	0.4042	0.4049	2.470	— 15
93.437	0.3553	— 0.0128	0.3280	0.3287	3.042	— 10
92.403	0.3448	— 0.0066	0.2680	0.2687	3.722	— 5
91.200	0.3341	0.0000	0.2104	0.2111	4.737	0
89.828	0.3231	+ 0.0071	0.1822	0.1829	5.467	+ 5
88.287	0.3120	+ 0.0147	0.1514	0.1521	6.575	+ 10
86.578	0.3006	+ 0.0226	0.1265	0.1272	7.862	+ 15
84.700	0.2891	+ 0.0310	0.1061	0.1068	9.363	+ 20
82.653	0.2773	+ 0.0398	0.0895	0.0902	11.086	+ 25
80.437	0.2655	+ 0.0490	0.0755	0.0762	13.123	+ 30
78.053	0.2534	+ 0.0585	0.0640	0.0647	15.456	+ 35
75.500	0.2412	+ 0.0684	0.0545	0.0552	18.116	+ 40

Erste Haupttabelle für Wasserdämpfe. Tab. 11.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Druck in Atmosphären	Temperatur	Flüssigkeitswärme	Latente Wärme. Innere	Aeussere	Werthe von		Specifisches Gewicht
p (1 Atm. = 10333 kg auf 1 qm)	t	q	ϱ	Apu	u	$\frac{\varrho}{u}$	γ kg pro 1 cbm
0.02	17.83	17.838	561.296	32.804	67.303	8.3398	0.0149
0.04	29.35	29.375	552.184	33.893	34.769	15.882	0.0288
0.06	36.56	36.601	546.481	34.569	23.641	23.116	0.0423
0.08	41.92	41.977	542.241	35.067	17.987	30.146	0.0556
0.10	46.21	46.282	538.848	35.464	14.552	37.029	0.0687
0.12	49.83	49.917	535.984	35.797	12.241	43.786	0.0817
0.15	54.37	54.477	532.393	36.213	9.9063	53.743	0.1009
0.2	60.45	60.589	527.584	36.764	7.5428	69.945	0.1326
0.3	69.49	69.687	520.433	37.574	5.1393	101.27	0.1945
0.4	76.25	76.499	515.086	38.171	3.9157	131.54	0.2553
0.5	81.71	82.017	510.767	38.637	3.1708	161.08	0.3153
0.6	86.32	86.662	507.121	39.045	2.6703	189.91	0.3743
0.7	90.32	90.704	503.957	39.387	2.3088	218.28	0.4329
0.8	93.88	94.304	501.141	39.688	2.0357	246.18	0.4910
0.9	97.08	97.543	498.610	39.957	1.8218	273.69	0.5486
1.0	100.00	100.500	496.300	40.200	1.6495	300.88	0.6059
1.1	102.68	103.216	494.180	40.421	1.5078	327.75	0.6628
1.2	105.17	105.740	492.210	40.626	1.3892	354.31	0.7193
1.3	107.50	108.104	490.367	40.816	1.2883	380.63	0.7756
1.4	109.68	110.316	488.643	40.993	1.2015	406.69	0.8316
1.5	111.74	112.408	487.014	41.159	1.1259	432.56	0.8874
1.6	113.69	114.389	485.471	41.315	1.0596	458.16	0.9429
1.7	115.54	116.269	484.008	41.463	1.0008	483.62	0.9982
1.8	117.30	118.059	482.616	41.602	0.9484	508.87	1.0533
1.9	118.99	119.779	481.279	41.734	0.9013	533.98	1.1083
2.0	120.60	121.417	480.005	41.861	0.8589	558.86	1.1629
2.1	122.15	122.995	478.779	41.981	0.8203	583.66	1.2176
2.2	123.64	124.513	477.601	42.096	0.7852	608.25	1.2719
2.3	125.07	125.970	476.470	42.207	0.7530	632.76	1.3263
2.4	126.46	127.386	475.370	42.314	0.7235	657.04	1.3803
2.5	127.80	128.753	474.310	42.416	0.6962	681.28	1.4343
2.6	129.10	130.079	473.282	42.515	0.6710	705.34	1.4881
2.7	130.35	131.354	472.293	42.610	0.6476	729.30	1.5418
2.8	131.57	132.599	471.328	42.702	0.6258	753.16	1.5954
2.9	132.76	133.814	470.387	42.791	0.6055	776.86	1.6488

Erste Haupttabelle für Wasserdämpfe. Tab. 11. Fortsetzung 1.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Druck in Atmosphären	Temperatur	Flüssigkeitswärme	Latente Wärme.		Werthe von		Specifisches Gewicht
			Innere	Aeussere			
p (1 Atm. = 10333 kg auf 1 qm)	t	q	ϱ	Apu	u	$\frac{\varrho}{u}$	γ kg pro 1 cbm
3.0	133.91	134.989	469.477	42.876	0.5865	800.47	1.7021
3.1	135.03	136.133	468.591	42.960	0.5686	824.11	1.7556
3.2	136.12	137.247	467.729	43.040	0.5519	847.49	1.8086
3.3	137.19	138.341	466.883	43.119	0.5362	870.73	1.8615
3.4	138.23	139.404	466.060	43.196	0.5213	894.03	1.9147
3.5	139.24	140.438	465.261	43.269	0.5072	917.31	1.9676
3.6	140.23	141.450	464.478	43.342	0.4940	940.24	2.0203
3.7	141.21	142.453	463.703	43.413	0.4814	963.24	2.0729
3.8	142.15	143.416	462.959	43.480	0.4695	986.07	2.1255
3.9	143.08	144.368	462.224	43.548	0.4581	1008.9	2.1780
4.0	144.00	145.310	461.496	43.614	0.4474	1031.6	2.2303
4.1	144.89	146.222	460.792	43.677	0.4371	1054.2	2.2826
4.2	145.76	147.114	460.104	43.739	0.4273	1076.8	2.3349
4.3	146.61	147.985	459.431	43.799	0.4179	1099.3	2.3871
4.4	147.46	148.857	458.759	43.859	0.4090	1121.7	2.4391
4.5	148.29	149.708	458.103	43.918	0.4004	1144.0	2.4911
4.6	149.10	150.539	457.462	43.975	0.3922	1166.3	2.5430
4.7	149.90	151.360	456.829	44.030	0.3844	1188.5	2.5949
4.8	150.69	152.171	456.204	44.085	0.3768	1210.6	2.6467
4.9	151.46	152.961	455.595	44.139	0.3696	1232.7	2.6984
5.0	152.22	153.741	454.994	44.192	0.3626	1254.7	2.7500
5.1	152.97	154.512	454.401	44.243	0.3559	1276.6	2.8016
5.2	153.70	155.262	453.823	44.293	0.3495	1298.5	2.8531
5.3	154.43	156.012	453.246	44.343	0.3433	1320.3	2.9046
5.4	155.14	156.741	452.684	44.392	0.3373	1342.1	2.9560
5.5	155.85	157.471	452.123	44.441	0.3315	1363.8	3.0073
5.6	156.54	158.181	451.577	44.487	0.3259	1385.4	3.0586
5.7	157.22	158.880	451.039	44.533	0.3205	1407.0	3.1098
5.8	157.90	159.579	450.501	44.579	0.3153	1428.5	3.1610
5.9	158.56	160.259	449.979	44.623	0.3103	1450.0	3.2122
6.0	159.22	160.938	449.457	44.667	0.3054	1471.5	3.2632
6.1	159.87	161.607	448.943	44.710	0.3007	1492.9	3.3142
6.2	160.50	162.255	448.444	44.753	0.2962	1514.2	3.3652
6.3	161.14	162.915	447.938	44.794	0.2917	1535.5	3.4161
6.4	161.76	163.553	447.448	44.836	0.2874	1556.7	3.4670

Erste Haupttabelle für Wasserdämpfe. Tab. 11. Fortsetzung 2.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Druck in Atmosphären (1 Atm. = 10333 kg auf 1 qm)	Temperatur t	Flüssigkeitswärme q	Latente Wärme Innere ϱ	Latente Wärme Aeussere Apu	Werthe von u	Werthe von $\frac{\varrho}{u}$	Specifisches Gewicht γ kg pro 1 cbm
6.5	162.37	164.181	446.965	44.876	0.2833	1577.9	3.5178
6.6	162.98	164.810	446.483	44.916	0.2792	1599.0	3.5685
6.7	163.58	165.428	446.008	44.956	0.2753	1620.1	3.6192
6.8	164.18	166.047	445.534	44.994	0.2715	1641.2	3.6699
6.9	164.76	166.645	445.075	45.032	0.2678	1662.2	3.7206
7.00	165.34	167.243	444.616	45.070	0.2642	1683.0	3.7711
7.25	166.77	168.718	443.485	45.162	0.2556	1735.2	3.8974
7.50	168.15	170.142	442.393	45.250	0.2475	1787.1	4.0234
7.75	169.50	171.535	441.325	45.337	0.2400	1838.7	4.1490
8.00	170.81	172.888	440.289	45.420	0.2329	1890.1	4.2745
8.25	172.10	174.221	439.269	45.501	0.2263	1941.2	4.3997
8.50	173.35	175.514	438.280	45.578	0.2200	1992.1	4.5248
8.75	174.57	176.775	437.315	45.654	0.2141	2042.8	4.6495
9.00	175.77	178.017	436.366	45.727	0.2085	2093.3	4.7741
9.25	176.94	179.228	435.440	45.798	0.2031	2143.5	4.8985
9.50	178.08	180.408	434.539	45.868	0.1981	2193.5	5.0226
9.75	179.21	181.579	433.645	45.935	0.1933	2243.3	5.1466
10.00	180.31	182.719	432.775	46.001	0.1887	2293.0	5.2704
10.25	181.38	183.828	431.928	46.064	0.1844	2342.5	5.3941
10.50	182.44	184.927	431.090	46.127	0.1802	2391.7	5.5174
10.75	183.48	186.005	430.267	46.189	0.1763	2440.7	5.6405
11.00	184.50	187.065	429.460	46.247	0.1725	2489.5	5.7636
11.25	185.51	188.113	428.661	46.306	0.1689	2538.2	5.8864
11.50	186.49	189.131	427.886	46.362	0.1654	2586.8	6.0092
11.75	187.46	190.139	427.119	46.417	0.1621	2635.2	6.1318
12.00	188.41	191.126	426.368	46.471	0.1589	2683.4	6.2543
12.25	189.35	192.104	425.624	46.524	0.1558	2731.4	6.3765
12.50	190.27	193.060	424.896	46.576	0.1529	2779.3	6.4986
12.75	191.18	194.007	424.177	46.626	0.1500	2827.0	6.6206
13.00	192.08	194.944	423.465	46.676	0.1473	2874.5	6.7424
13.25	192.96	195.860	422.769	46.724	0.1447	2922.0	6.8642
13.50	193.83	196.766	422.080	46.772	0.1421	2969.3	6.9857
13.75	194.69	197.622	421.400	46.818	0.1397	3016.5	7.1072
14.00	195.53	198.537	420.736	46.864	0.1373	3063.4	7.2283

Zweite Haupttabelle für Wasserdämpfe.*) Tab. 12.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Druck in kg auf 1 qcm (absolut)	Temperatur	Flüssigkeitswärme	Latente Wärme. Innere	Aeussere	Werthe von		Specifisches Gewicht		
	t	q	ϱ	Apu	u	$\frac{\varrho}{u}$	$\gamma = \frac{1}{v}$	$\tau = \int_0^t \frac{c\,dt}{T}$	$\frac{r}{T}$
0.1	45.579	45.649	539.347	35.406	15.0121	35.93	0.0666	0.15463	1.8041
0.2	59.755	59.890	528.134	36.701	7.7806	67.88	0.1285	0.19836	1.6975
0.3	68.742	68.934	521.025	37.507	5.3009	98.29	0.1886	0.22518	1.6344
0.4	75.467	75.710	515.706	38.101	4.0387	127.69	0.2475	0.24482	1.5893
0.5	80.899	81.189	511.409	38.576	3.2712	156.34	0.3056	0.26042	1.5541
0.6	85.484	85.818	507.782	38.972	2.7540	184.38	0.3630	0.27341	1.5252
0.7	89.469	89.844	504.630	39.314	2.3813	211.91	0.4198	0.28458	1.5007
0.8	93.003	93.427	501.835	39.604	2.0990	239.08	0.4762	0.29439	1.4793
0.9	96.187	96.639	499.316	39.882	1.8789	265.75	0.5319	0.30316	1.4605
1.0	99.088	99.576	497.021	40.125	1.7013	292.14	0.5874	0.31108	1.4436
1.1	101.758	102.281	494.909	40.346	1.5552	318.23	0.6426	0.31833	1.4283
1.2	104.235	104.792	492.950	40.550	1.4328	344.05	0.6974	0.32500	1.4142
1.3	106.548	107.138	491.121	40.738	1.3287	369.63	0.7520	0.33120	1.4013
1.4	108.717	109.339	489.405	40.915	1.2391	394.97	0.8064	0.33699	1.3893
1.5	110.763	111.416	487.786	41.081	1.1612	420.07	0.8604	0.34241	1.3781
1.6	112.699	113.382	486.255	41.236	1.0928	444.96	0.9142	0.34752	1.3676
1.7	114.539	115.252	484.800	41.382	1.0321	469.72	0.9679	0.35236	1.3578
1.8	116.290	117.032	483.415	41.521	0.9780	494.29	1.0214	0.35694	1.3484
1.9	117.966	118.737	482.089	41.654	0.9295	518.65	1.0747	0.36131	1.3394
2.0	119.570	120.369	480.820	41.780	0.8857	542.87	1.1278	0.36548	1.3312
2.1	121.109	121.935	479.603	41.900	0.8460	566.91	1.1806	0.36946	1.3232
2.2	122.590	123.443	478.431	42.026	0.8102	590.51	1.2327	0.37328	1.3156
2.3	124.017	124.897	477.303	42.125	0.7766	614.61	1.2860	0.37695	1.3083
2.4	125.395	126.301	476.213	42.231	0.7461	638.27	1.3385	0.38048	1.3013
2.5	126.726	127.658	475.160	42.333	0.7180	661.78	1.3908	0.38388	1.2946
2.6	128.015	128.972	474.140	42.433	0.6920	685.17	1.4430	0.38716	1.2882
2.7	129.264	130.246	473.152	42.528	0.6678	708.52	1.4952	0.39033	1.2819
2.8	130.476	131.483	472.193	42.619	0.6454	731.63	1.5452	0.39340	1.2759
2.9	131.653	132.684	471.262	42.708	0.6244	754.74	1.5989	0.39638	1.2701
3.0	132.798	133.853	470.357	42.793	0.6048	777.71	1.6507	0.39926	1.2645
3.1	133.913	134.992	469.475	42.876	0.5864	800.61	1.7024	0.40206	1.2591
3.2	134.999	136.102	468.616	42.957	0.5692	823.29	1.7537	0.40479	1.2539
3.3	136.057	137.183	467.779	43.035	0.5529	846.05	1.8053	0.40743	1.2488
3.4	137.090	138.239	466.962	43.111	0.5376	868.60	1.8566	0.41001	1.2438
3.5	138.099	139.271	466.164	43.185	0.5232	890.99	1.9076	0.41252	1.2390
3.6	139.085	140.279	465.384	43.285	0.5095	913.41	1.9588	0.41497	1.2343
3.7	140.049	141.265	464.621	43.329	0.4965	935.79	2.0100	0.41737	1.2298
3.8	140.992	142.230	463.875	43.398	0.4842	958.02	2.0609	0.41970	1.2253
3.9	141.915	143.175	463.145	43.464	0.4725	980.20	2.1118	0.42198	1.2210

*) Columne 2, 3, 9 und 10 nach Fliegner (Civilingenieur Bd. 20. 1874. S. 447). Columne 4, 5, 6, 7 und 8 berechnet von Ingenieur Connert und zwar nach den Formeln:

$\varrho = 575,40 - 0,791\,t$; $\lambda = 606,5 + 0,305\,t$; $Apu = \lambda - q - \varrho$ für $\frac{1}{A} = 424$,

wie die entsprechenden Werthe der Tabelle 11.

Zweite Haupttabelle für Wasserdämpfe. Tab. 12. Fortsetzung 1.

1. Druck in kg auf 1 qcm (absolut)	2. Temperatur t	3. Flüssigkeitswärme q	4. Latente Wärme. Innere ϱ	5. Latente Wärme. Aeussere Apu	6. Werthe von u	7. Werthe von $\frac{\varrho}{u}$	8. Specifisches Gewicht $\gamma=\frac{1}{v}$	9. $\tau=\int_0^t \frac{c\,dt}{T}$	10. $\frac{r}{T}$
4.0	142.820	144.102	462.429	43.529	0.4614	1002.23	2.1625	0.42421	1.2168
4.1	143.707	145.010	461.728	43.593	0.4508	1024.24	2.2132	0.42639	1.2127
4.2	144.576	145.901	461.040	43.655	0.4407	1046.15	2.2639	0.42853	1.2086
4.3	145.429	146.775	460.366	43.715	0.4311	1067.89	2.3141	0.43062	1.2047
4.4	146.266	147.633	459.704	43.774	0.4218	1089.86	2.3650	0.43267	1.2009
4.5	147.088	148.475	459.053	43.834	0.4130	1111.51	2.4153	0.43467	1.1971
4.6	147.895	149.303	458.415	43.890	0.4046	1133.01	2.4653	0.43664	1.1934
4.7	148.689	150.117	457.787	43.946	0.3964	1154.86	2.5162	0.43858	1.1898
4.8	149.469	150.918	457.170	44.000	0.3887	1176.15	2.5659	0.44047	1.1863
4.9	150.236	151.705	456.563	44.054	0.3812	1197.70	2.6163	0.44233	1.1828
5.0	150.991	152.480	455.966	44.106	0.3740	1219.16	2.6665	0.44416	1.1794
5.1	151.734	153.242	455.378	44.159	0.3671	1240.47	2.7165	0.44596	1.1761
5.2	152.465	153.993	454.800	44.209	0.3605	1261.58	2.7660	0.44773	1.1729
5.3	153.185	154.733	454.231	44.257	0.3541	1282.78	2.8159	0.44946	1.1697
5.4	153.895	155.462	453.669	44.307	0.3479	1304.02	2.8659	0.45117	1.1665
5.5	154.594	156.180	453.116	44.355	0.3419	1325.29	2.9161	0.45285	1.1634
5.6	155.282	156.888	452.572	44.401	0.3362	1346.14	2.9654	0.45451	1.1604
5.7	155.961	157.586	452.035	44.447	0.3306	1367.32	3.0154	0.45613	1.1574
5.8	156.631	158.274	451.505	44.493	0.3253	1387.96	3.0644	0.45774	1.1545
5.9	157.292	158.954	450.982	44.538	0.3201	1408.87	3.1140	0.45932	1.1516
6.0	157.944	159.625	450.466	44.582	0.3150	1430.05	3.1643	0.46088	1.1488
6.1	158.587	160.287	449.958	44.624	0.3102	1450.54	3.2131	0.46241	1.1460
6.2	159.222	160.940	449.455	44.668	0.3055	1471.21	3.2623	0.46392	1.1432
6.3	159.849	161.585	448.959	44.709	0.3009	1492.05	3.3120	0.46542	1.1405
6.4	160.467	162.222	448.471	44.749	0.2965	1512.55	3.3610	0.46689	1.1378
6.5	161.079	162.852	447.987	44.790	0.2922	1533.15	3.4103	0.46834	1.1352
6.6	161.683	163.474	447.509	44.830	0.2880	1553.85	3.4598	0.46977	1.1326
6.7	162.279	164.088	447.037	44.870	0.2840	1574.07	3.5084	0.47118	1.1301
6.8	162.869	164.696	446.571	44.909	0.2800	1594.90	3.5583	0.47258	1.1276
6.9	163.452	165.296	446.109	44.948	0.2762	1615.17	3.6071	0.47395	1.1251
7.0	164.028	165.890	445.654	44.985	0.2725	1635.43	3.6559	0.47531	1.1227
7.1	164.598	166.478	445.203	45.021	0.2689	1655.65	3.7047	0.47666	1.1203
7.2	165.161	167.058	444.758	45.058	0.2653	1676.43	3.7547	0.47798	1.1179
7.3	165.718	167.633	444.317	45.094	0.2619	1696.51	3.8033	0.47929	1.1155
7.4	166.270	168.202	443.880	45.130	0.2586	1716.47	3.8516	0.48059	1.1132
7.5	166.815	168.764	443.449	45.166	0.2553	1736.97	3.9012	0.48187	1.1110
7.6	167.355	169.321	443.022	45.200	0.2522	1756.63	3.9489	0.48314	1.1087
7.7	167.889	169.872	442.600	45.234	0.2491	1776.80	3.9979	0.48439	1.1065
7.8	168.418	170.418	442.181	45.268	0.2461	1796.75	4.0464	0.48562	1.1043
7.9	168.941	170.958	441.768	45.301	0.2431	1817.23	4.0961	0.48685	1.1021
8.0	169.459	171.493	441.358	45.334	0.2403	1836.70	4.1437	0.48806	1.1000
8.1	169.972	172.023	440.952	45.366	0.2375	1856.64	4.1923	0.48925	1.0979
8.2	170.480	172.548	440.550	45.398	0.2347	1877.08	4.2421	0.49044	1.0958
8.3	170.983	173.067	440.152	45.430	0.2321	1896.39	4.2894	0.49161	1.0937
8.4	171.482	173.583	439.758	45.461	0.2295	1916.16	4.3378	0.49277	1.0917

Zweite Haupttabelle für Wasserdämpfe. Tab. 12. Fortsetzung 2.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Druck in kg auf 1 qcm (absolut)	Temperatur	Flüssigkeitswärme	Latente Wärme. Innere	Aeussere	Werthe von		Specifisches Gewicht		
	t	q	ϱ	Apu	u	$\frac{\varrho}{u}$	$\gamma = \frac{1}{v}$	$\tau = \int_0^t \frac{c\,dt}{T}$	$\frac{r}{T}$
8.5	171.976	174.093	439.367	45.492	0.2269	1936.39	4.3872	0.49392	1.0896
8.6	172.465	174.599	438.980	45.523	0.2244	1956.24	4.4359	0.49505	1.0876
8.7	172.950	175.100	438.597	45.553	0.2220	1975.66	4.4836	0.49618	1.0857
8.8	173.430	175.596	438.217	45.583	0.2196	1995.52	4.5324	0.49729	1.0837
8.9	173.906	176.089	437.840	45.612	0.2173	2014.91	4.5801	0.49839	1.0818
9.0	174.379	176.578	437.466	45.642	0.2150	2034.73	4.6289	0.49948	1.0799
9.1	174.846	177.061	437.097	45.670	0.2128	2054.03	4.6765	0.50056	1.0780
9.2	175.310	177.541	436.730	45.699	0.2106	2073.74	4.7251	0.50164	1.0761
9.3	175.770	178.017	436.366	45.727	0.2085	2092.88	4.7725	0.50270	1.0743
9.4	176.226	178.489	436.005	45.755	0.2064	2112.43	4.8208	0.50375	1.0724
9.5	176.679	178.958	435.647	45.782	0.2043	2132.39	4.8701	0.50479	1.0706
9.6	177.127	179.422	435.293	45.809	0.2023	2151.72	4.9180	0.50582	1.0688
9.7	177.572	179.882	434.941	45.836	0.2004	2170.36	4.9644	0.50684	1.0670
9.8	178.014	180.340	434.591	45.863	0.1984	2190.48	5.0141	0.50786	1.0653
9.9	178.451	180.793	434.245	45.890	0.1965	2209.90	5.0624	0.50886	1.0635
10.00	178.886	181.243	433.901	45.916	0.1947	2228.56	5.1089	0.50986	1.0618
10.25	179.957	182.353	433.054	45.980	0.1902	2276.83	5.2291	0.51231	1.0576
10.50	181.008	183.442	432.223	46.042	0.1859	2325.03	5.3494	0.51472	1.0534
10.75	182.040	184.513	431.406	46.103	0.1818	2372.97	5.4694	0.51707	1.0494
11.00	183.053	185.563	430.605	46.163	0.1779	2420.49	5.5885	0.51938	1.0454
11.25	184.049	186.597	429.817	46.221	0.1742	2467.38	5.7065	0.52164	1.0415
11.50	185.027	187.612	429.044	46.277	0.1706	2514.91	5.8262	0.52386	1.0378
11.75	185.989	188.611	428.283	46.333	0.1672	2561.50	5.9439	0.52604	1.0340
12.00	186.985	189.594	427.534	46.387	0.1639	2608.51	6.0629	0.52818	1.0304
12.25	187.866	190.561	426.798	46.440	0,1607	2655.87	6.1828	0.53028	1.0268
12.50	188.782	191.513	426.073	46.493	0.1577	2701.79	6.2996	0.53234	1.0234
12.75	189.685	192.452	425.359	46.543	0.1548	2747.80	6.4168	0.53437	1.0199
13.00	190.573	193.376	424.657	46.592	0.1520	2793.80	6.5342	0.53637	1.0166
13.25	191.449	194.287	423.964	46.641	0.1492	2841.58	6.6560	0.53833	1.0133
13.50	192.311	195.184	423.282	46.689	0.1466	2887.33	6.7732	0.54026	1.0100
13.75	193.162	196.070	422.609	46.735	0.1441	2932.75	6.8898	0.54216	1.0068
14.00	194.001	196.944	421.945	46.781	0.1417	2977.73	7.0057	0.54404	1.0037
14.25	194.828	197.806	421.290	46.826	0.1393	3024.34	7.1255	0.54588	1.0006
14.50	195.644	198.656	420.645	46.870	0.1370	3070.40	7.2442	0.54770	0.9976
14.75	196.449	199.495	420.009	46.913	0.1348	3115.79	7.3615	0.54949	0.9946
15.00	197.24	200.324	419.380	46.955	0.1327	3160.36	7.4771	0.55125	0.9917
16.00	200.32	203.533	416.947	47.118	0.1249	3339.23	7.9428	0.55805	0.9804
17.00	203.26	206.665	414.621	47.208	0.1177	3521.44	8.4175	0.56452	0.9697
18.00	206.07	209.544	412.399	47.408	0.1117	3692.95	8.8652	0.57068	0.9598
19.00	208.75	212.350	410.279	47.540	0.1061	3867.31	9.3284	0.57652	0.9503
20.00	211.34	215.065	408.230	47.664	0.1010	4039.96	9.7943	0.58214	0.9413

Bayerische Staatsbibliothek München

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Zeuner, Gustav,

Technische Thermodynamik

Bd.: 2

Leipzig 1890

BHS II K 142-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11558546-1